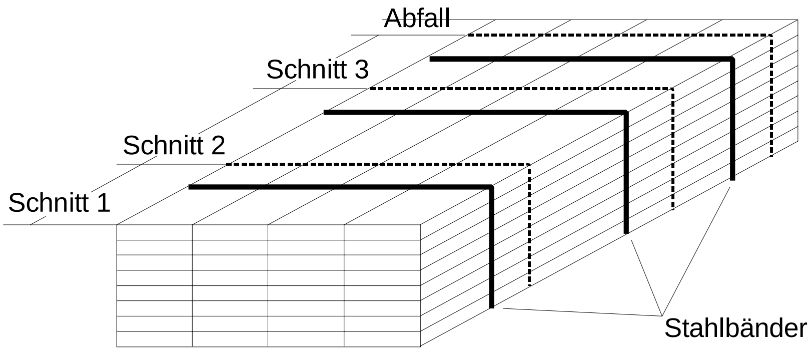
Aufgabe B0603

Hersteller billiger Holzprodukte, wie z.B. Paletten und Transportkisten, sägen die benötigten Bretter oft in Bündeln zu. Es handelt sich hierbei um ein eindimensionales Verschnittproblem, bei dem durch einen Schnitt nicht ein Einzelteil entsteht sondern gleich eine Gruppe von Teilen erzeugt wird (vgl. auch nachfolgende Abbildung). Die Arbeitskosten können durch die Bündelung erheblich reduziert werden.



Es handelt sich hierbei um ein typisches industrielles Problem der Bündelmischung (vgl. WAGNER, B.J.: A Genetic Algorithm Solution for One-dimensional Bundled Stock Cutting, European Journal of Operations Research, 117 (1999) 368-381.).

Im konkreten Fall stehen 10 Bündel mit Bauholz zur Verfügung, wobei ein Bündel nur Bretter einer Länge mit jeweils gleicher Anzahl Bretter enthält; es handelt sich um folgende Zusammensetzung:

96-Inch Länge	4 Bündel	jeweils 200 Bretter,
120-Inch Länge	3 Bündel	jeweils 180 Bretter,
144-Inch Länge	3 Bündel	jeweils 150 Bretter.

Benötigt werden Bretter folgender Längen in Inch; die Bedarfszahlen in Stück sind in Klammern notiert: 27 (170), 36 (190), 43 (700), 45 (300), 48 (600), 50 (170), 52 (550).

Zu jeder Ausgangslänge existieren unterschiedliche (effiziente) Schnittmuster, zur Länge 96-Inch 6, zur Länge 120-Inch 32 und zur Länge 144-Inch insgesamt 20.

a) Geben Sie eine mögliche Kodierung zur Repräsentation einer Lösung des beschriebenen Problems an. Erläutern Sie kurz, welche Informationen in einem String enthalten sein müssen und notieren Sie zu einem selbstgewählten Beispiel welcher Schnittplan realisiert wird.

b) Die Bewertung der Fitness eines Individuums ist von zentraler Bedeutung, sie erfolge für obiges Problem mit folgender, zu minimierender Funktion:

$$w \cdot \sum_k \sum_j x_{jk} + (1-w) \cdot \sum_i I_i^+ + \sum_i \left(I_i^-\right)^2$$

$$\text{mit } I_i^+ = \max\left\{I_i^0 + \sum_{j,k} n_{ijk} x_{jk} - d_i, 0\right\}$$

$$\text{und } I_i^- = \max\left\{d_i - I_i^0 - \sum_{j,k} n_{ijk} x_{jk}, 0\right\}$$

w sei eine von der Unternehmensführung vorgegebene Gewichtungszahl mit einem Wert zwischen 0 und 1. Die Variable x_{jk} gibt an, wie oft das Muster j auf den Bündeltyp k angewendet wurde, n_{ijk} sei die Anzahl der Bretter vom gewünschten Typ i, die entsteht, wenn das Schnittmuster j auf den Bündeltyp k angewendet wird; d_i sei der Bedarf an Brettern vom Typ i; I_i^0 gibt den vor Produktion noch vorhandenen Lagerbestand an Brettern vom Typ i an.

Ziel sei die Minimierung des Fitnesswertes. Geben Sie eine problemorientierte Interpretation der Fitnessfunktion; gehen Sie dabei auf jeden einzelnen Summanden ein; was wird durch I_i^+, was durch I_i^- beschrieben? Was bewirkt der Gewichtungsfaktor w?

Lösungshinweise

a) 10 Bündel mit Bauholz stehen zur Verfügung, 4 á 96-Inch, 3 á 120-Inch und 3 á 144-Inch. Zur Kodierung wird deshalb ein String der Länge 10 verwendet, bei dem die ersten 4 Stellen den 96-Inch-Bündeln, die nächsten 3 den 120-Inch-Bündeln und die letzten 3 den 144-Inch-Bündeln entsprechen. Die Anzahl der Schnittmuster ist 6 zur Länge 96-Inch, 32 zur Länge 120-Inch und 20 zur Länge 144-Inch. Damit bedeuten die Zahlen 1 bis 6 in der ersten Position die Anwendung der Schnittmuster 1 bis 6 auf das erste 96-Inch-Bündel; 0 heißt, das Bündel wird nicht zerschnitten.

5 1 0 3 17 5 27 18 2 9 ist die Repräsentation eines kompletten Schnittplans.

b)
$$w \cdot \sum_k \sum_j x_{jk} + (1-w) \cdot \sum_i I_i^+ + \sum_i \left(I_i^-\right)^2$$

Der erste Summand repräsentiert die Anzahl der insgesamt eingesetzten Bündel. Im zweiten Summanden wird über alle entstehenden Brettertypen summiert. Für jedes einzelne wird geprüft, um wie viel die Produktion zuzüglich des Lagerbestands den Bedarf übersteigt.

$$I_i^+ = \max\left\{ I_i^0 + \sum_{j,k} n_{ijk} x_{jk} - d_i , 0 \right\}$$

Das Gewicht *w*, das von der Unternehmensleitung vorgegeben wurde, legt also fest, wie die Ziele Inputminimierung und Überproduktionsminimierung zu gewichten sind.

Schließlich folgt noch der dritte Summand, in dem wieder über alle Brettertypen summiert wird. Ein einzelner Wert ist genau dann größer als 0, wenn mit dem aktuellen Schnittplan der Bedarf nicht gedeckt werden kann. Es handelt sich hierbei um eine Art Strafterm, der durch seine Quadrierung entsprechend hoch in die Funktion eingeht.

$$I_i^- = \max\left\{ d_i - I_i^0 - \sum_{j,k} n_{ijk} x_{jk} , 0 \right\}$$