

**Aufgabe 3-2-1**

In Nordrhein-Westfalen (NRW) existiert ein dichtes Autobahnnetz, und so sind auch die Städte über Autobahnen schnell erreichbar. Entfernungen zu Direktverbindung entnehmen Sie bitte der nachfolgend als [Tabelle 1](#) notierten Bewertungsmatrix  $C(G)$ ; aufgenommen sind (in alphabetischer Reihenfolge) die Städte Bochum (BO), Dortmund (DO), Duisburg (DU), Essen (E), Gelsenkirchen (GE), Hagen (HA), Herne (HER), Hilden (HIL), Oberhausen (OB) und Wuppertal (W).

Das Fernbusunternehmen *CommeOR* plant eine Rundreise, die in Hagen beginnt und durch alle neun Städte zurück nach Hagen führt. Ziel ist es, die Länge der Tour zu minimieren.

Tabelle 1: Städteentfernungen in NRW (Direktverbindung)

[km]	BO	DO	DU	E	GE	HA	HER	HIL	OB	W
BO	0	22	$\infty$	19	$\infty$	37	7	$\infty$	$\infty$	33
DO	22	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	30	25	$\infty$	$\infty$	$\infty$
DU	$\infty$	$\infty$	0	23	$\infty$	$\infty$	$\infty$	42	16	$\infty$
E	19	$\infty$	23	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	41	$\infty$	$\infty$
GE	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	15	$\infty$	17	$\infty$
HA	37	30	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	34
HER	7	25	$\infty$	$\infty$	15	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
HIL	$\infty$	$\infty$	42	41	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	24
OB	$\infty$	$\infty$	16	$\infty$	17	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$
W	33	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	34	$\infty$	24	$\infty$	0

- a) Zeichnen Sie dazu zunächst den Graphen  $G = [V, E]$ , der durch die Bewertungsmatrix in [Tabelle 1](#) gegeben ist. Orientieren Sie sich bei der Anordnung der Knoten an [Abbildung 1](#).

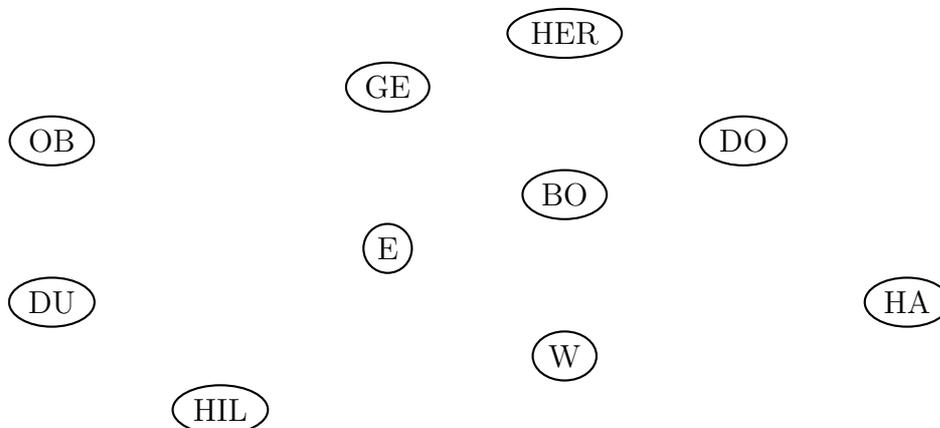
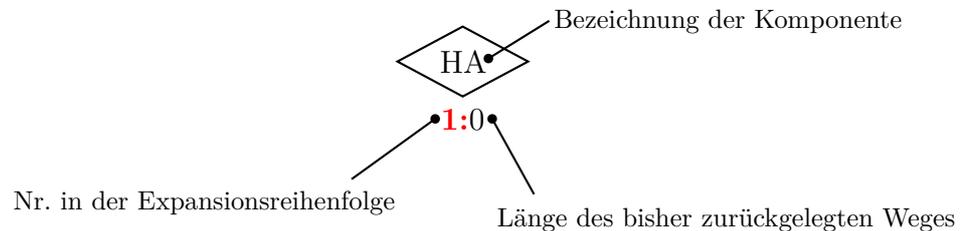


Abbildung 1: Knotenanordnung

- b) Welche Route fährt der Bus, wenn die Strecke mittels des Verfahrens des **Nächsten Nachbarn** ermittelt wird? Sollte in einem Knoten kein direkter Nachbar existieren, wählen Sie einen beliebigen noch nicht besuchten Ort und bewerten Sie diese Strecke mit 100 km. Wieviel Kilometer werden insgesamt zurückgelegt?
- c) Sie wollen auf Nummer sicher gehen und mittels **Breitensuche** alle möglichen Lösungen generieren, um dann die beste Tour durch einfachen Vergleich zu ermitteln. Zeichnen Sie mit Hagen als Wurzelknoten den Suchgraphen, und führen Sie gemäß dem Algorithmus 2.2 »Expansion« aus Kapitel 2 der Einheit 3 (Modul 31801) insgesamt **5 Expansionen** vollständig durch. (Zu einem expandierten Knoten müssen alle Nachbarn eingetragen werden!) Notieren Sie wie nachfolgend angegeben in den Knoten den zuletzt hinzugekommenen Ort der Rundreise; an den Knoten jeweils die Nr. in der Reihenfolge der Expansion und außerdem die Länge der bis dahin zurückgelegten Strecke. Beginnen Sie bei der Erzeugung der Knoten jeweils im Osten und generieren Sie gegen den Uhrzeigersinn. Bereits in der aktuell betrachteten Teiltour enthaltene Knoten werden nicht mehr betrachtet, da sich ein Kreis schließen würde und jeder Ort nur einmal besucht werden darf.



Lösungshinweise

a)

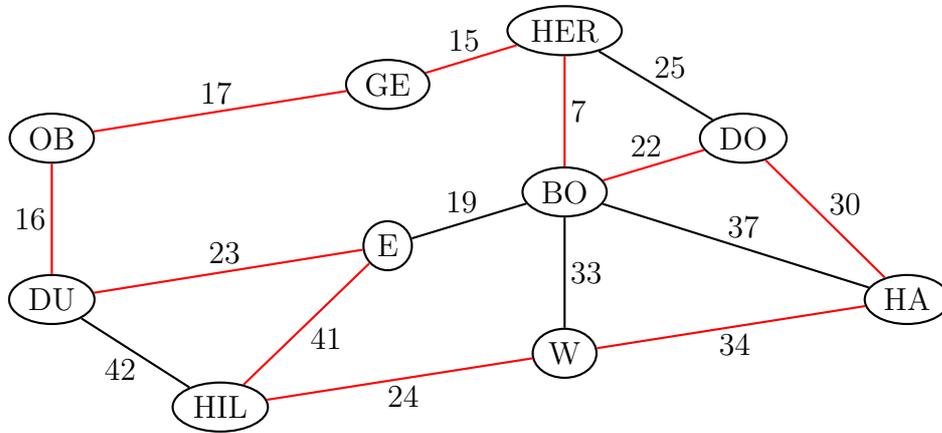


Abbildung 2: Graph  $G = [V, E]$

- b) Der Bus fährt die Strecke  $HA - DO - BO - HER - GE - OB - DU - E - HIL - W - HA$  und legt dabei 229 km zurück.
- c) Basierend auf dem Suchverfahren mit dem Operator »Expansion« sind die Breiten- und die Tiefensuche zu unterscheiden. In beiden Fällen werden alle möglichen Alternativen betrachtet, bis beispielsweise ein gesuchtes Element gefunden ist. Lediglich die Vorgehensweisen unterscheiden sich. Bei der Breitensuche werden alle Knoten einer Ebene vollständig expandiert, bevor man zur nächsten Ebene weitergeht. Die Organisationsform des Datenspeichers entspricht der Schlange und folgt dem Prinzip FIFO (first in first out).

In dieser Aufgabe soll die Breitensuche mit 12 Expansionen durchgeführt werden. Beginnend mit HA als Wurzel des Suchbaumes werden gegen den Uhrzeigersinn die Knoten [DO, BO, W] jeweils in der Schlange hinten angefügt.

Von [DO, BO, W] wird das erste Element ausgewählt und expandiert, d.h. es werden nun die Knoten HER und BO hinzugefügt und DO wird im Speicher gelöscht bzw. in der Liste gestrichen. (Beachten Sie, dass die Orte in der Liste die vollständige, bis dahin gefundene Tour repräsentieren, in der Liste also auch doppelt vorkommen können.)

Mit der Liste [BO, W, HER, BO] wird das Verfahren fortgesetzt und der Knoten BO als Nr. 3 expandiert. Es entsteht der in [Abbildung 3](#) gezeigte Suchgraph.

Die Nummerierung unter den Knoten zeigt, dass die Elemente einer Baumebene vollständig für die Expansion ausgewählt werden, bevor zur nächsten

Baumebene übergegangen wird. Ein Weg gilt erst als abgeschlossen, wenn der letzte Knoten (Zielknoten) aus der Liste der offenen Knoten ausgewählt wird. Da kein Zielknoten oder Zielwert vorgegeben ist, würden alle Wege erzeugt, die eine Rundreise darstellen. Bei der Berechnung der Länge der Tour darf die Rückkehr nach Hagen nicht vergessen werden. Mit der Aufgabe, dass nur fünf Knoten zu expandieren waren, ergibt sich der in [Abbildung 3](#) gezeigte (unvollständige) Suchbaum.

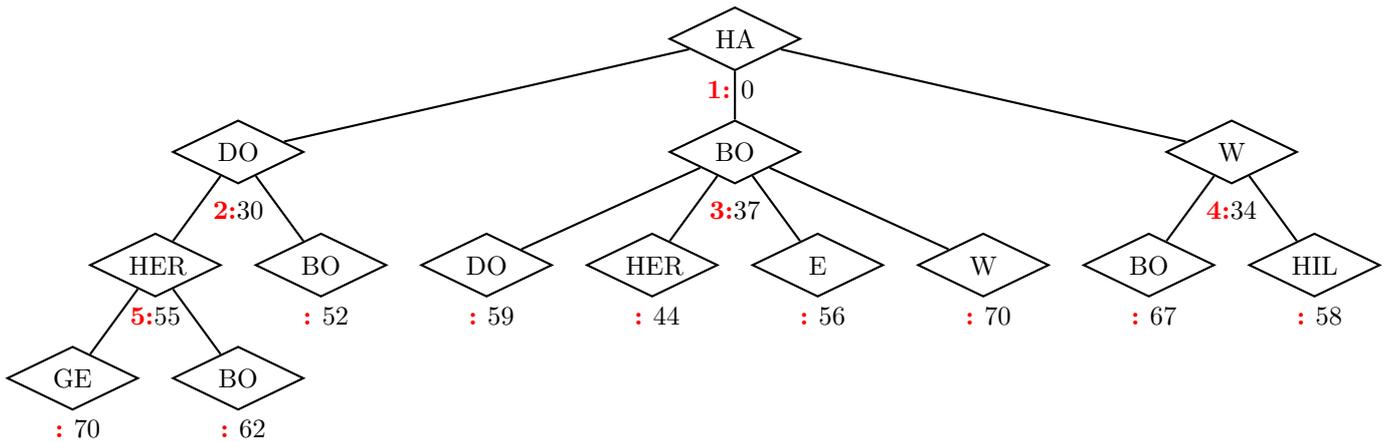


Abbildung 3: Suchbaum zur Breitensuche