

Aufgabe B0302

Gegeben sei ein LVMP mit

$$C^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad A = (1 \ 1 \ 1), \quad b = 20 \ .$$

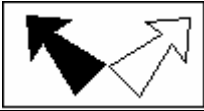
Aufgabe: Stellen Sie ein *Kompromissmodell bei vorgegebenem Zielwertvektor* auf. Hierzu soll der ideale Zielwertvektor herangezogen werden, indem als Präferenzfunktion $\varphi(w(x))$ die maximale, relative Abweichung vom jeweiligen individuellen Maximum \hat{z}_q über die drei Zielfunktionen minimiert wird.

Relativieren Sie die jeweiligen Abweichungen mittels der Gewichte

$$\lambda_1 = \frac{1}{5}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{8}, \quad \lambda_3 = \frac{50}{\hat{z}_3}.$$

Um sicherzustellen, dass im Falle einer Mehrfachlösung eine optimale Lösung generiert wird, die zugleich funktional-effiziente Lösung des LVMPs ist, addieren Sie zur Zielfunktion einen geeigneten Term mit $\varepsilon = \frac{1}{100}$ in der dortigen, bekannten Formulierung.





Lösungshinweise

Aufzustellen ist das Kompromissprogramm (3.5) des Kurses:

$$\min v - \varepsilon \sum_{q=1}^r z_q(x)$$

u.d.N.

$$x \in X$$

$$\lambda_q z_q(x) + v \geq \lambda_q \hat{z}_q, \quad q = 1, \dots, r$$

$$v \geq 0$$

Offenbar ist $\hat{z}^T = (20, 40, 100)$. Einsetzen ergibt sofort

$$\min v - \frac{1}{100}(x_1 + x_2 + x_3 + 2x_1 + 2x_2 + 3x_2 + 5x_3)$$

u.d.N.

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 20$$

$$\frac{1}{5}(x_1 + x_2 + x_3) + v \geq \frac{1}{5} \cdot 20$$

$$\frac{1}{8}(2x_1 + 2x_2) + v \geq \frac{1}{8} \cdot 40$$

$$\frac{50}{100}(3x_2 + 5x_3) + v \geq \frac{50}{100} \cdot 100$$

$$x_j, v \geq 0, \quad j = 1, \dots, 3$$

\Leftrightarrow

$$\min v - \frac{3}{100}x_1 - \frac{3}{50}x_2 - \frac{3}{50}x_3$$

u.d.N.

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 20$$

$$\frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{5}x_2 + \frac{1}{5}x_3 + v \geq 4$$

$$\frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + v \geq 5$$

$$\frac{3}{2}x_2 + \frac{5}{2}x_3 + v \geq 50$$

$$x_j, v \geq 0, \quad j = 1, \dots, 3$$

