

Aufgabe 2-8-4

Gegeben sei das in [Abbildung 1](#) dargestellte Umladenetzwerk  $\vec{N}$  mit den Angebotsknoten 1, 2 und 3, den Umladeknoten 4, 5, 6 und 7 sowie den Nachfrageknoten 8 und 9.

In den Angebotsorten 1, 2 und 3 stehen jeweils 100, 50 und 70 ME zur Verfügung; die Nachfrage in den Bedarfsorten 8 bzw. 9 beträgt 80 bzw. 140 ME. Die Ober- und Untergrenzen  $\kappa_{ij}$  und  $\lambda_{ij}$  sind an den Pfeilen des Netzwerks notiert.

- a) Ergänzen Sie das Netzwerk  $\vec{N}$  in [Abbildung 1](#) zu einem Zirkulationsnetzwerk  $\vec{N}'$ . Beschriften Sie auch die neuen Pfeile mit den Werten  $\lambda_{ij} | \kappa_{ij}; c_{ij}$ .
- b) Stellen Sie das primale LP-Problem zur Berechnung des kostenminimalen Flusses für  $\vec{N}'$  mit den angegebenen Zahlenwerten auf (vgl. (8.1) bis (8.4) in Einheit 2 des Moduls 31801).

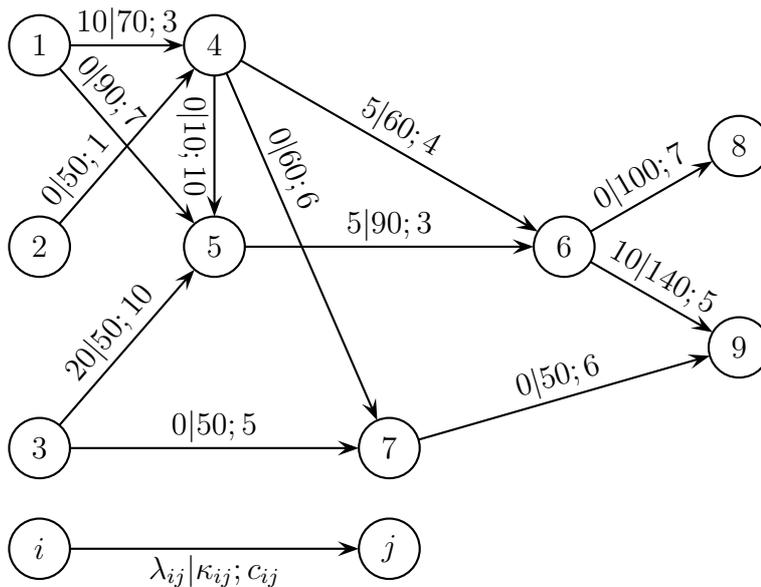
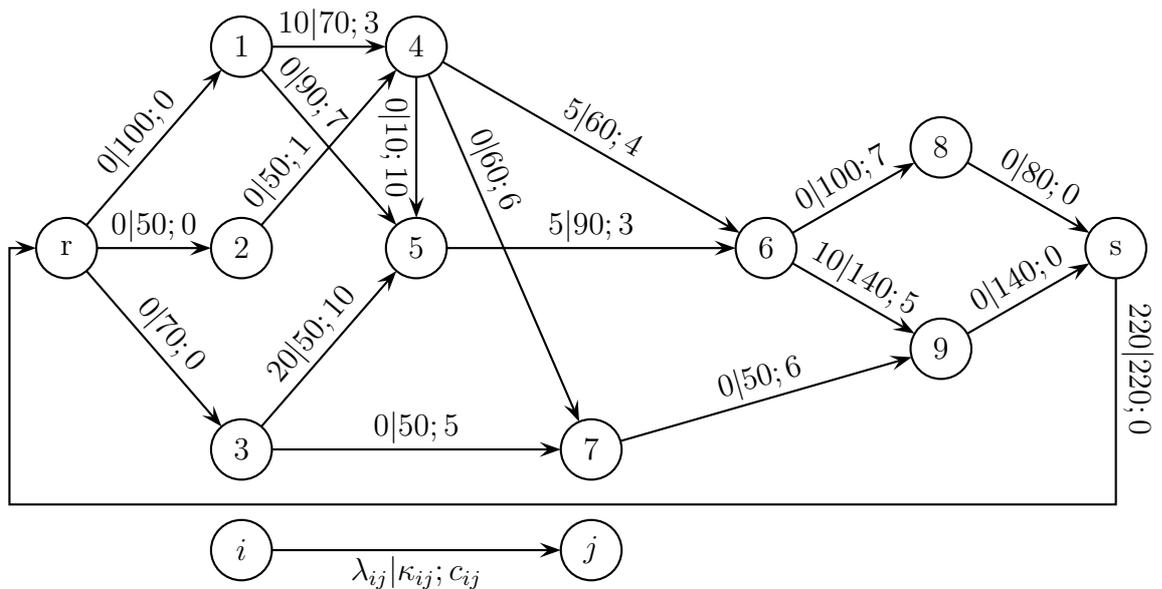


Abbildung 1: Umladenetzwerk  $\vec{N}$

## Lösungshinweise

- a) Gemäß Darstellung im Unterkapitel 8.2 (Einheit 2, Modul 31801) sind eine Quelle  $r$  sowie eine Senke  $s$  im Netzwerk  $\vec{N}$  zu ergänzen und diese Knoten mit den Knoten 1, 2, 3 bzw. 8 und 9 über entsprechende Pfeile zu verbinden. Die unteren Kapazitäten sind für alle neuen Verbindungen 0, die oberen Kapazitäten ergeben sich gerade aus den Angebots- und den Nachfragemengen. Es entstehen keine zusätzlichen Kosten. Außerdem ist noch der Rückflusspfeil von  $s$  nach  $r$  hinzuzufügen; auf dieser Verbindung soll genau die Summe der nachgefragten Mengeneinheiten »fließen«. Die untere ist somit gleich der oberen Kapazitätsschranke mit Wert 220; Kosten sind hier ebenfalls 0. Das zu einem Zirkulationsnetzwerk erweiterte Umladenetzwerk  $\vec{N}'$  ist in [Abbildung 2](#) dargestellt.

Abbildung 2: Umladenetzwerk  $\vec{N}'$  als Zirkulationsnetzwerk

b)

$$\begin{aligned} \min z = & \quad 3x_{14} & +7x_{15} & +x_{24} & +10x_{35} & +5x_{37} & +10x_{45} \\ & +4x_{46} & +6x_{47} & +3x_{56} & +7x_{68} & +5x_{69} & +6x_{79} \end{aligned}$$

u. d. N.:

$$\begin{aligned} x_{r1} & +x_{r2} & +x_{r3} & -x_{sr} & & & = 0 \\ x_{14} & +x_{15} & -x_{r1} & & & & = 0 \\ x_{24} & -x_{r2} & & & & & = 0 \\ x_{35} & +x_{37} & -x_{r3} & & & & = 0 \\ x_{45} & +x_{46} & +x_{47} & -x_{14} & -x_{24} & & = 0 \\ x_{56} & -x_{15} & -x_{35} & -x_{45} & & & = 0 \\ x_{68} & +x_{69} & -x_{46} & -x_{56} & & & = 0 \\ x_{79} & -x_{37} & -x_{47} & & & & = 0 \\ x_{8s} & -x_{68} & & & & & = 0 \\ x_{9s} & -x_{69} & -x_{79} & & & & = 0 \\ x_{sr} & -x_{8s} & -x_{9s} & & & & = 0 \end{aligned}$$

Die ebenfalls für jeden Pfeil des Netzwerks anzugebenden Kapazitätsrestriktionen der Form  $x_{ij} \geq \lambda_{ij}$  (8.3) und  $x_{ij} \leq \kappa_{ij}$  (8.4) lauten konkret für das betrachtete Netzwerk:

$$\begin{aligned} x_{r1} & \geq 0, & x_{r2} & \geq 0, & x_{r3} & \geq 0, & x_{14} & \geq 10, & x_{15} & \geq 0, & x_{24} & \geq 0, \\ x_{35} & \geq 20, & \dots & & x_{8s} & \geq 0, & x_{9s} & \geq 0, & x_{sr} & \geq 220 \\ x_{r1} & \leq 100, & x_{35} & \leq 50, & x_{68} & \leq 100, & x_{8s} & \leq 80, & & \text{usw.} \end{aligned}$$