

**Aufgabe B0111**

Periodische Zahlungen (Rentenzahlungen)

Frau Schulte möchte mindestens 20 000 € sparen. Sie möchte am Ende jedes Jahres einen Betrag von 3 000 € einzahlen. Die Laufzeit soll 2 Jahre betragen. Mit welchem Zinssatz müsste das Sparkonto verzinst werden? Ist dieser Zinssatz realistisch?

**Aufgabe B0111 (Lösungshinweise)**

$$\begin{aligned} 20000 &= 3000 \cdot \frac{q^2 - 1}{q - 1} && | : 3000 \\ \Leftrightarrow \frac{20}{3} &= \frac{q^2 - 1}{q - 1} && | \cdot (q - 1) \\ \Leftrightarrow \frac{20}{3} \cdot (q - 1) &= q^2 - 1 \\ \Leftrightarrow \frac{20}{3}q - \frac{20}{3} &= q^2 - 1 && | - \frac{20}{3}q + \frac{20}{3} \\ \Leftrightarrow q^2 - \frac{20}{3}q + \frac{17}{3} &= 0 && | \text{pq-Formel (siehe nächste Seite)}^* \\ \Rightarrow q_1 &= \frac{17}{3} && | q = 1 + i \\ \Rightarrow q_2 &= 1 \end{aligned}$$

Lösung nur für  $q_1$  definiert, so dass:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{17}{3} &= 1 + i && | - 1 \\ \Leftrightarrow i &= \frac{14}{3} \approx 4,67 && (p = 467) \end{aligned}$$

Dieser hohe Zinssatz ist offensichtlich nicht realistisch.

\* Nebenrechnung zur pq-Formel:

$$q^2 - \underbrace{\frac{20}{3}}_{=p} q + \underbrace{\frac{17}{3}}_{=q} = 0$$

Einsetzen in die pq-Formel  $q_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$  liefert:

$$\begin{aligned} q_{1,2} &= -\frac{-20/3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-20/3}{2}\right)^2 - \frac{17}{3}} \\ \Leftrightarrow q_{1,2} &= \frac{10}{3} \pm \sqrt{\frac{400}{36} - \frac{17}{3}} = \frac{10}{3} \pm \sqrt{\frac{400 - 204}{36}} \\ \Leftrightarrow q_{1,2} &= \frac{10}{3} \pm \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{10}{3} \pm \frac{7}{3} \\ \Rightarrow q_1 &= \frac{10}{3} + \frac{7}{3} = \frac{17}{3} \\ \Rightarrow q_2 &= \frac{10}{3} - \frac{7}{3} = 1 \end{aligned}$$