
Aufgabe 3-4-3

Stromnetze müssen laufend überwacht werden, damit es zu keinen netz- oder systemkritischen Situationen kommt. Um das Netz stabil zu halten, können bspw. konventionelle Energieanlagen heruntergefahren oder erneuerbare Energien wie Wind-, Photovoltaik- und Kraft-Wärmekopplungs-Anlagen zugeschaltet werden. Beim Netzbetreiber werde die Belastung des Stromnetzes vom Personal in drei Schichten zu je 8 Stunden zu kontrolliert.

Für den Schichtdienst im Kontrollraum sollen Herr **A**dam, Frau **B**ehrend, Herr **C**ohn, Frau **D**omen, Herr **E**wald, Frau **F**ranke und Herr **G**ross so eingesetzt werden, dass

- 1) mindestens zwei Personen jeder Schicht zugeteilt werden,
- 2) die erfahrenen Angestellten Herr Adam, Frau Behrend und Herr Cohn jeweils paarweise nicht zusammen in einer Schicht tätig sind,
- 3) ebenso Frau Domen, Herr Ewald und Herr Gross jeweils paarweise nicht zusammen in einer Schicht arbeiten,
- 4) Herr Cohn nicht mit Frau Franke, Herr Adam nicht mit Herrn Ewald und auch Herr Ewald nicht mit Frau Franke gemeinsam einer Schicht zugewiesen sind.

Die Personaleinsatzplanung hat Sie nun damit beauftragt, unter Verwendung des Simulated Annealing einen entsprechenden Schichteinsatzplan zu erstellen.

Bezeichnet man im folgenden die Mitarbeitenden nur noch kurz mit ihren Anfangsbuchstaben, so beschreibt beispielsweise der Vektor $[(AEG),(CD),(BF)]$ die Schichtverteilung

Schicht 1: Adam, Ewald, Gross

Schicht 2: Cohn, Domen

Schicht 3: Behrend, Franke.

In der Initialisierungsphase wird eine **Startlösung** generiert, und die Namen innerhalb jeder Schicht werden alphabetisch geordnet. Das obige Beispiel $[(AEG),(CD),(BF)]$ erfüllt diese Bedingung.

Nachbarlösungen zu einer Startlösung sind wie folgt definiert:

Man wählt die erste Position der 3-er Schicht – hier also A –, ordnet die Person einer 2-er Schicht zu und positioniert sie als letztes Element.

Die möglichen Nachbarlösungen in unserem Beispiel lauten somit:

$[(EG),(CDA),(BF)]$ und $[(EG),(CD),(BFA)]$, da das erste Element der 3-er Schicht (AEG) sowohl (CD) als auch (BF) zugeordnet werden kann.

Bei Akzeptanz einer Lösung betrachtet man wieder die an erster Position geführte Person der 3-Personenschicht.

Wird keine Lösung akzeptiert, so rückt der gerade betrachtete Buchstabe an die letzte Position der ursprünglich zugeteilten 3-er Schicht.

- Abstrahieren Sie das Schichteinsatzproblem auf einen Graph mit 7 Knoten. Versehen Sie dabei die Knoten mit den jeweiligen Anfangsbuchstaben der Personen, und stellen Sie die zu vermeidenden Einsatzkombinationen durch Kanten dar.
- Formulieren Sie für das Problem eine geeignete Zielfunktion, die bei Minimierung zu einer optimalen Lösung ohne Konflikte führt.
- Bewerten Sie die folgenden Lösungen anhand der in b) definierten Zielfunktion. [(EG),(CDA),(BF)], [(EG),(DA),(BFC)], [(EGC),(DA),(BF)].
- Führen Sie das Verfahren Simulated Annealing unter Anwendung des in Einheit 3 des Moduls beschriebenen Pseudocodes (Algorithmus 4.1) mit der in b) gewählten Zielfunktion und dem Abkühlplan $T_{k+1} = 0.5 \cdot T_k$ durch. Die Starttemperatur ist $T_0 = 5$, wobei die Boltzmannkonstante dabei schon mit eingerechnet wurde.

Hinweis: Brechen Sie das Verfahren spätestens nach 8 Iterationen ab! Je nach Auswahl der Nachbarlösungen, ist das Optimum dann eventuell noch nicht erreicht. Verwenden Sie die in [Tabelle 1](#), Spalte R angegebenen Zufallszahlen.

Tabelle 1: Schema für die Lösung des Zuordnungsproblems mit Simulated Annealing

Aktuelle Lösung	Nachbarlösung	F_{akt}	F_N	ΔF	T_k	$p(\Delta F, T_k)$	R	akzept.
[(AEG),(CD),(BF)]					5		0,93	
							0,21	
							0,47	
							0,18	
							0,84	
							0,10	
							0,03	
							0,72	

- Stellen Sie die zuletzt ermittelte Lösung in Form eines entsprechend in a) beschriebenen Graphen dar, indem Sie den Knoten auch die entsprechende Schicht zuweisen und interpretieren Sie das Ergebnis.
- Beschreiben Sie bitte die wesentliche Bedeutung des Abkühlplans für das Simulated Annealing.
- Welche Konsequenz hat eine niedrige Starttemperatur auf den Iterationsprozess des Verfahrens im Vergleich zu einer hohen Starttemperatur bei gleichem Abkühlplan?

Lösungshinweise

a)

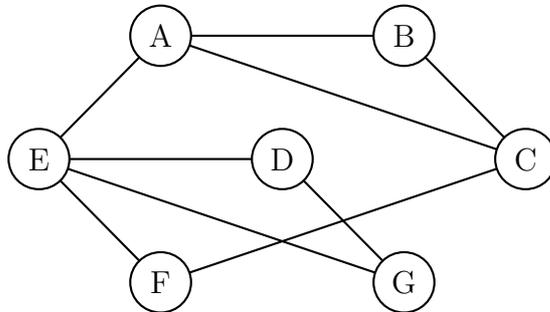


Abbildung 1: Graphische Darstellung des Schichteinsatzproblems

b) Minimiere die Anzahl der Schichtzuweisungen für Knoten (Personen), die durch eine Kante verbunden sind (Verbote), d.h. $\min F$, wobei

$$F := \sum_{i,j} f_{ij} \text{ mit } f_{ij} := \begin{cases} 0, & \text{falls } i, j \text{ zwei Knoten einer Schicht, aber} \\ & \text{nicht durch eine Kante verbunden sind,} \\ & \text{oder Knoten } i, j \text{ nicht in einer Schicht,} \\ 1, & \text{falls } i, j \text{ zwei Knoten einer Schicht} \\ & \text{und durch eine Kante verbunden sind.} \end{cases}$$

Eine optimale Lösung liegt genau dann vor, wenn $F = 0$; alle Verbote sind eingehalten.

c) Für $[(\underline{EG}),(\underline{CDA}),(\underline{BF})]$ gilt: $F = 2$, für $[(\underline{EG}),(\underline{DA}),(\underline{BFC})]$ gilt: $F = 3$ und für $[(\underline{EGC}),(\underline{DA}),(\underline{BF})]$ gilt: $F = 1$.

d)

Tabelle 2: Lösungstabelle Simulated Annealing

Aktuelle Lösung	Nachbarlösung	F_{akt}	F_N	ΔF	T_k	$p(\Delta F, T_k)$	R	akzept.
$[(\underline{AEG}),(\underline{CD}),(\underline{BF})]$	$[(\underline{EG}),(\underline{CDA}),(\underline{BF})]$	2	2	0	5	1,00	0,93	ja
$[(\underline{EG}),(\underline{CDA}),(\underline{BF})]$	$[(\underline{EGC}),(\underline{DA}),(\underline{BF})]$	2	1	-1	5/2		0,21	ja
$[(\underline{EGC}),(\underline{DA}),(\underline{BF})]$	$[(\underline{GC}),(\underline{DAE}),(\underline{BF})]$	1	2	1	5/4	0,45	0,47	nein
$[(\underline{EGC}),(\underline{DA}),(\underline{BF})]$	$[(\underline{GC}),(\underline{DA}),(\underline{BFE})]$	1	1	0	5/4	1,00	0,18	ja
$[(\underline{GC}),(\underline{DA}),(\underline{BFE})]$	$[(\underline{GCB}),(\underline{DA}),(\underline{FE})]$	1	2	1	5/8	0,20	0,84	nein
$[(\underline{GC}),(\underline{DA}),(\underline{BFE})]$	$[(\underline{GC}),(\underline{DAB}),(\underline{FE})]$	1	2	1	5/8	0,20	0,10	ja
$[(\underline{GC}),(\underline{DAB}),(\underline{FE})]$	$[(\underline{GCD}),(\underline{AB}),(\underline{FE})]$	2	3	1	5/16	0,04	0,03	ja
$[(\underline{GCD}),(\underline{AB}),(\underline{FE})]$	$[(\underline{CD}),(\underline{ABG}),(\underline{FE})]$	3	2	-1	5/32		0,72	ja

Nach der 8. Iteration wurde noch keine optimale Lösung gefunden; das Verfahren wird an dieser Stelle abgebrochen.

- e) Das Ziel, den Graphen mit drei Farben einzufärben wurde noch nicht erreicht. In der aktuellen Lösung gibt es zwei Konflikte zwischen E und F sowie zwischen A und B.

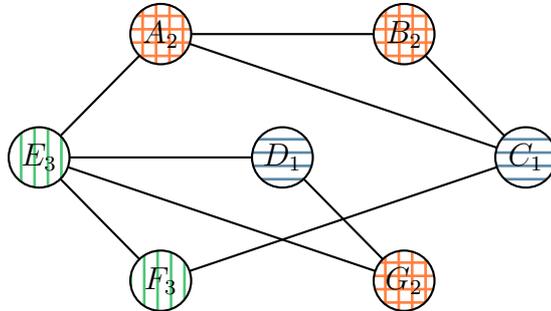


Abbildung 2: Lösungsgraphik mit Schichtzuweisung

- f) Durch die Berücksichtigung eines Abkühlplans soll sowohl die Terminierung des Verfahrens in einem lokalen Optimum als auch die Gefahr des Verlassens »guter« Lösungen vermieden werden. Durch ein schnelles Abkühlen ist im Vergleich zu einem langsameren Abkühlvorgang die Anzahl der durchzuführenden Iterationen zwar geringer, die Lösung aber i.A. auch schlechter.
- g) Wird die Starttemperatur zu Beginn recht hoch gesetzt, so ist die Wahrscheinlichkeit für die Akzeptanz schlechterer Lösungen größer als bei einer niedrigeren Starttemperatur. Denn für zwei Starttemperaturen T_0^1 und T_0^2 mit $T_0^1 < T_0^2$ gilt unmittelbar auch $e^{-\Delta/T_0^1} < e^{-\Delta/T_0^2}$.