Aufgabe 1-3-4

Die räumliche Anordnung (das Layout) von Kabelnetzen kann nicht auf das einfache Verbinden von Punkten reduziert, sondern muss unter verschiedenen graphentheoretischen Fragestellungen betrachtet werden. Einspeisungspunkte wie auch Verbrauchsstellen werden durch Knoten, potentielle Trassen durch Kanten eines Graphen repräsentiert.

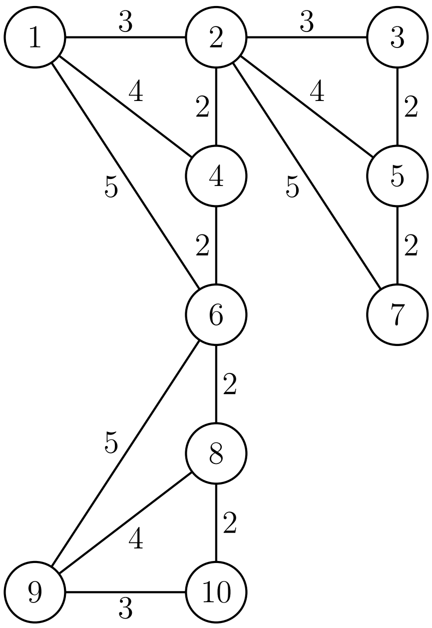

Abbildung 1: Netzwerk $\vec{N} = \langle V, E; c \rangle$

a) Bestimmen Sie für das Netzwerk $\vec{N} = \langle V, E; c \rangle$ in Abbildung 1 ein Minimalgerüst. Nennen Sie das verwendete Verfahren und skizzieren Sie für diese Aufgabe kurz die Vorgehensweise.

b) Ermitteln Sie für das Netzwerk $\vec{N}$ in Abbildung 1 mittels eines geeigneten Algorithmus die kürzesten Wege vom Einspeisungsknoten 1 zu allen Verbrauchsknoten 2 bis 10. Notieren Sie die einzelnen Iterationsschritte, und zeichnen Sie dann das Wegenetz der benötigten Verbindungen.
Achtung! Nur mit Angabe einer Lösung erhält man nicht die volle Punktzahl.

c) Vergleichen Sie die in a) und b) gefundenen Lösungen, und nennen Sie unter dem Aspekt der Layoutplanung jeweilige Vor- und Nachteile.

Lösungshinweise

a) Algorithmus von Kruskal: In einem ersten Iterationsschritt wählt man die Kante mit kleinstem Gewicht, im zweiten die mit zweitkleinstem usw., wobei eine Kante zu übergehen ist, wenn durch ihre Hinzunahme ein Zyklus entsteht. Das Ergebnis zum Netzwerk in Abbildung 1 zeigt Abbildung 2. Die Verbindungen im Gerüst haben eine Gesamtlänge von 21.

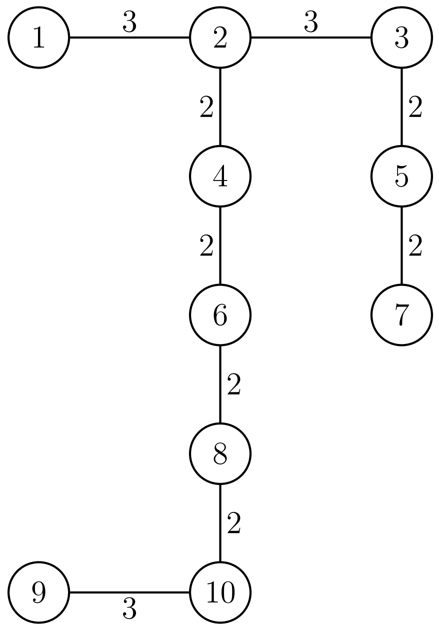

Abbildung 2: Gerüst zum Netzwerk $\vec{N}$ in Abbildung 1

b) In den Tabellen 1 und 2 sind die Iterationen in aller Ausführlichkeit notiert. Die für die nächste Iteration ausgewählten Knoten sind jeweils mit $*$ markiert. Die Mengen L und M sind mitgeführt und ebenfalls in die Tabellen eingetragen.

Tabelle 1: Iterationen 1 bis 5 zum Dijkstra-Algorithmus

Iteration	1		2		3		4		5	
Knoten j	d_j	q_j	d_j	q_j	d_j	q_j	d_j	q_j	d_j	q_j
1	0		0		0		0		0	
2	3^*	1	3	1	3	1	3	1	3	1
3	∞		6	2	6	2	6^*	2	6	2
4	4	1	4^*	1	4	1	4	1	4	1
5	∞		7	2	7	2	7	2	7^*	2
6	5	1	5	1	5^*	1	5	1	5	1
7	∞		8	2	8	2	8	2	8	2
8	∞		∞		∞		7	6	7	6
9	∞		∞		∞		10	6	10	6
10	∞		∞		∞		∞		∞	
L	$\{1\}$		$\{1, 2\}$		$\{1, 2, 4\}$		$\{1, 2, 4, 6\}$		$\{1, 2, 4, 6$ $3\}$	
M	$\{2, 4, 6\}$		$\{4, 6, 3, 5$ $7\}$		$\{6, 3, 5, 7\}$		$\{3, 5, 7, 8$ $9\}$		$\{5, 7, 8, 9\}$	

Tabelle 2: Iterationen 6 bis 10 zum Dijkstra-Algorithmus

Iteration	6		7		8		9		10	
Knoten j	d_j	q_j	d_j	q_j	d_j	q_j	d_j	q_j	d_j	q_j
1	0		0		0		0		0	
2	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1
3	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2
4	4	1	4	1	4	1	4	1	4	1
5	7	2	7	2	7	2	7	2	7	2
6	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1
7	8	2	8^*	2	8	2	8	2	8	2
8	7^*	6	7	6	7	6	7	6	7	6
9	10	6	10	6	10	6	10^*	6	10	6
10	∞		9	8	9^*	8	9	8	9	8
L	$\{1, 2, 4, 6$ $3, 5\}$		$\{1, 2, 4, 6$ $3, 5, 8\}$		$\{1, 2, 4, 6$ $3, 5, 8, 7\}$		$\{1, 2, 4, 6$ $3, 5, 8, 7$ $10\}$		$\{1, 2, 4, 6$ $3, 5, 8, 7$ $10, 9\}$	
M	$\{7, 8, 9\}$		$\{7, 9, 10\}$		$\{9, 10\}$		$\{9\}$		$\{\}$	

c)

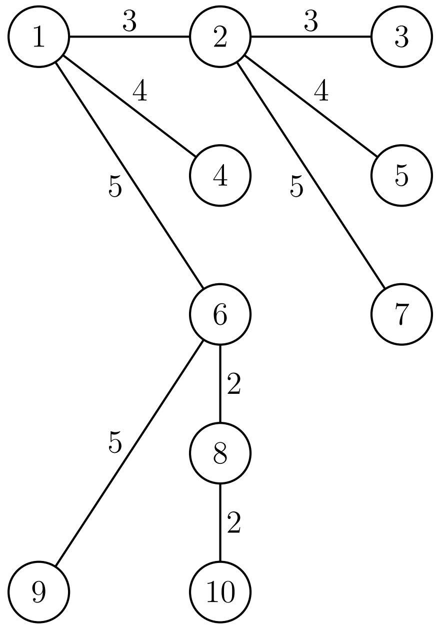

Abbildung 3: Wegenetz zum Netzwerk $\vec{N}$ in Abbildung 1

Die Verbindungen im Wegenetz haben eine Gesamtlänge von 33.
Das Ausheben von Gräben ist in a) mit weniger Arbeit verbunden; dafür wird in b) weniger Kabel benötigt.

