Aufgabe B0101

Arithmetische Folgen

Werden die ersten fünf Glieder einer arithmetischen Folge addiert, ergibt sich der Wert 65. Die Summe der ersten 13 Glieder ergibt 429. Berechnen Sie die ersten vier Glieder dieser arithmetischen Folge.

Aufgabe B0101 (Lösungshinweise)

Um die ersten vier Glieder der arithmetischen Folge zu bestimmen, wird zunächst die allgemeine Formel für die ersten fünf bzw. dreizehn Glieder bestimmt. Es gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = n \left(a_1 + \frac{(n-1) \cdot d}{2} \right)$$

$$\sum_{k=1}^{5} a_k = 5 \cdot a_1 + 10 \cdot d$$

$$\sum_{k=1}^{13} a_k = 13 \cdot a_1 + 78 \cdot d$$

Diese zwei Gleichungen können nun mit dem Einsetzungs-, dem Gleichsetzungs- oder dem Additionsverfahren gelöst werden. Hier wurde sich für das Additionsverfahren entschieden.

I.
$$5a_1 + 10d = 65$$
 | \cdot (-13)
II. $13a_1 + 78d = 429$ | \cdot 5
I. $5a_1 + 10d = 65$
II. $260d = 1300$ | $: 260$
II. $5a_1 + 10d = 65$
III. $d = 65$
III. $d = 65$

d wurde berechnet und wird jetzt in I. eingesetzt.

Nun können die ersten vier Folgeglieder berechnet werden.

$$a_1 = 3 + (1 - 1) \cdot 5 = 3$$

$$a_2 = 3 + (2 - 1) \cdot 5 = 8$$

$$a_3 = 3 + (3 - 1) \cdot 5 = 13$$

$$a_4 = 3 + (4 - 1) \cdot 5 = 18$$