

Aufgabe B0114

Tilgung eines Kredits

Herr Schulz möchte sich ein neues Auto kaufen. Dafür muss er noch einen Betrag von 20 000 € finanzieren. Vom Hersteller gibt es ein Angebot zur Finanzierung. In den ersten 3 Jahren beträgt der Zins 1,5 %; für die restlichen 2 Jahre werden nur 0,95 % Zinsen in Aussicht gestellt.

- a) Berechnen Sie die Annuität für die ersten 3 Jahre, wenn zunächst für alle 5 Jahre mit 1,5 % Zinsen zu planen ist.
- a) Berechnen Sie die Restschuld in Jahr 3.
- b) Berechnen Sie die Annuität für die letzten 2 Jahre, wenn nur noch 0,95 % Zinsen anfallen.
- c) Stellen Sie den vollständigen Tilgungsplan auf.
- d) Angenommen, bereits zu Vertragsbeginn wird für die ersten 3 Jahre ein Zins von 1,5 % und für die beiden restlichen Jahre 0,95 % zugesichert. Bestimmen Sie die gleichhohe Annuität für alle fünf Jahre.

Aufgabe B0114 (Lösungshinweise)

- a) Da zunächst mit Zinsen von 1,5 % geplant wird, ergibt sich für die Annuität:

$$\begin{aligned} a &= K_0 \cdot q^n \cdot \frac{q - 1}{q^n - 1} \\ &= 20000 \cdot 1,015^5 \cdot \frac{1,015 - 1}{1,015^5 - 1} \\ &= 4181,79 \end{aligned}$$

Die Annuität für die ersten 3 Jahre beträgt 4 181,79 €.

$$\begin{aligned} b) R_3 &= K_0 \cdot q^3 - a \cdot \frac{q^3 - 1}{q - 1} \\ &= 20000 \cdot 1,015^3 - 4181,79 \cdot \frac{1,015^3 - 1}{1,015 - 1} \\ &= 8179,08 \end{aligned}$$

Die Restschuld nach 3 Jahren beläuft sich auf 8 179,08 €.

$$c) a = 8179,08 \cdot 1,0095^2 \cdot \frac{1,0095 - 1}{1,0095^2 - 1}$$

$$= 4147,90$$

Die Annuität für die letzten 2 Jahre beträgt 4 147,91 €.

d) Tilgungsplan:

Jahr	Schuld	Zinsen	Rückzahlung	Annuität	Restschuld
1	20 000,00	300,00	3 881,79	4 181,79	16 118,21
2	16 118,21	241,77	3 940,02	4 181,79	12 178,19
3	12 178,19	182,67	3 999,12	4 181,79	8 179,07
4	8 179,07	77,70	4 070,21	4 147,91	4 108,86
5	4 108,86	39,03	4 108,86	4 147,89	0,00

Hinweis: Aufgrund von Rundungsfehlern wurde die letzte Rückzahlung bzw. Annuität im 5. Jahr um 2 Cent reduziert.

e) In diesem Fall sind bei der Berechnung der Annuität bereits für die ersten 3 Jahre ein Zins von 1,5 % und für die restlichen beiden Jahre ein Zins von 0,95 % zu berücksichtigen.

Die Restschuld R_5 (von 0 Euro) setzt sich aus der Schuld von 20 000 € zusammen, die zunächst für 3 Jahre zu 1,5 % und für 2 Jahre zu 0,95 % zu verzinsen ist, abzüglich den verzinsten Annuität. So ist die erste Annuität für 2 Jahre zu 1,5 % und dann für 2 Jahre zu 0,95 % zu verzinsen, die zweite Annuität für 1 Jahre zu 1,5 % und dann für 2 Jahre zu 0,95 % usw. Damit ergibt sich:

$$R_5 = 20000 \cdot 1,015^3 \cdot 1,0095^2$$

$$- a \cdot (1,015^2 \cdot 1,0095^2 + 1,015 \cdot 1,0095^2 + 1,0095^2 + 1,0095^1 + 1,0095^0)$$

und Auflösen nach a ergibt eine Annuität von 4 168,47 €.