

Aufgabe B0501

Vektoren

Berechnen Sie x :

a) $x = (5, -\sqrt{25}, \sqrt{8}) \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}.$

b) $x = (-5, \sqrt{4}, -\sqrt[4]{81}) \begin{pmatrix} \sqrt{1} \\ \sqrt{4} \\ 5 \end{pmatrix}.$

c) $x = (5, \sqrt{3}, 2) \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -5 \\ 0,125 \end{pmatrix}.$

d) Berechnen Sie $a > 0$ so, dass die Länge des folgenden Vektors eins beträgt:

$$\begin{pmatrix} \sqrt{0,8} \\ \sqrt{0,16} \\ a \end{pmatrix}.$$

Aufgabe B0501 (Lösungshinweise)

a) Zu berechnen ist das Skalarprodukt:

$$x = (5, -\sqrt{25}, \sqrt{8}) \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} = 5 \cdot \sqrt{2} + (-\sqrt{25}) \cdot \sqrt{2} + \sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = 4$$

Ergebnis: $x = 4$

b) Zu berechnen ist das Skalarprodukt:

$$x = (-5, \sqrt{4}, -\sqrt[4]{81}) \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{1} \\ \sqrt{4} \\ 5 \end{pmatrix} = -5 \cdot \sqrt{1} + \sqrt{4} \cdot \sqrt{4} + (-\sqrt[4]{81}) \cdot 5 = -16$$

Ergebnis: $x = -16$

c) Zu berechnen ist das Skalarprodukt:

$$x = (5, \sqrt{3}, 2) \cdot (\sqrt{3}, -5, 0,125)^T = 5 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot 5 + 2 \cdot 0,125 = 0,25$$

Ergebnis: $x = 0,25$

d) Die Länge des Vektors errechnet sich aus $\left\| \begin{pmatrix} \sqrt{0,8} \\ \sqrt{0,16} \\ a \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{0,8 + 0,16 + a^2}$.

Damit a Komponente eines Vektors mit der Länge eins sein kann, muss gelten:

$$\begin{aligned} \sqrt{0,8 + 0,16 + a^2} &= 1 \\ \implies 0,8 + 0,16 + a^2 &= 1 \\ \iff a^2 &= 0,04 \\ \implies a_{1,2} &= \pm \sqrt{0,04} \\ a_1 &= 0,2 > 0 \\ a_2 &= -0,2 < 0 \quad \nexists \end{aligned}$$

Ergebnis: $a = 0,2$