**Aufgabe B0502**

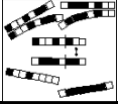
Bei der Lagerung von Chemikalien ist zu beachten, dass gewisse Stoffe aufgrund ihrer Gefährlichkeit nicht zusammen in einem Raum gelagert werden dürfen. Der Chemiekonzern GAIER hat folgende Stoffe zu lagern:

Chemikalie 1	Organisches Peroxid
Chemikalie 2	Brennbare Flüssigkeit
Chemikalie 3	Brennbarer Feststoff
Chemikalie 4	Leichtentzündlicher Feststoff
Chemikalie 5	Giftiger Stoff
Chemikalie 6	Ätzender Stoff
Chemikalie 7	Umweltgefährlicher Stoff

Nachfolgende Tabelle gibt an, welche Chemikalien in einem Raum zusammen gelagert bzw. nicht zusammen gelagert werden dürfen. Sind Stoffe einer Zeile und Spalte mit X markiert, so dürfen diese **nicht** miteinander gelagert werden, ansonsten bestehen keine Gefahren.

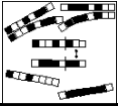
Chemikalie	1	2	3	4	5	6	7
1		X	X		X	X	X
2	X						X
3	X			X	X		
4			X		X		
5	X		X	X		X	
6	X				X		
7	X	X					

Der Konzern GAIER hat Sie nun als Experte für OR-Fragen beauftragt, das Lagerungsproblem mit dem Tabu Search Verfahren zu lösen. Es ist bekannt, dass man zur Lösung des Problems mit drei Lagerräumen **A**, **B** und **C** auskommt. Eine Lagerungsvariante wird im folgenden durch einen Vektor der Länge 7 dargestellt. Die Komponenten des Vektors enthalten in der Reihenfolge der Chemikaliennummerierung den jeweiligen Lagerungsraum. Ein *move* entspricht der Bewegung einer Chemikalie von einem Lagerungsraum in einen anderen. Aufgrund der Anordnung der Lagerräume sind die *moves* von **A** direkt nach **C** und **C** direkt nach **A** nicht möglich. Zwei Lagerungsverteilungen, im folgenden stets Lösungen genannt,



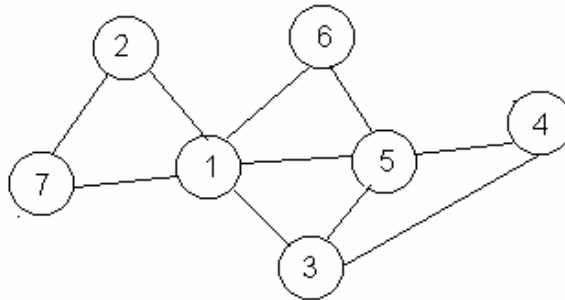
heißen benachbart, wenn die zweite durch eine zulässige Bewegung einer Chemikalie aus der ersten hervorgegangen ist.

- a) Geben Sie ausgehend von der Lösung  $x_0 = (\mathbf{C}, \mathbf{B}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{B}, \mathbf{B}, \mathbf{A})$  drei benachbarte Lösungen im Sinne des oben beschriebenen Nachbarschaftsbegriffs an.
- b) Repräsentieren Sie die tabellarische Darstellung in einem Graphen, bei dem jeder Knoten einer Chemikalie entspricht und verbinden sie diese genau dann mit einer Kante, wenn eine Zusammenlagerung nicht erlaubt ist.
- c) Eine bekannte Anwendung des Tabu Search Verfahrens ist die Knotenfärbung von Graphen. Ziel ist es hierbei, die Knoten des Graphen so einzufärben, dass mit einer Kante verbundene Knoten nicht die gleiche Farbe besitzen dürfen. Beschreiben Sie kurz, weshalb das oben beschriebene Lagerungsproblem auch als Problem der Knotenfärbung in Graphen aufgefasst werden kann.
- d) Eine Lösung für das Lagerungsproblem heißt nun zulässig, wenn benachbarte Knoten nicht die gleiche Raumbezeichnung tragen. Formulieren sie eine geeignete Zielfunktion, die bei Minimierung zur Zulässigkeit führt.
- e) Bewerten Sie mit der in d) von Ihnen bestimmten Zielfunktion die folgenden Lagerungen
$$x_1 = (\mathbf{C}, \mathbf{B}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{A}, \mathbf{A}, \mathbf{B})$$
$$x_2 = (\mathbf{B}, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{A}, \mathbf{C}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$$
$$x_3 = (\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{B}, \mathbf{A}, \mathbf{C}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$$
- f) Skizzieren Sie den Graphen zur Lösung  $x_3$ , indem Sie jedem Knoten auch den zugeordneten Lagerungsraum zuweisen und kommentieren Sie das Ergebnis.

**Lösungshinweise**

- a) Beispielsweise stellen die drei folgenden Lösungen Nachbarn von  $x_0$  dar.  
(C, A, B, C, B, B, A), (B, B, B, C, B, B, A) und (C, B, B, C, B, B, B).

b)



- c) Die einzelnen Knoten des Graphen sind mit den verschiedenen Lagerungsräumen so zu bezeichnen – einzufärben –, dass Knoten, die mit einer Kante verbunden sind, nicht gleich bezeichnet werden, d.h. nicht dieselbe Farbe tragen.
- d) Eine mögliche Formulierung der Zielfunktion ist die folgende:  
Minimiere  $f =$  Anzahl der Kanten, deren inzidenten Knoten dem selben Lagerraum zugeordnet sind. Im Optimum ist der Zielfunktionswert 0.
- e) Mit der in d) formulierten Zielfunktion ergibt sich demnach für die angegebenen Lösungen:  $f(x_1) = 2$ ,  $f(x_2) = 2$  und  $f(x_3) = 0$ .
- f) Bei der dritten Lagerraumzuordnung bestehen keine Konflikte, die Lösung ist mit minimalem Zielfunktionswert optimal.

