

---

**Aufgabe 1-4-5**

Eine Universitätsklinik verwendet für den »innerbetrieblichen« Versand ein stark vermaschtes Rohrpostnetzwerk, das von verschiedenen Abteilungen und Einrichtungen intensiv genutzt wird. Betrachtet wird im Folgenden ein Teilnetzwerk mit Knotenpunkten in der **A**ugenklinik, der **B**äderabteilung, der **H**autklinik, der **K**ardiologie, der **O**rthopädie und in der **R**adiologie. Von Interesse sind dabei die Sendungen von der Augenklinik zur Radiologie, die über die [Tabelle 1](#) zusammengestellten direkten Verbindungen realisiert werden. Neben der Gesamtkapazität (in Sendungen pro Minute – SpM) ist auch die aktuelle Belastung der Leitungen angegeben, die sich aus den Versendungen im Gesamtnetzwerk ergibt.

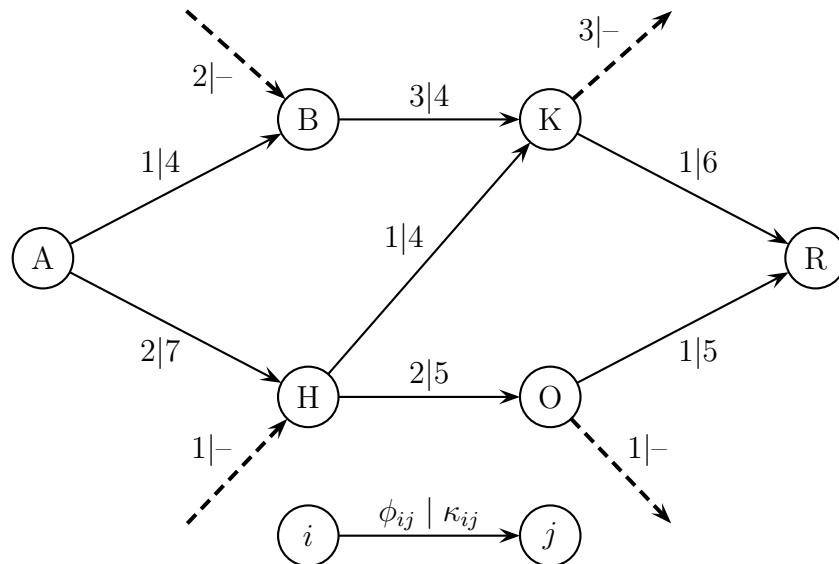
Tabelle 1: Sendungsaufkommen der Universitätsklinik

von	nach	Kapazität	Belastung
Augenklinik	Bäderabteilung	4 SpM	1 SpM
Augenklinik	Hautklinik	7 SpM	2 SpM
Bäderabteilung	Kardiologie	4 SpM	3 SpM
Hautklinik	Kardiologie	4 SpM	1 SpM
Hautklinik	Orthopädie	5 SpM	2 SpM
Kardiologie	Radiologie	6 SpM	1 SpM
Orthopädie	Radiologie	5 SpM	1 SpM

- Zeichnen Sie ein Netzwerk mit den angegebenen Verbindungen. Bezeichnen Sie die Knoten mit den jeweiligen Anfangsbuchstaben der Abteilungen bzw. Einrichtungen und notieren Sie an den Pfeilen den aktuellen Fluss (in SpM) und die maximale Kapazität.
- Sei **A** Quelle und **R** Senke im Netzwerk. Welche Aussagen können Sie vor dem Hintergrund der Flussbedingung über die anderen Knoten machen?
- Berechnen Sie mittels Ford & Fulkerson Algorithmus die maximal mögliche Anzahl zusätzlicher Sendungen, die pro Minute über die angegebenen Verbindungen von **A** nach **R** geschickt werden können.
- Wegen einer Erhöhung der Bettenzahl in der Augenklinik rechnet man mit einer um 3 erhöhten Anzahl von Sendungen in die Radiologie. Deshalb soll das Netzwerk um eine direkte Verbindung von der Bäderabteilung zur Orthopädie (Kapazität 3 SpM) erweitert werden, was sich nach Expertenmeinung leicht realisieren ließe.  
Lässt sich das erhöhte Aufkommen von Sendungen durch die Erweiterung bewältigen? Verwenden Sie die in c) gefundene Lösung und setzen Sie den Algorithmus mit den veränderten Strukturen in geeigneter Weise fort.

## Lösungshinweise

a)

Abbildung 1: Rohrpostnetzwerk  $\vec{N}$  mit Fluss und Maximalkapazitäten

b) Da auf Basis der Angaben zu den Belastungen auf den direkten Verbindungen die Flussbedingung in diesen Knoten nicht erfüllt ist, muss davon ausgegangen werden, dass im Knoten **B** zwei Sendungen pro Minute und in Knoten **H** 1 SpM hinzu kommen, wohingegen in den Knoten **K** 3 SpM und in **O** 1 SpM zu außerhalb des Teilnetzwerkes liegenden Knoten verschickt werden. Diese Angaben sind in [Abbildung 1](#) durch gestrichelte Pfeile angedeutet.

c)

Tabelle 2: Iterationen zum Ford-Fulkerson-Algorithmus

Knoten $i$	Iteration			
	1	2	3	4
A (0)	$+, \infty$	$+, \infty$	$+, \infty$	$+, \infty$
B (1)	$A^+, 3$	$A^+, 3$	$A^+, 3$	$A^+, 2$
H (2)	$A^+, 5$	$A^+, 2$		
K (3)	$H^+, 3$	$H^+, 2$	$B^+, 1$	
O (4)	$H^+, 3$			
R (5)	$O^+, 3$	$K^+, 2$	$K^+, 1$	
Erhöhung	3	2	1	0

Der maximale Anzahl zusätzlicher Sendungen pro Minute von **A** nach **R** beträgt 6. Die Bestimmung der Fluss erhöhenden Wege mit dem Ford &

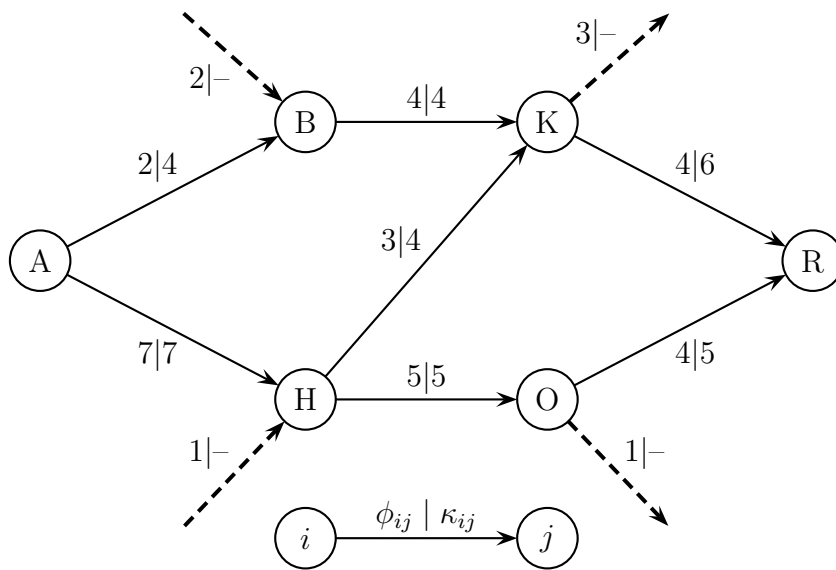


Abbildung 2: Netzwerk  $\vec{N}^1$  mit maximalem Fluss und Maximalkapazitäten

Fulkerson Algorithmus ist in [Tabelle 2](#) dokumentiert; der maximale Fluss ist in [Abbildung 2](#) abzulesen.

- d) Im Netzwerk  $\vec{N}$  aus [Abbildung 2](#) wird der Pfeil  $\langle B, O \rangle$  mit Flussstärke 0 und Maximalkapazität 3 als Pfeilbeschriftung hinzugefügt.

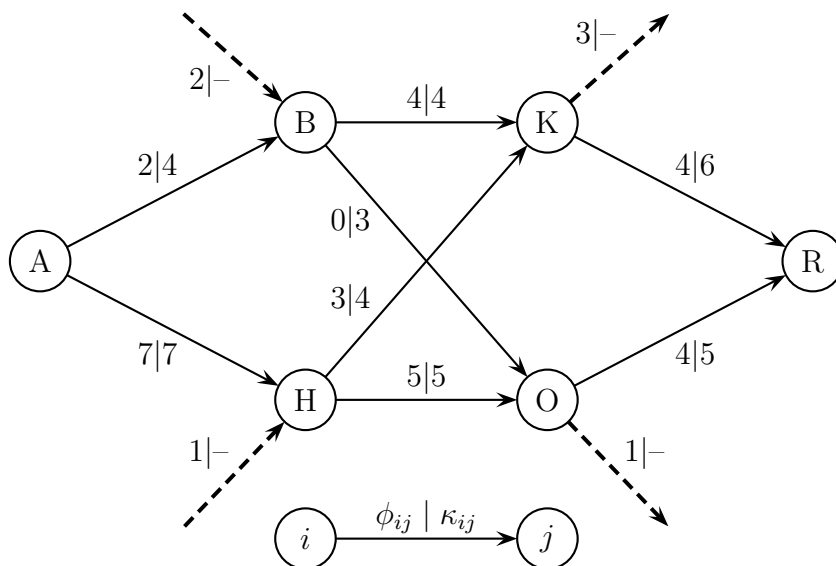
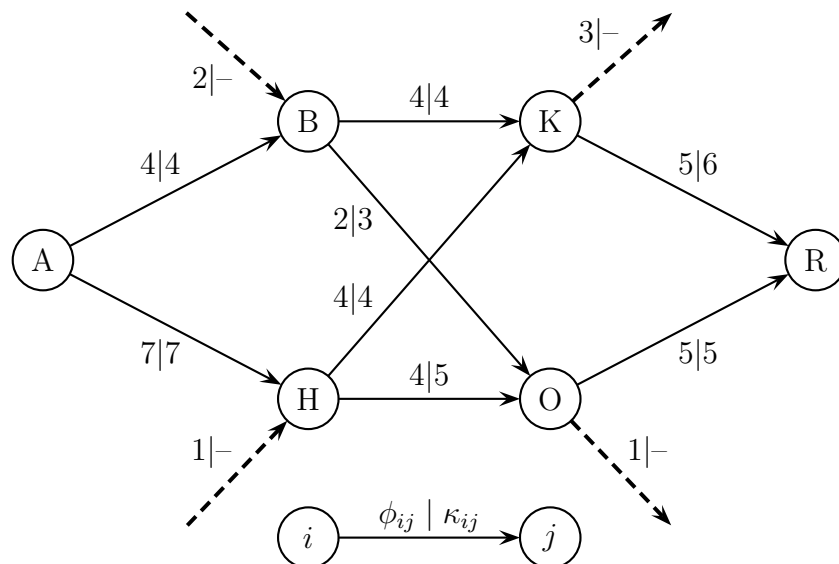


Abbildung 3: erweitertes Netzwerk  $\vec{N}^2$  mit Fluss aus Teil (c)

Durch die neu eingerichtete Verbindung werden zusätzliche Kapazitäten geschaffen, so dass auf Basis des bisher ermittelten maximalen Flusses nach zusätzlichen flusserhöhenden Wegen gesucht werden kann. In [Tabelle 3](#) wird der Ford & Fulkerson Algorithmus ausgehend von [Tabelle 2](#) fortgesetzt.

Tabelle 3: Iterationen zum Ford-Fulkerson-Algorithmus

Knoten $i$	Iteration		
	1	2	3
A (0)	$+, \infty$	$+, \infty$	$+, \infty$
B (1)	$A^+, 2$	$A^+, 1$	
H (2)		$O^-, 1$	
K (3)		$H^+, 1$	
O (4)	$B^+, 2$	$B^+, 1$	
R (5)	$O^+, 1$	$K^+, 1$	
Erhöhung	1	1	0

Abbildung 4: Netzwerk  $\vec{N}^3$  mit maximalem Fluss und Maximalkapazitäten

Wie in [Tabelle 3](#) notiert, ist nach zweimaliger Erhöhung um je eine Einheit nach Markierung der Quelle kein weiterer Knoten mehr erreichbar; der Algorithmus bricht somit ab. Der maximale Anzahl zusätzlicher Sendungen pro Minute von **A** nach **R** beträgt jetzt 8 (vgl. [Abbildung 4](#)). Die um 3 [pM] erhöhte Zahl an Sendungen von der Augenklinik zur Radiologie lässt sich durch die zusätzliche Verbindung  $\langle B, O \rangle$  mit Kapazität 3 SpM somit **nicht** vollständig bewältigen.