

Aufgabe 1-3-3

Ein Autofahrer will auf dem schnellsten Weg von Aachen (A) nach Nürnberg (N). Er hat mehrere Routen zur Auswahl, die in dem Netzwerk in [Abbildung 1](#) dargestellt sind. Die Fahrtzeiten in Zeiteinheiten (ZE) sind jeweils an den Pfeilen notiert (1 ZE = 30 Minuten). Das Modell ist derart strukturiert, dass der direkte Weg zwischen zwei Orten stets kürzer ist als der Umweg über einen dritten Ort.

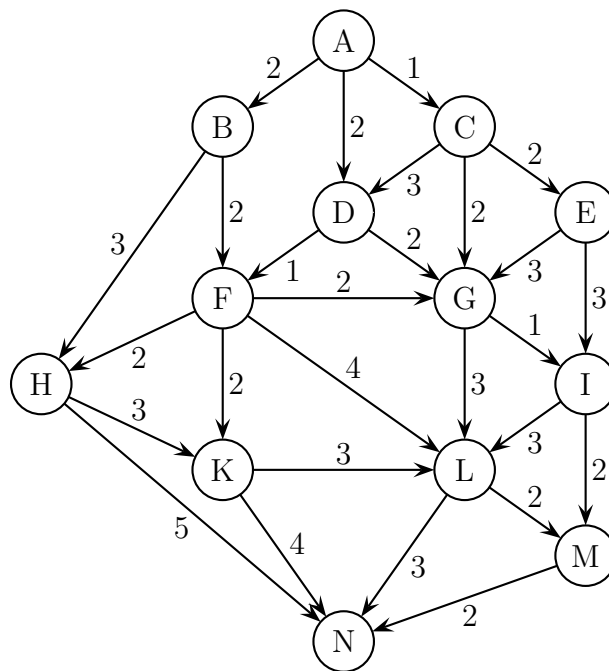


Abbildung 1: Netzwerk \vec{N}

Bestimmen Sie die kürzesten Wege vom Knoten 1 (A) zu allen übrigen Knoten $j = 2(B), \dots, 13(N)$ unter Anwendung des Bellman-Verfahrens. Notieren Sie vollständig die sich ergebenden Verbindungen gemäß Schema in [Tabelle 1](#). Tragen Sie ebenfalls die Nummer des Vorgängerknotens von j dort ein.

Tabelle 1: Wege im Netzwerk \vec{N} von [Abbildung 1](#)

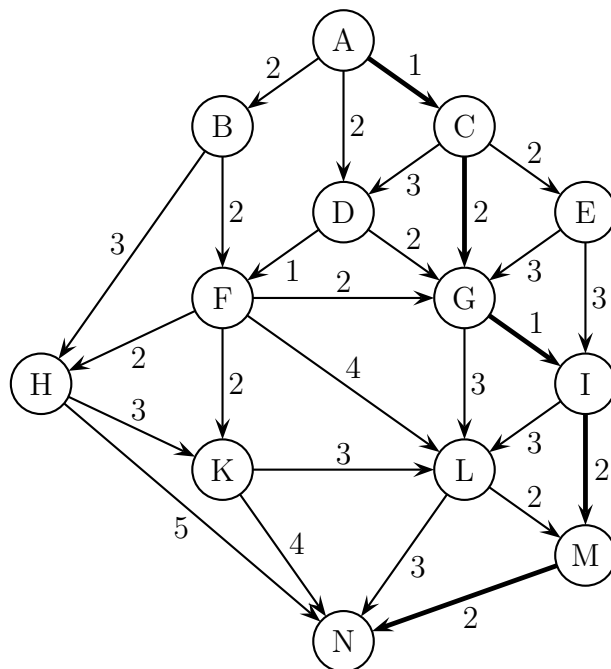
j	d_j	q_j	Kürzester Weg von A nach j
-----	-------	-------	------------------------------

Lösungshinweise

Zur Anwendung des Bellman Verfahrens ist es zunächst erforderlich, die Knoten topologisch zu sortieren. Die Sortierung entspricht in dem speziellen Fall genau der Reihenfolge der Buchstaben im Alphabet. In [Tabelle 2](#) sind die Ergebnisse zusammengefasst. Der kürzeste Verbindung von Aachen (A) nach Nürnberg (N) führt über die Knoten C, G, I und M bei einer Gesamtfahrzeit von $8 \text{ ZE} \hat{=} 4 \text{ Stunden}$; der Weg ist in [Abbildung 2](#) stark ausgezeichnet.

Tabelle 2: kürzeste Wege zum Netzwerk \vec{N} von [Abbildung 1](#)

j	d_j	q_j	Kürzester Weg von A nach j
2 (B)	2	1 (A)	$\langle A, B \rangle$
3 (C)	1	1 (A)	$\langle A, C \rangle$
4 (D)	2	1 (A)	$\langle A, D \rangle$
5 (E)	3	3 (C)	$\langle A, C, E \rangle$
6 (F)	3	4 (D)	$\langle A, D, F \rangle$
7 (G)	3	3 (C)	$\langle A, C, G \rangle$
8 (H)	5	2 (B)	$\langle A, B, H \rangle$
9 (I)	4	7 (G)	$\langle A, C, G, I \rangle$
10 (K)	5	6 (F)	$\langle A, D, F, K \rangle$
11 (L)	6	7 (G)	$\langle A, C, G, L \rangle$
12 (M)	6	9 (I)	$\langle A, C, G, I, M \rangle$
13 (N)	8	12 (M)	$\langle A, C, G, I, M, N \rangle$

Abbildung 2: Kürzester Weg von A nach N im Netzwerk \vec{N}