Aufgabe 2-7-6

Das Netzwerk $\vec{N}$ in Abbildung 1 sei die Darstellung eines Umladeproblems.

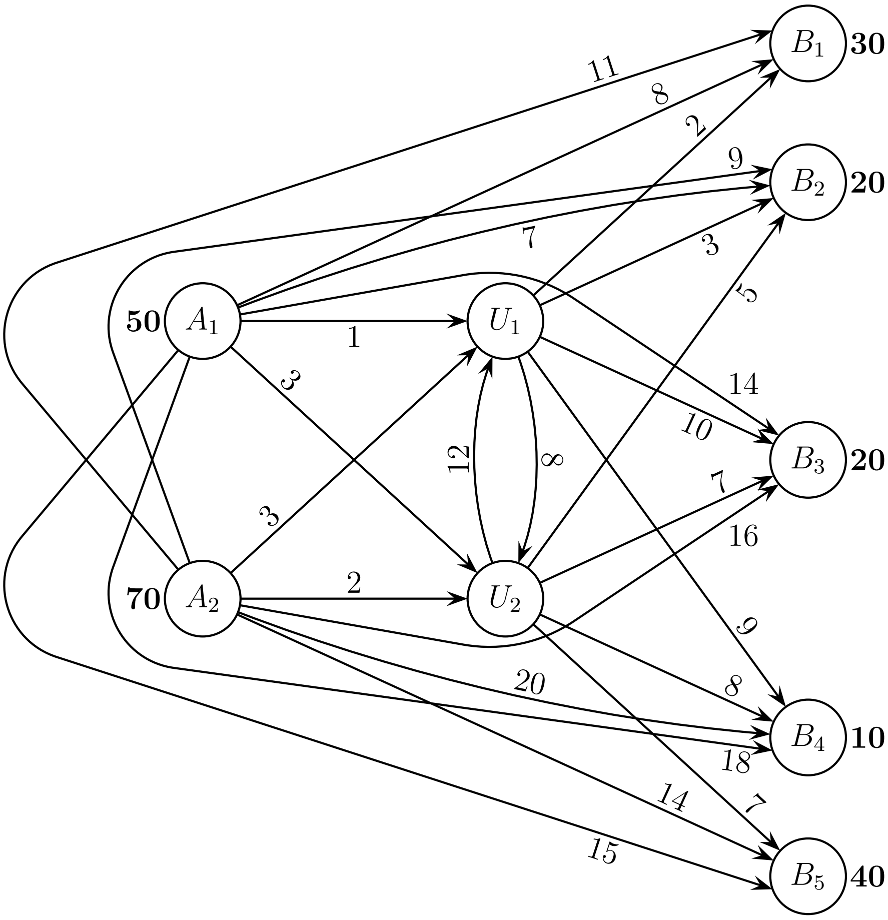

Abbildung 1: Netzwerk $\vec{N}$ zur Darstellung eines Umladeproblems

Die Bewertung der Pfeile in $\vec{N}$ gibt wie gewohnt die Einheitstransportkosten an. Die Werte an den Knoten der Angebotsorte A_1 und A_2 sind die jeweiligen Vorratsmengen, die Werte an den Knoten der Bedarfsorte B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 die jeweiligen Bedarfsmengen. Beschränkungen für die zu transportierenden Mengen sind nicht vorhanden. Allerdings kann B_5 von U_1 aus nicht beliefert werden. Auch eine Belieferung des Ortes B_1 ist von U_2 aus nicht möglich.

a) Erstellen Sie das Ausgangstableau für die Anwendung der Vogel-Approximations-Methode.

Da es sich um ein Umladeproblem handelt, sind bei der Erstellung des Tableaus einige Dinge zu beachten:

- Jeder Umladeknoten ist Nachfrage- und Angebotsknoten zugleich, existiert im Tableau also zweimal.
- In jedem Umladeknoten kann die maximal zu verladende Menge höchstens dem Gesamtangebot bzw. der Gesamtnachfrage entsprechen.
- Da die tatsächlich umgeladene Menge zunächst nicht bekannt ist, wird ein fiktiver Transport von jedem Umladeknoten zu sich selbst zugelassen.
- Stellen Sie bereits durch die Wahl der Transportkosten für die Verbindungen $<U_1, B_5>$ und $<U_2, B_1>$ sicher, dass diese im Algorithmus nicht ausgewählt werden.

b) Nachdem das Ausgangstableau erstellt ist, bestimmen nun Sie die Kostendifferenzen Δc.

c) Ermitteln Sie die erste Transportverbindung, die mit der Vogel-Approximations-Methode ausgewählt wird. Notieren Sie die zugehörigen Transportmenge und korrigieren Sie Angebots- und Nachfragemengen.

Lösungshinweise

Die Lösung zu allen Teilaufgaben ist in Tabelle 1 dargestellt.

Tabelle 1: Vogels-Approximations-Methode

$i \backslash j$	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	U_1'	U_2'	a_i	Δc	o
A_1	8	7	14	18	15	1	3	50	2	
A_2	11	9	16	20	14	3	2	70	1	
U_1	2	3	10	9	∞	50	8	120	1	
U_2	∞	5	7	8	7 | 40 | 1.	12	50	~~120~~ 80	2	
b_j	30	20	20	10	~~40~~ 0	120	120			
Δc	6	2	3	1	**7**	2	1			
o					1.					

c_{ij}	x_{ij}
k	

a) • Die Umladeknoten sind sowohl sowohl der Angebots- wie der Nachfrageseite zuzuordnen. In Tabelle 1 steht U_1 bzw. U_2 deshalb in der ersten Spalte und U_1' bzw. U_2' in der ersten Zeile des Tableaus.

• Die Summe der Angebote ist mit Wert 120 gleich der Summe der nachgefragten Menge. Laufen alle Transporte über U_1, kommen dort also maximal 120 ME an, die weiterverteilt werden. Für U_2 ist dieser Wert dann gleich 0. Umgekehrt können 120 ME in U_2 ankommen und nichts geht über U_1. Da die Transportwege noch nicht bekannt sind, wird $a_{U_1} = a_{U_2} = 120$ gesetzt.
Analog gilt auf der Nachfrageseite $b_{U_1'} = b_{U_2'} = 120$.

• Die meisten Kostenwerte c_{ij} sind in Abbildung 1 angegeben und können direkt ins Tableau übernommen werden.
Für die fehlenden Verbindungen $<U_1, B_5>$ und $<U_2, B_1>$ müssen sehr hohe Werte eingetragen werden, damit diese bei Anwendung der Vogel-Approximations-Methode nicht ausgewählt werden. In Tabelle 1 wurde deshalb dort ∞ notiert.

Wie sind jedoch die fiktiven Transporte von jedem Umladeknoten zu sich selbst zu bewerten? Hier muss sichergestellt sein, dass die Transportmengen – wenn überhaupt – zuletzt eingetragen werden, um den beschriebenen Ausgleich zur maximal möglichen Menge herzustellen. Der Kostenwert muss deshalb größer als alle übrigen Werte sein, ausgenommen ∞. In dieser Aufgabe wurde der Wert 50 gewählt.

b) Es wurden die Differenzen zwischen dem kleinsten und dem zweitkleinsten Kostenwert berechnet und in Spalte bzw. Zeile Δc in Tabelle 1 eingetragen.

c) In der Spalte B_5 ist der Wert von Δc maximal, und somit wird diese Spalte ausgewählt. Darin ist der Wert 7 das Minimum, und die Verbindung $<U_2, B_5>$ ist festgelegt. Transportiert werden können maximal $\min\{40, 120\} = 40$ ME.
