

Aufgabe 2-8-1

Gegeben sei das in [Abbildung 1](#) dargestellte Umladenetzwerk \vec{N} mit den Angebotsknoten 1, 2 und 3, den Umladeknoten 4, 5, und 6 sowie den Nachfrageknoten 7 und 8.

In den Angebotsorten 1, 2 und 3 stehen jeweils 100, 50 und 70 ME zur Verfügung; die Nachfrage in den Bedarfsorten 7 bzw. 8 beträgt 80 bzw. 140 ME. Die Ober- und Untergrenzen κ_{ij} und λ_{ij} sind an den Pfeilen des Netzwerks notiert.

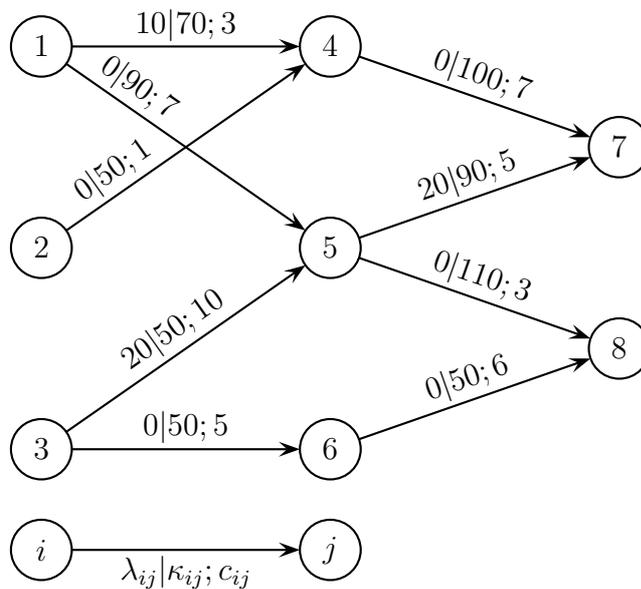
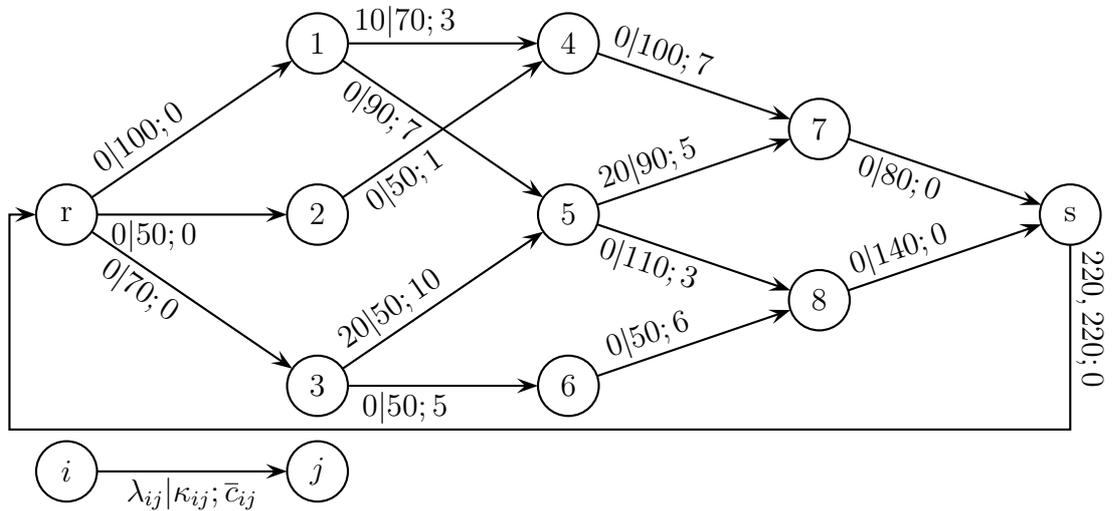


Abbildung 1: Umladenetzwerk \vec{N}

- Ergänzen Sie das Netzwerk in [Abbildung 1](#) zu einem Zirkulationsnetzwerk.
- Betrachten Sie das in [Abbildung 1](#) gegebene unkapazitierte Umladeproblem. Das Netzwerk soll graphisch in ein äquivalentes einstufiges Transportproblem umgeformt werden. Folgende Hinweise sollen Ihnen die Bearbeitung dieser Aufgabe erleichtern:
 - Jeder Umladeknoten ist Nachfrage- und Angebotsknoten zugleich.
 - In jedem Umladeknoten kann die maximal zu verladende Menge höchstens dem Gesamtangebot bzw. der Gesamtnachfrage entsprechen.
 - Da die tatsächlich umgeladene Menge zunächst nicht bekannt ist, wird ein fiktiver Transport von Umladeknoten j zu sich selbst zugelassen.
- Notieren Sie zum einstufigen Transportproblem aus Teil b) die zugehörige Transportkostenmatrix.

Lösungshinweise

a)

Abbildung 2: Umladenetzwerk \vec{N} als Zirkulationsnetzwerk.

b) Die Umladeknoten 4, 5 und 6 sind einerseits Nachfrageknoten, fungieren aber gleichzeitig als Anbieter der bei ihnen ankommenden Menge. Im Graphen werden sie deshalb kopiert und stehen als Knoten $4'$, $5'$ und $6'$ zugleich auf Anbieterseite. Von dort führen dann die Pfeile wie in \vec{N} zu den Nachfrageknoten 7 und 8.

Es fehlen noch Pfeile für die fiktiven Transporte von 4 zu $4'$, von 5 zu $5'$ und von 6 zu $6'$.

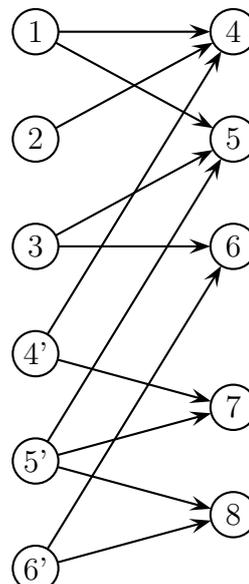


Abbildung 3: Graph zum Umladeproblem als klassisches Transportproblem

c) Für die vorhandenen Verbindungen zwischen Anbietern und Umladeorten können die Kosten direkt in die Matrix übernommen werden (s. [Tabelle 1](#)). Besteht keine solche Verbindung, wie zum Beispiel zwischen Anbieter 1 und Umladeort 6 wird in dieser Aufgabe der Wert ∞ in die Transportkostenmatrix eingetragen.¹

Auch zwischen Anbietern (1, 2, 3) und Nachfragern (7, 8) ist kein Transport möglich; hier steht ebenfalls der Wert ∞ .

Die Bewertung von Verbindungen zwischen Umladeorten (hier von den Kopien 4', 5', 6') und Nachfragern (7, 8) entspricht auch der aus dem Netzwerk \vec{N} in [Abbildung 1](#).

Schließlich fehlen noch die Kosten für die Verbindungen der Umladeknoten untereinander. Der Transport von 4 zu 4', von 5 zu 5' und von 6 zu 6' entspricht dem Verbleib einer Menge im Knoten und wird mit 0 bewertet. In die übrigen Positionen ist wieder der Wert ∞ einzutragen.

Die Angebots- und Nachfragemengen werden übernommen, und in den Umladeknoten besteht maximal ein Angebot von 220 ME, was auch der maximalen Nachfrage in diesen Orten entspricht.

Tabelle 1: Transportkostenmatrix zum Umladeproblem

Orte	4	5	6	7	8	a_i
1	3	7	∞	∞	∞	100
2	1	∞	∞	∞	∞	50
3	∞	10	5	∞	∞	70
....
4'	0	∞	∞	7	∞	220
5'	∞	0	∞	5	3	220
6'	∞	∞	0	∞	6	220
b_j	220	220	220	80	140	

¹ Je nach Lösungsalgorithmus muss gemäß Logik des Verfahrens an den Stellen mit Wert ∞ eine entsprechend große Zahl oder der Wert Null stehen.