

---

**Aufgabe 3-5-1**

---

5 Personen stehen für einen Nachmittag 5 verschiedene Sportgeräte zur Verfügung, die jeweils nur von einer Person genutzt werden können. Alle Sporttreibenden sollen den gesamten Nachmittag an jeweils einem Gerät trainieren. Zu optimieren ist die Gesamtfitness aller 5 Personen. Den Grad an Fitness, die Person  $i$  beim Training mit Gerät  $j$  an einem Nachmittag erreichen kann, ist in [Tabelle 1](#) notiert. Achtung! Der Fitnesswert kann auch negativ sein.

Tabelle 1: Fitnesswerte für Personen nach Gerätetraining

	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$	$G_5$
$S_1$	78	-16	19	25	83
$S_2$	99	98	87	16	92
$S_3$	86	19	39	88	17
$S_4$	-20	99	88	79	65
$S_5$	67	98	90	48	60

Obwohl exakte Verfahren zur Lösung dieser Aufgabe existieren, ist man vielleicht bei sehr großen Problemen lediglich an einer guten Lösung interessiert, die aber schon nach sehr kurzer Zeit vorliegt. In diesem Fall können sogenannte »intelligente Strategien« verwendet werden, wobei für die obige Problemstellung Tabu Search ausgewählt wurde.

a) Eine Zuordnungsproblem kann durch eine Permutation repräsentiert werden; dem Person  $i$  wird das Gerät  $\phi(i)$  zugeordnet. Damit stellt  $(G_2, G_3, G_4, G_5, G_1)$  oder kurz  $x^1 = (2, 3, 4, 5, 1)$  eine Lösung des Zuordnungsproblems dar, bei der Person 1 ( $S_1$ ) auf Gerät 2 ( $G_2$ ) trainiert usw.

Formulieren Sie zu der genannten Repräsentation einen geeigneten Nachbarschaftsbegriff. Erläutern Sie Ihre Überlegungen an einem Beispiel zu obiger Aufgabenstellung.

b) Um das beschriebene Problem mit Tabu Search zu lösen, wählen Sie  $x^1$  als Startlösung und geben hierzu gemäß dem im ersten Teil der Aufgabe formulierten Nachbarschaftsoperator alle möglichen Nachbarn und die entsprechenden Fitnesswerte an. Wählen Sie die beste Nachbarlösung als  $x^2$ .

c) Wie kann ein *from*-Attribut geeignet gewählt werden, wie lautet analog hierzu das entsprechende *to*-Attribut. Erläutern Sie Ihre Angaben durch Fortführung des Beispiels, und notieren Sie sowohl für das *from*- als auch das *to*-Attribut die Einträge in der Tabu-Liste für den Übergang von  $x^1$  zu  $x^2$  (siehe Teil b) der Aufgabe).

- d) Führen Sie sowohl für das *from*- als auch für das *to*-Attribut zwei weitere Iterationsschritte durch; bei Verwendung des *from*-Attributs habe die Tabu-Liste eine Länge von drei Elementen, beim *to*-Attribut habe sie nur die Länge 1. Notieren Sie auch im letzten Schritt noch den jeweiligen Tabu-Status und markieren die Auswahl für die nächste Iteration. Notieren Sie Ihre Lösung als Tabelle, mit den in [Tabelle 2](#) und [Tabelle 3](#) angegebenen Einträgen.

Tabelle 2: Lösungsschema *from*-Attribut

$i$	$x^i$	FGW	$N(x^i)$	FGW	Tabu-Status	<i>from</i> -Attribut (vollständige Liste)

Tabelle 3: Lösungsschema *to*-Attribut

$i$	$x^i$	FGW	$N(x^i)$	FGW	Tabu-Status	<i>to</i> -Attribut (vollständige Liste)



---

**Lösungshinweise**

---

- a) Wie beschrieben, wird die Lösung eines Zuordnungsproblems in dieser Aufgabe durch eine Permutation repräsentiert; der Person  $i$  wird das Gerät  $\phi(i)$  zugeordnet. Tauschen zwei nebeneinander stehende Sporttreibende ihre Geräte, so entstehe eine benachbarte Lösung. Der Tausch des ersten und des letzten Gerätes sei in dieser Aufgabe nicht vorgesehen.
- b) Für den in a) angegebenen Nachbarschaftsoperator ist in diesem Beispiel  $x^1 = (2, 3, 4, 5, 1)$  die Ausgangslösung mit Fitnessgesamtwert (FGW) von 291, zu der folgende Nachbarn generiert werden:  $x^{11} = (3, 2, 4, 5, 1)$  [337],  $x^{12} = (2, 4, 3, 5, 1)$  [171],  $x^{13} = (2, 3, 5, 4, 1)$  [234],  $x^{14} = (2, 3, 4, 1, 5)$  [199]. In eckigen Klammern stehen jeweils die zugehörigen Fitnesswerte. Die beste Nachbarlösung ist  $x^2 := x^{13} = (2, 3, 5, 4, 1)$  mit FGW 337.
- c) *from*- und *to*-Attribute werden eindeutig durch Eigenschaften festgelegt. Für die gewählte Repräsentationsform einer Lösung des Zuordnungsproblems, sei  $E = \{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6\}$ , wobei  $E_k$  der Wert der  $k$ -ten Komponente. Das *from*-Attribut beim Übergang von  $x^1$  zu  $x^2$  wird bestimmt durch die Ausprägungen, die in  $x^1$  stehen und in  $x^2$  verändert wurden. Im Beispiel ist  $from(x^1, x^2) = (-, -, 4, 5, -)$ . Für das *to*-Attribut werden entsprechend die in  $x^2$  stehenden, veränderten Positionen mit ihren Werten notiert;  $to(x^1, x^2) = (-, -, 5, 4, -)$ .
- d) Die Länge der Tabu-Liste für das *from*-Attribut sei 3; es ergibt sich der in [Tabelle 4](#) dargestellte Verlauf. Für das *to*-Attribut sei die Länge der Tabu-Liste gleich 1; die Iterationen sind in [Tabelle 5](#) notiert. Sie stimmen in diesen ersten drei Schritten bei der Generierung der Nachbarschaft mit der beim *from*-Attribut überein. Im dritten Schritt sind allerdings drei der vier Nachbarn tabu.
-

Tabelle 4: Iterationen bei Verwendung des *from*-Attributs

$i$	$x^i$	FGW	$N(x^i)$	FGW	Tabu-Status	<i>from</i> -Attribut (vollständige Liste)
1	(2,3,4,5,1)	291	<b>(3,2,4,5,1)</b> (2,4,3,5,1) (2,3,5,4,1) (2,3,4,1,5)	<b>337</b> 171 234 199	– – – –	
2	(3,2,4,5,1)	337	<del>(2,3,4,5,1)</del> (3,4,2,5,1) <b>(3,2,5,4,1)</b> (3,2,4,1,5)	<del>291</del> 206 <b>280</b> 245	1. – – –	1. (2,3,-,-,-)
3	(3,2,5,4,1)	280	<del>(2,3,5,4,1)</del> <b>(3,5,2,4,1)</b> <del>(3,2,4,5,1)</del> (3,2,5,1,4)	<del>234</del> <b>276</b> <del>337</del> 162	1. – 2. –	1. (2,3,-,-,-) 2. (-,-,4,5,-)

Tabelle 5: Iterationen bei Verwendung des *to*-Attributs

$i$	$x^i$	FGW	$N(x^i)$	FGW	Tabu-Status	<i>to</i> -Attribut (vollständige Liste)
1	(2,3,4,5,1)	291	<b>(3,2,4,5,1)</b> (2,4,3,5,1) (2,3,5,4,1) (2,3,4,1,5)	<b>337</b> 171 234 199	– – – –	
2	(3,2,4,5,1)	337	<del>(2,3,4,5,1)</del> <del>(3,4,2,5,1)</del> <b>(3,2,5,4,1)</b> (3,2,4,1,5)	<del>291</del> 206 <b>280</b> 245	1. 1. – –	1. (3,2,-,-,-)
3	(3,2,5,4,1)	280	<b>(2,3,5,4,1)</b> <del>(3,5,2,4,1)</del> <del>(3,2,4,5,1)</del> <del>(3,2,5,1,4)</del>	<b>234</b> 276 <del>337</del> 162	– 2. 2. 2.	2. (-,-,5,4,-)