

Aufgabe B0106

Ein Unternehmen der chemischen Industrie plant die Produktion dreier möglicher Erzeugnisarten E_1 , E_2 und E_3 , deren Mengen mit den Variablen x_1 , x_2 bzw. x_3 erfasst werden. Es sind jeweils nur ganze Mengeneinheiten herzustellen.

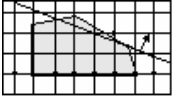
Die Deckungsbeiträge je Mengeneinheit werden angegeben mit

E_1 : 3,2 [€ME], E_2 : 4,7 [€ME] und E_3 : 4,0 [€ME].

Zwei in die Produktion eingehende Verbrauchsfaktoren F_1 und F_2 sind nur begrenzt verfügbar. Die jeweiligen Faktorverbräuche je produzierter Mengeneinheit für jede Erzeugnisart sowie die maximalen Faktorverfügbarkeiten sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst.

Faktorverbräuche				
	x_1	x_2	x_3	max. Verfügbarkeit
F_1	6	8	5	40.000
F_2	2	1	5	31.000

- Stellen Sie ein Optimierungsmodell auf, welches den Gesamtdeckungsbeitrag maximiert, wenn die zur Verfügung stehende Maschine nur höchstens einmal umgerüstet werden darf, also höchstens zwei verschiedene Erzeugnisarten produziert werden können.
- Erweitern Sie das in a) entwickelte Modell um die folgende Möglichkeit:
Liegt die Produktion von x_2 bei mindestens 2.000 [ME], so kann eine zweite Maschine eingesetzt werden. Der Einsatz verursacht dann allerdings einmalige Zusatzkosten in Höhe von 8.000 € die hier mit dem Gesamtdeckungsbeitrag verrechnet werden sollen. Allerdings wäre in diesem Fall eine Ausweitung der Produktion auf alle drei Erzeugnisarten möglich!



Lösungshinweise

a)

$$\max \text{GDB} = 3,2 x_1 + 4,7 x_2 + 4 x_3$$

u.d.N.

$$6 x_1 + 8 x_2 + 5 x_3 \leq 40.000 \quad (\text{F}_1)$$

$$2 x_1 + x_2 + 5 x_3 \leq 31.000 \quad (\text{F}_2)$$

$$x_1 \leq 10.000 y_1 \quad (y_i = 1, \text{ sobald } x_i > 0.)$$

$$x_2 \leq 10.000 y_2$$

$$x_3 \leq 10.000 y_3$$

$$y_1 + y_2 + y_3 \leq 2 \quad (\text{Höchstens zwei verschiedene Erzeugnisse.})$$

$$y_i \in \{0,1\}, x_i \geq 0 \text{ und ganzzahlig, } i = 1, \dots, 3.$$

b)

$$\max 3,2 x_1 + 4,7 x_2 + 4 x_3 - 8.000 y_M$$

u.d.N.

$$6 x_1 + 8 x_2 + 5 x_3 \leq 40.000$$

$$2 x_1 + x_2 + 5 x_3 \leq 31.000$$

$$x_i \leq 10.000 y_i, \quad i = 1, \dots, 3$$

$$2.000 y_M \leq x_2 \quad (\text{Sobald } x_2 \geq 2.000 \text{ ist, kann } y_M = 1 \text{ werden.})$$

$$y_1 + y_2 + y_3 \leq 2 + y_M \quad (\text{Ist } y_M = 1, \text{ so dürfen es drei Produkte sein.})$$

$$y_M, y_i \in \{0,1\}, x_i \geq 0 \text{ und ganzzahlig, } i=1, \dots, 3.$$

y_M gibt an, ob die zweite Maschine eingesetzt wird.