

Aufgabe B0405

Darstellungsformen von Funktionen

Ein Betrieb stellt eine bestimmte Farbe her. Die Kosten seien annähernd durch $K(x) = 0,5x^2 + 5x + 150$ beschrieben. Der Verkaufspreis beträgt 40 Euro/Liter.

- Stellen Sie die Erlösfunktion auf.
- Berechnen Sie die Gewinnschwellen.
- Stellen Sie die Gewinnfunktion auf.
- Für welche Verkaufsmengen ergibt sich ein Gewinn?

Aufgabe B0405 (Lösungshinweise)

- Die Erlösfunktion beinhaltet den Verkaufspreis: $E(x) = 40x$
- Die Gewinnschwellen berechnen sich durch Gleichsetzen von Kosten- und Erlösfunktion.

$$K(x) = E(x)$$

$$0,5x^2 + 5x + 150 = 40x \quad | - 40x$$

$$0,5x^2 - 35x + 150 = 0 \quad | : 0,5$$

$$x^2 - 70x + 300 = 0 \quad | pq\text{-Formel}$$

$$x_{1/2} = 35 \pm \sqrt{35^2 - 300}$$

$$x_1 \approx 4,59$$

$$x_2 \approx 65,41$$

Die Gewinnschwellen liegen bei 4,59 Litern und bei 65,41 Litern.

- Die Gewinnfunktion berechnet sich durch $G(x) = E(x) - K(x)$.

$$G(x) = 40x - (0,5x^2 + 5x + 150)$$

$$G(x) = 40x - 0,5x^2 - 5x - 150$$

$$G(x) = -0,5x^2 + 35x - 150$$

- Für einen Gewinn muss gelten: $G(x) > 0$

$$-0,5x^2 + 35x - 150 = -0,5 \cdot (x - 4,59) \cdot (x - 65,41) = 0,5 \cdot (x - 4,59) \cdot (65,41 - x) > 0$$

Dies führt zu den folgenden Fallunterscheidungen:

$$1. \text{ Fall } (x - 4,59) > 0 \wedge (65,41 - x) > 0$$

$$\Leftrightarrow x > 4,59 \wedge 65,41 < x \text{ mit } \mathbb{L}_1 = \{x \in \mathbb{R}_+ | 4,59 < x < 65,41\}$$

$$2. \text{ Fall } (x - 4,59) < 0 \wedge (65,41 - x) < 0$$

$$\Leftrightarrow x < 4,59 \wedge 65,41 < x \text{ mit } \mathbb{L}_2 = \{\}$$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \mathbb{L}_1 = \{x \in \mathbb{R}_+ \mid 4,59 < x < 65,41\}$.

Es ergibt sich ein Gewinn, wenn mehr als 4,59 Liter und weniger als 65,41 Liter hergestellt werden.