Klausurrepetitorium ABWL
„Planungs- und Entscheidungstechniken“

Südwestfälische Industrie- und Handelskammer

12. Februar 2005

Dr. Friedhelm Kulmann, Sandra Rudolph

Gliederung

1. Netzplantechnik
   1.1. Grundlagen der Netzplantechnik
   1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen
   1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

2. Lösung von linearen Optimierungsproblemen mit Hilfe des Simplex-Algorithmus
   2.1. Lineare Optimierungsprobleme
   2.2. Simplex-Verfahren
   2.3. Sonderfälle

3. Planung von Güterströmen als Lineares Optimierungsproblem

Gliederung

1. Netzplantechnik
   1.1. Grundlagen der Netzplantechnik
   1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen
   1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

2. Lösung von linearen Optimierungsproblemen mit Hilfe des Simplex-Algorithmus
   2.1. Lineare Optimierungsprobleme
   2.2. Simplex-Verfahren
   2.3. Sonderfälle

3. Planung von Güterströmen als Lineares Optimierungsproblem

1.1. Grundlagen der Netzplantechnik

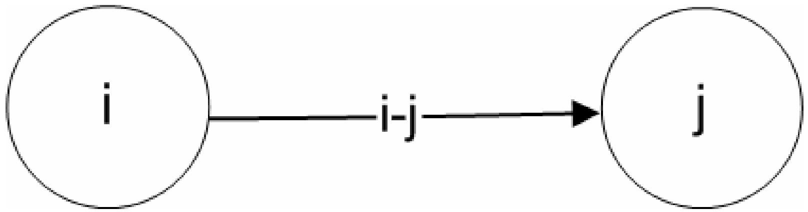
- Strukturelemente eines Projekts
  Vorgänge:
  Zeit und Betriebsmittel beanspruchende, nicht mehr weiter zerlegbare Geschehen mit definiertem Anfang und Ende
  Ereignisse:
  Wohldefinierte Zustände im Zeitablauf

- Darstellungsweisen von Netzplänen
  Vorgangspfeilnetzplan:
  Pfeile repräsentieren Vorgänge, Knoten kennzeichnen (künstliche) Ereignisse (CPM - Critical Path Methode)
  Vorgangsknotennetzplan:
  Knoten repräsentieren Vorgänge, Pfeile kennzeichnen Abhängigkeiten zwischen Vorgängen
  (MPM - Metra Potential Methode)

1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

Definition Netzplanelement

Ein Netzplanelement besteht aus einem Vorgang i-j und dessen Anfangs- und Endereignis

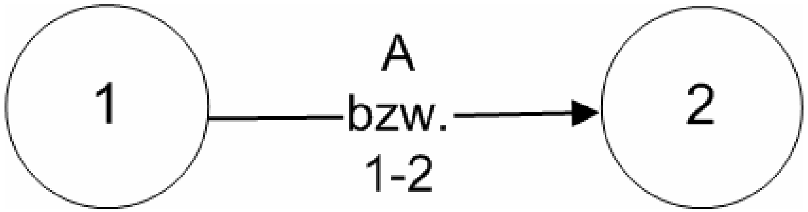


Ein Vorgang wird eindeutig identifiziert, indem er eine eigene Benennung erhält oder durch Nummern i und j der beiden zugehörigen Ereignisse (Knoten) bezeichnet wird.

1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

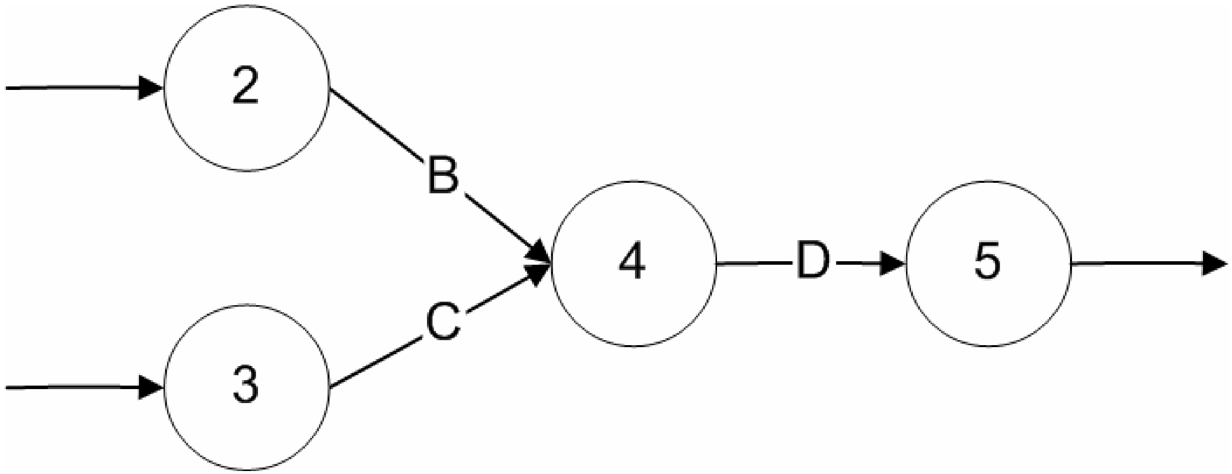
Grundregeln (1)

Jeder Vorgang beginnt mit einem Ereignis und endet mit einem nachfolgenden Ereignis.



Grundregeln (2)

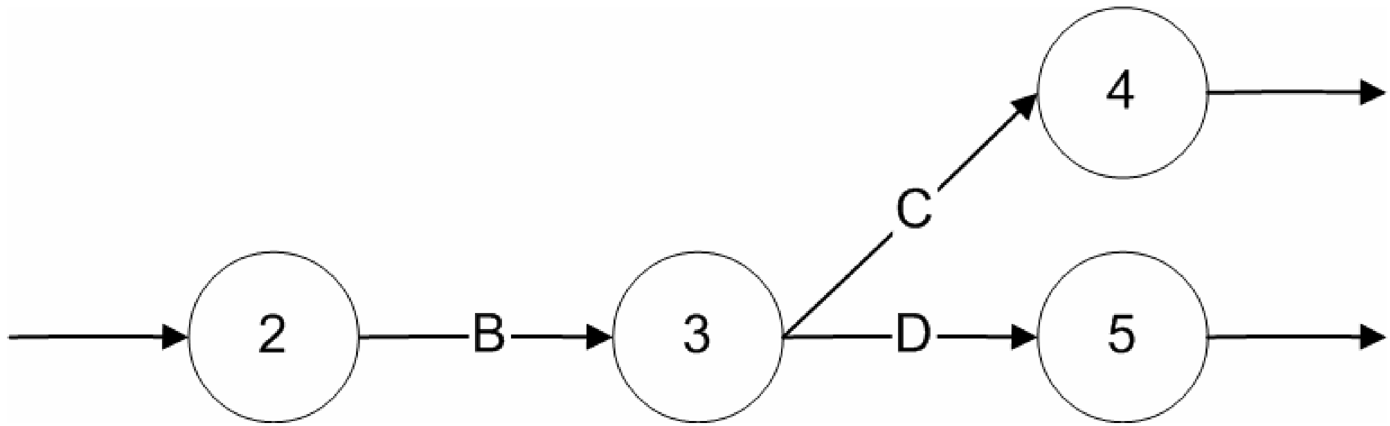
Müssen mehrere Vorgänge beendet sein, bevor ein nach-folgender beginnen kann, so enden diese im Anfangsknoten des nachfolgenden Vorgangs.



1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

Grundregeln (3)

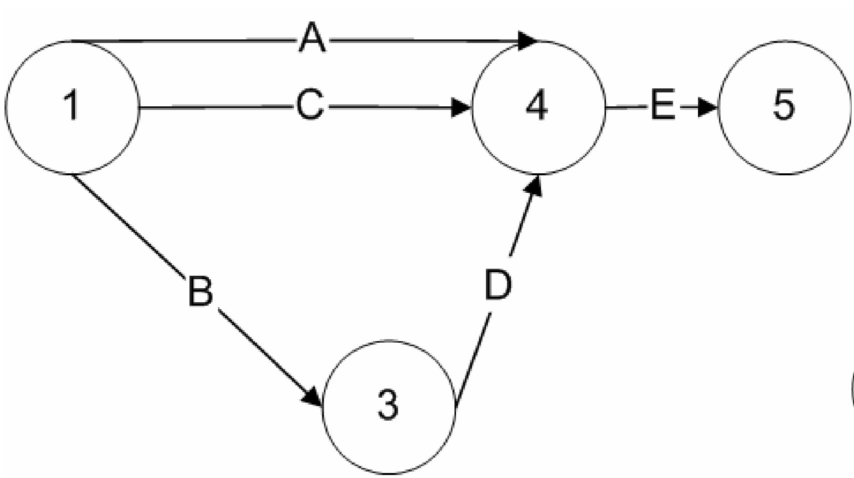
Können mehrere Vorgänge beginnen, nachdem ein vorausgegangener beendet ist, so beginnen alle in dem End-knoten dieses gemeinsamen Vorgängers.

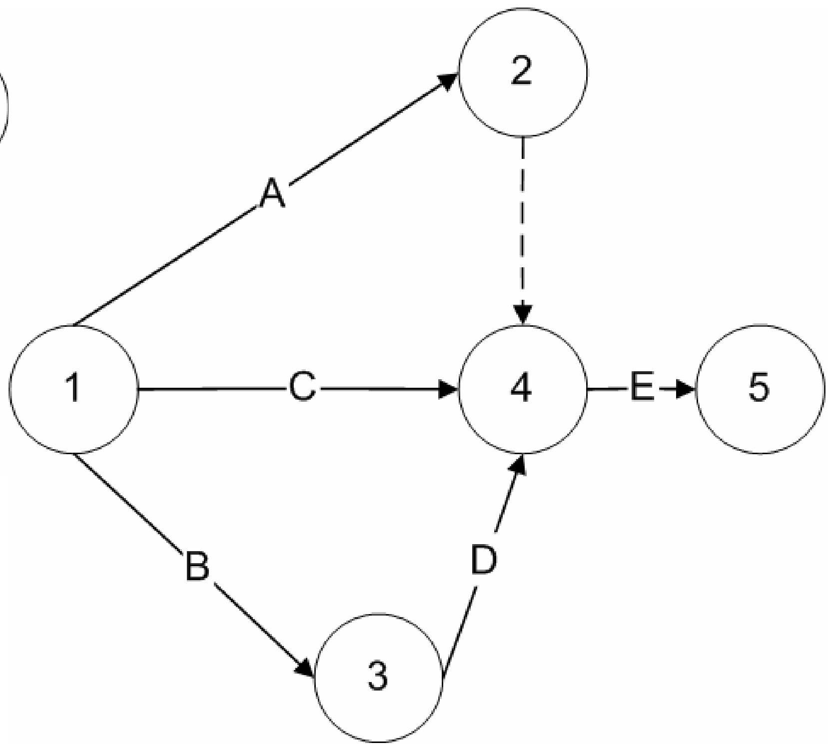


1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

Grundregeln (4)

2 Knoten dürfen nur durch einen Pfeil miteinander verbunden werden. Parallel verlaufende Vorgänge müssen daher durch Einführung eines Scheinvorgangs dargestellt werden. Dieser dient nur zur Strukturierung und hat die Dauer Null.



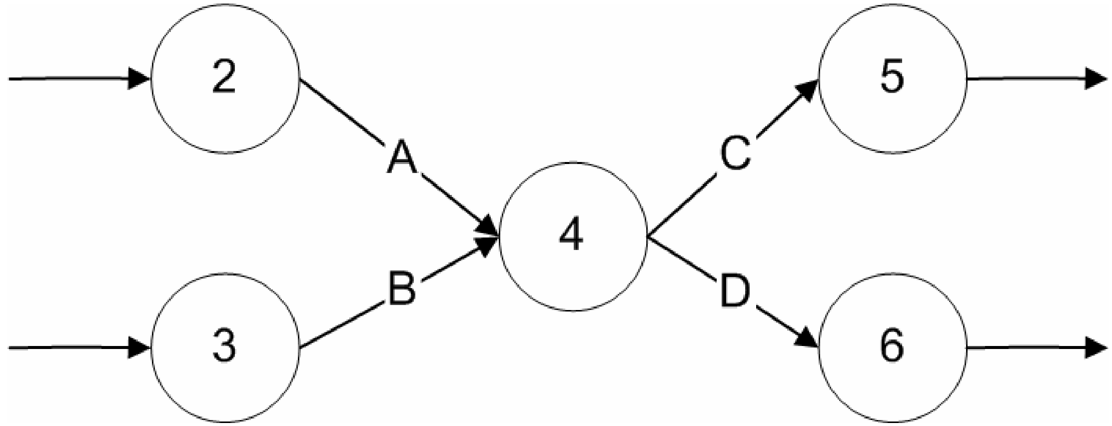


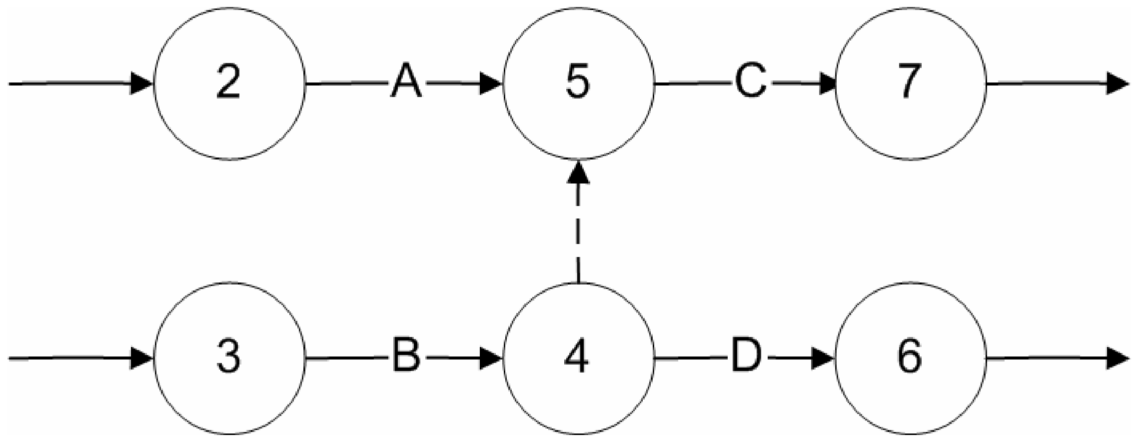
1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

Grundregeln (5)

Enden und beginnen in einem Ereignis mehrere Vorgänge, die nicht unabhängig von einander sind, so werden auch hier Scheinvorgänge als Strukturierungshilfe eingesetzt.

A,B,C,D gegeben; C kann erst nach Abschluss von A und B beginnen; D nach Abschluss von B



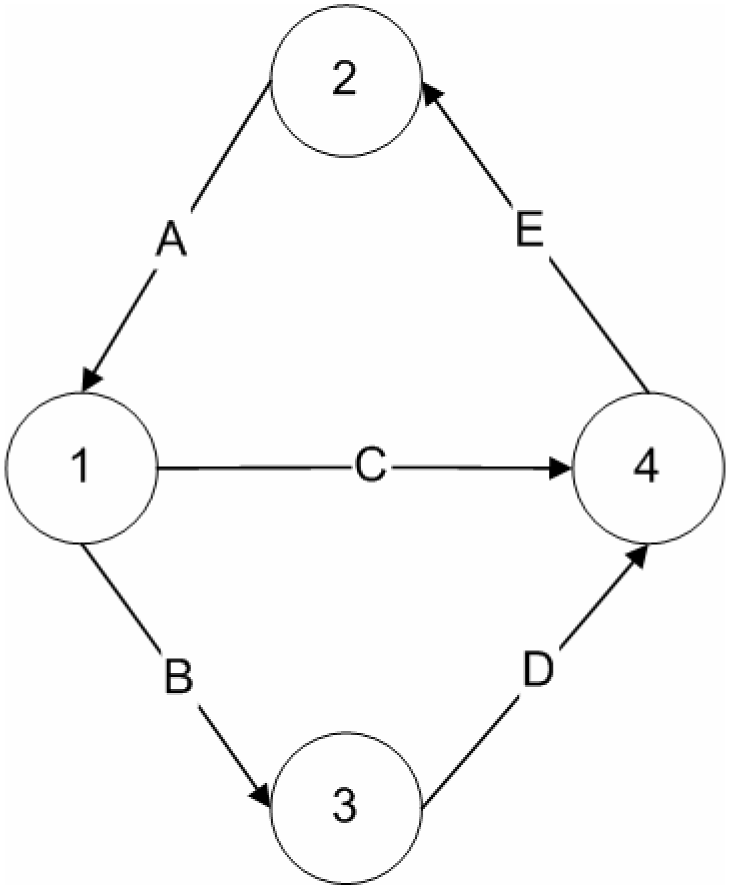


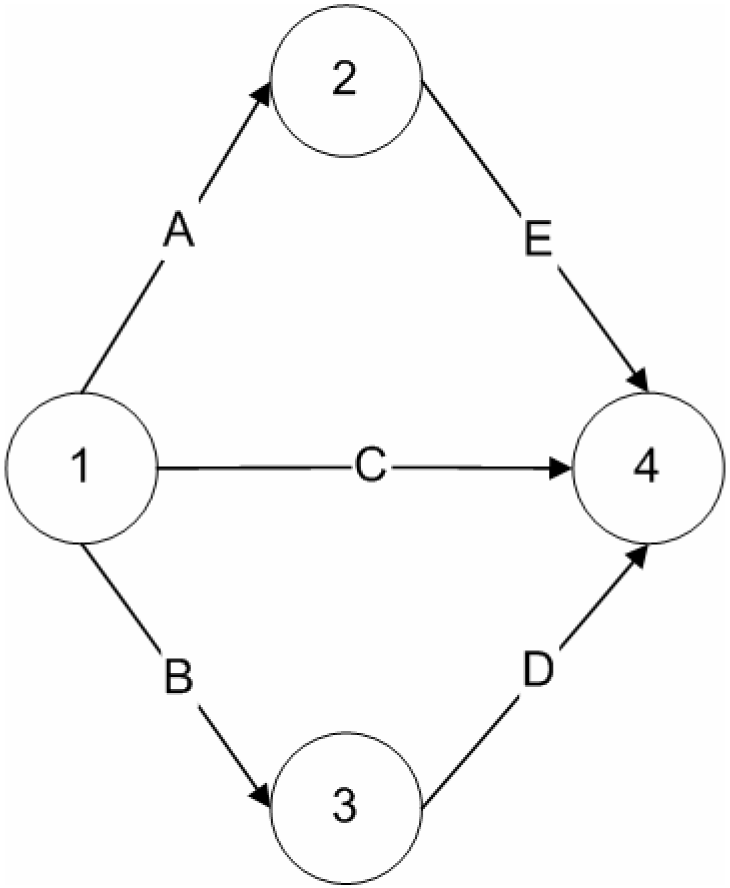
1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

1.Netzplan-technik
2.Simplex
3.LOPs

Grundregeln (6)

Der Netzplan muss schleifenfrei sein

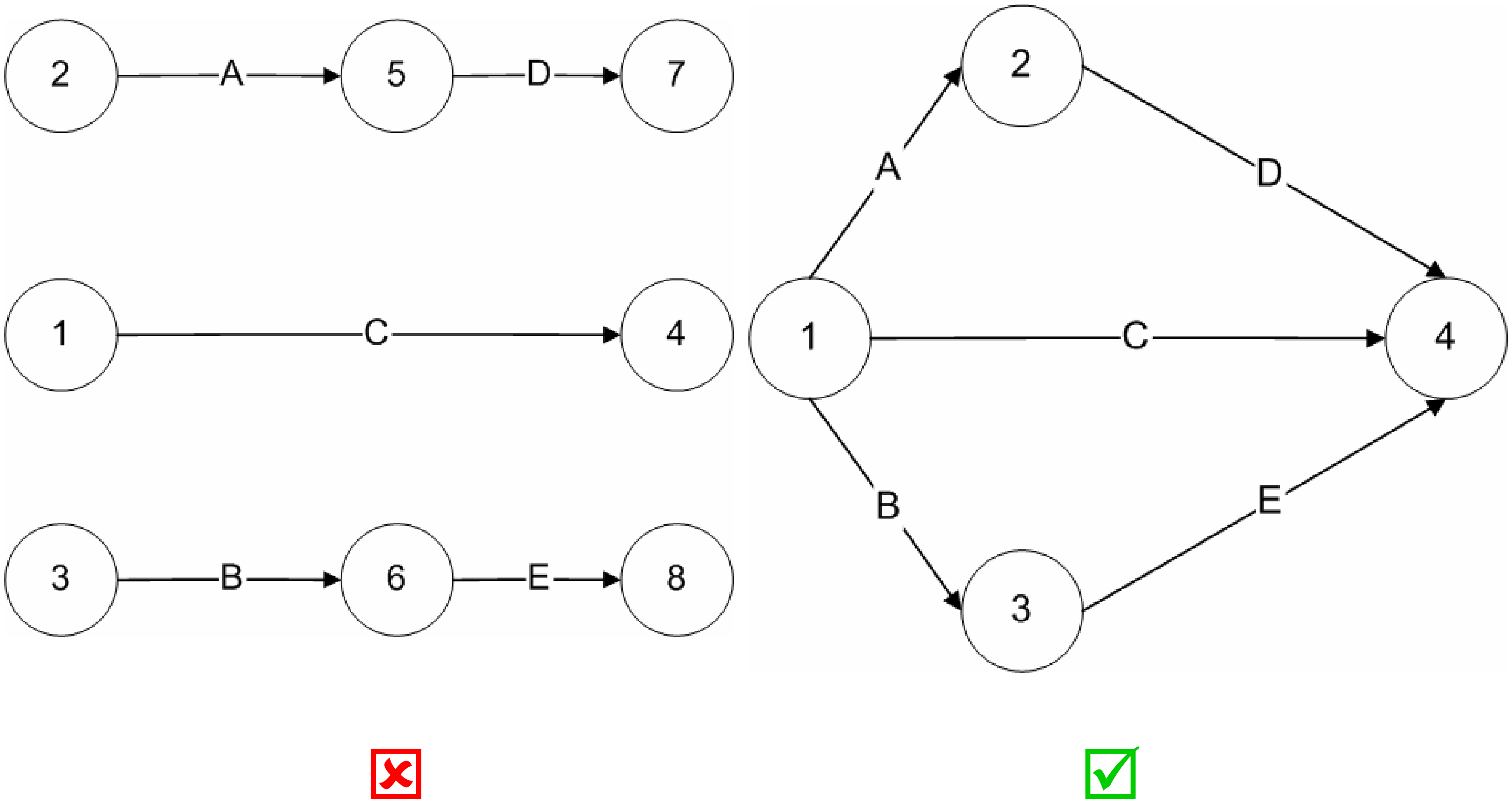




1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

Grundregeln (7)

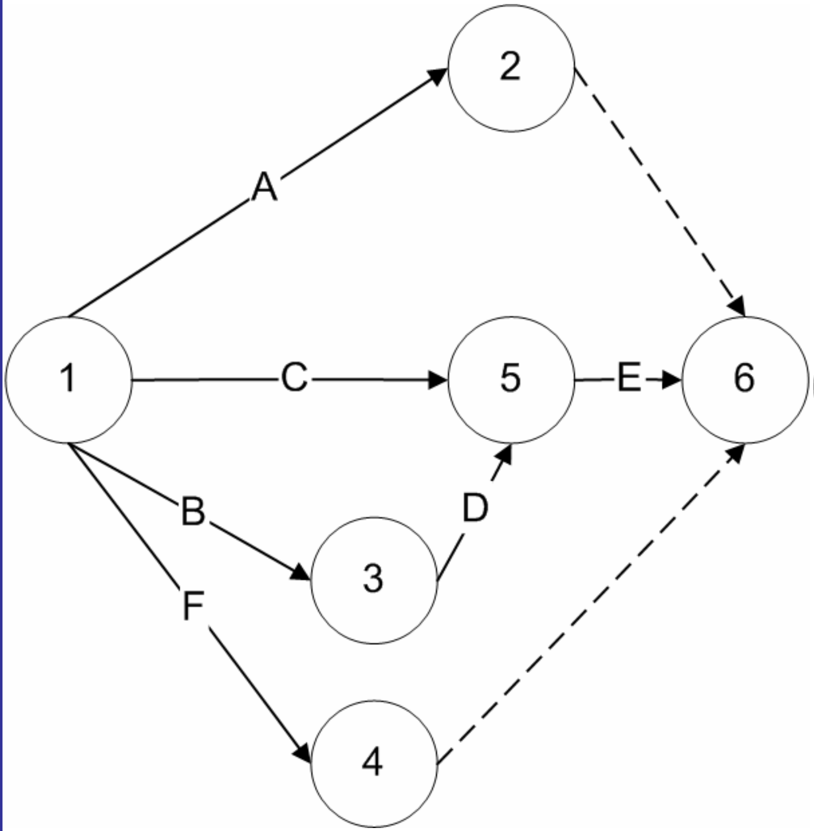
Ein Netzplan besitzt genau eine Quelle und eine Senke

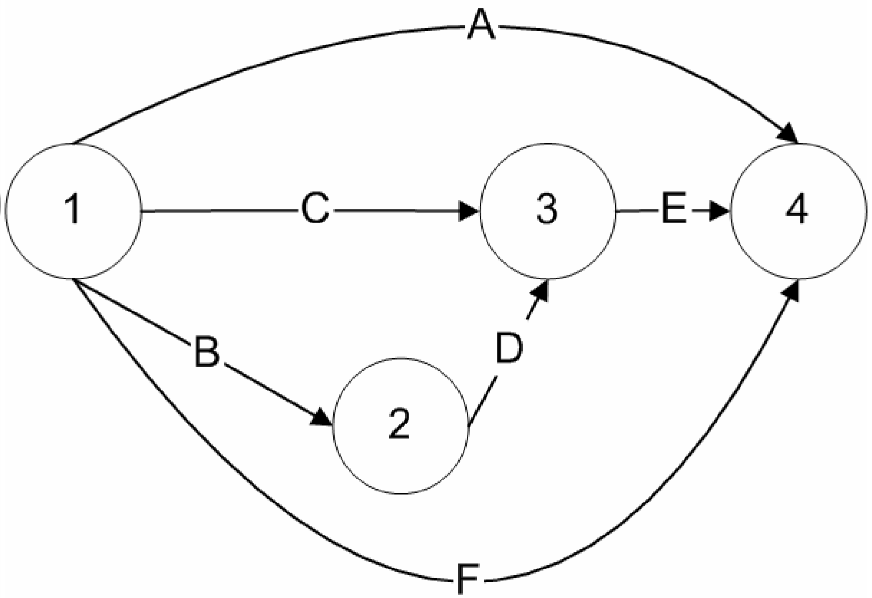


1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

Grundregeln (8)

Das Scheinvorgänge nur zur Strukturierung dienen, sollen so wenige wie möglich eingesetzt werden, um die Übersichtlichkeit des Netzplans zu erhalten.

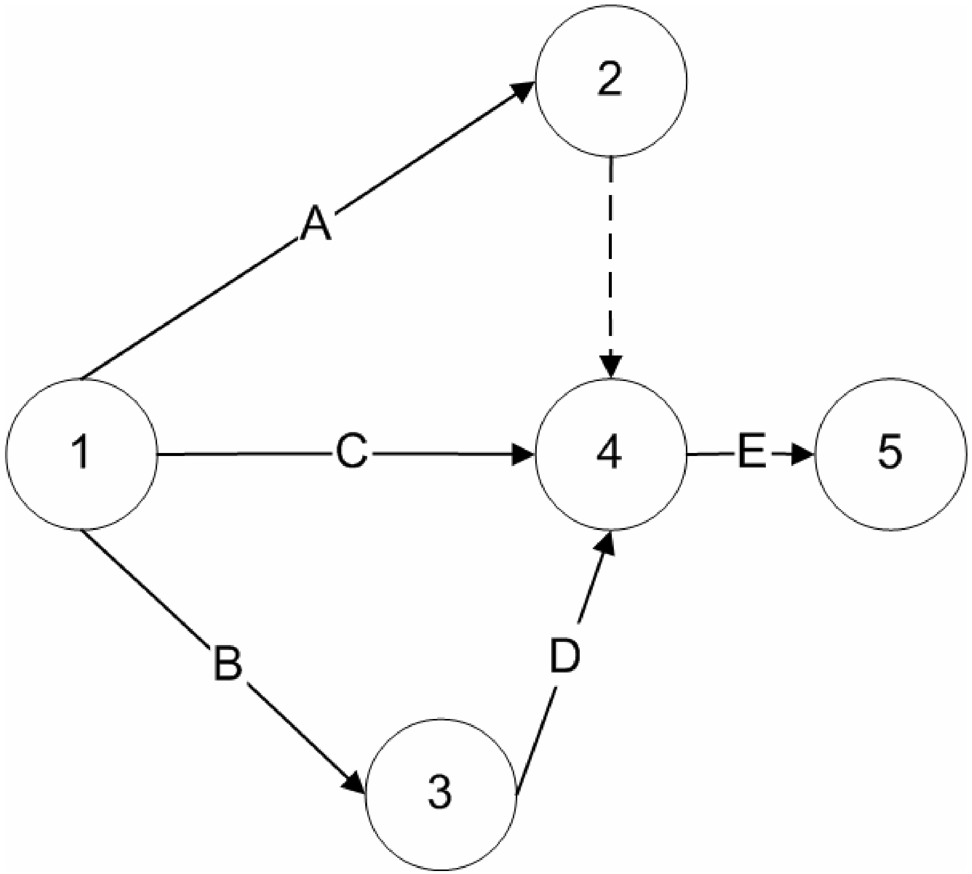




1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

Topologische Sortierung

- Eine topologische Sortierung der Knoten dient der Orientierung
- Prinzip: Jeder Knoten, der keinen nicht-numerierten Vorgänger hat, erhält die nächsthöhere Knotennummer

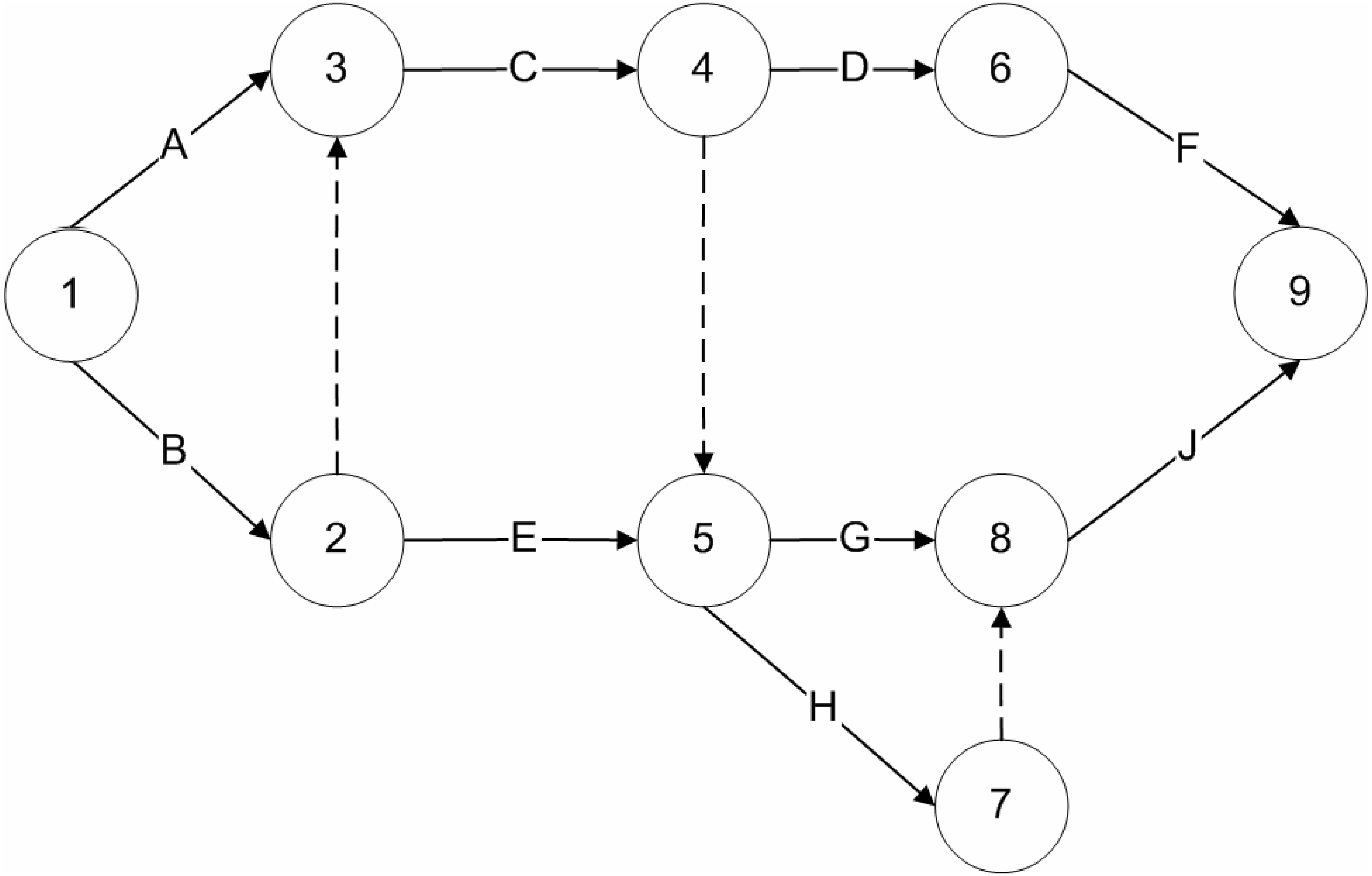


1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

1.Netzplan-technik
2.Simplex
3.LOPs

• Beispiel

Vorgang	A	B	C	D	E	F	G	H	J
Vorgänger	-	-	A,B	C	B	D	C,E	C,E	G,H



1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

- Notationen

$i - j$	Vorgang zwischen den Ereignissen i und j
D_{i-j}	Dauer des Vorgangs i - j
FZ_k	Früheste Zeit des Ereignisses k im Projekt
SZ_k	Späteste Zeit des Ereignisses k im Projekt
FAZ_{i-j}	frühester Anfangszeitpunkt des Vorgangs i - j
SAZ_{i-j}	spätester Anfangszeitpunkt des Vorgangs i - j
FEZ_{i-j}	frühester Endzeitpunkt des Vorgangs i - j
SEZ_{i-j}	spätester Endzeitpunkt des Vorgangs i - j

- Gleichungen

$FAZ_{i-j}:=FZ_i$

$FEZ_{i-j}:=FAZ_{i-j}+ D_{i-j}$

$SEZ_{i-j}:=SZ_j$

$SAZ_{i-j}:= SEZ_{i-j}- D_{i-j}$

1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

- Vorwärtsrechnung

Hat ein Vorgang mehrere Vorgänger, so kann dieser erst begonnen werden, wenn alle Vorgänger abgeschlossen sind.

$$FZ_j := FAZ_{j-k} := \max_{i \in V_j} \left(FZ_i + D_{i-j} \right)$$

Planungs- und Entscheidungs-techniken

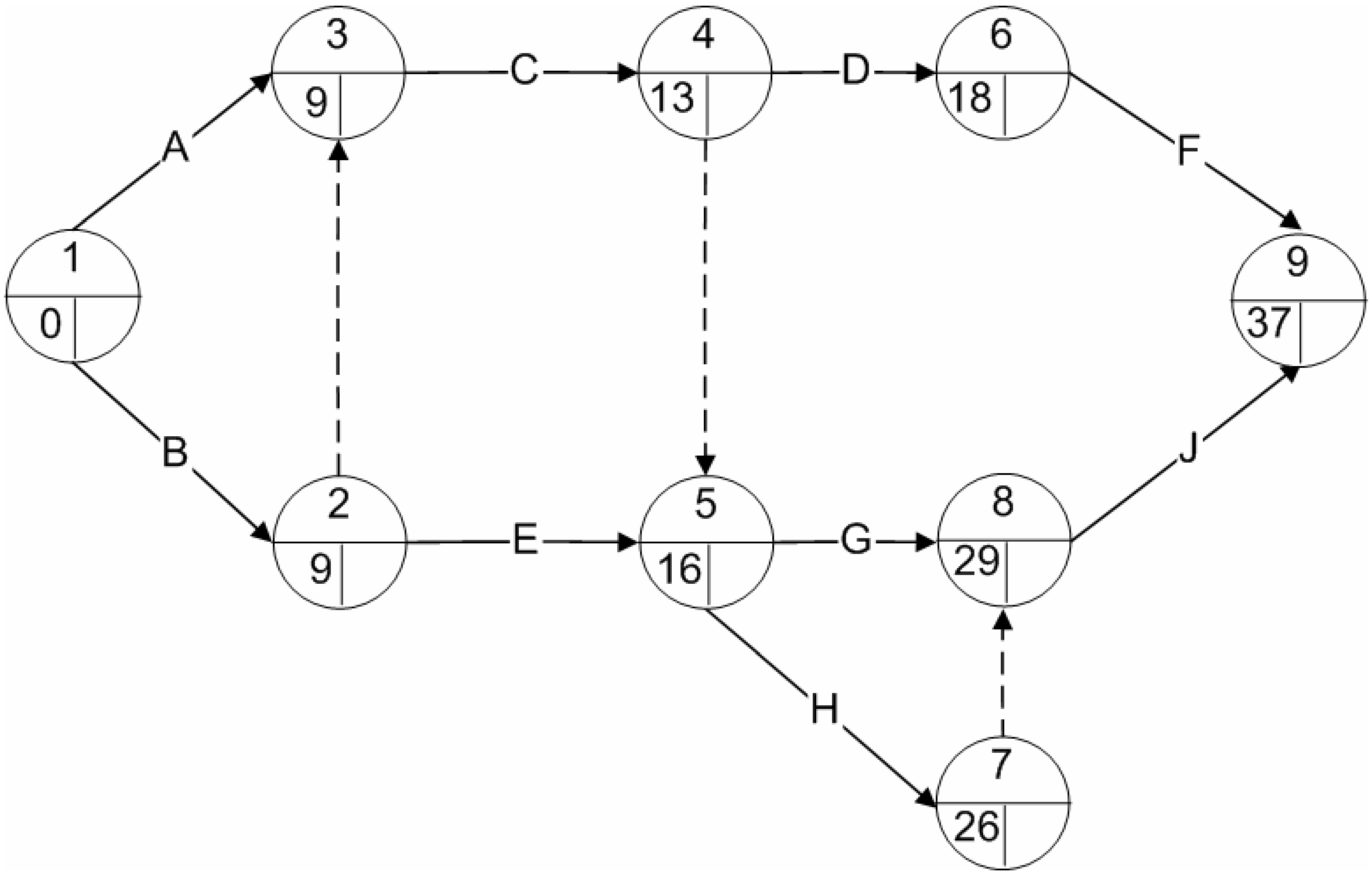
1.Netzplan-technik
2.Simplex
3.LOPs

12.02.05
SIHK Hagen

1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

- Vorwärtsrechnung - Beispiel

Vorgang	A	B	C	D	E	F	G	H	J
Dauer [ZE]	8	9	4	5	7	5	13	10	8
Vorgänger	-	-	A,B	C	B	D	C,E	C,E	G,H



1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

- Rückwärtsrechnung

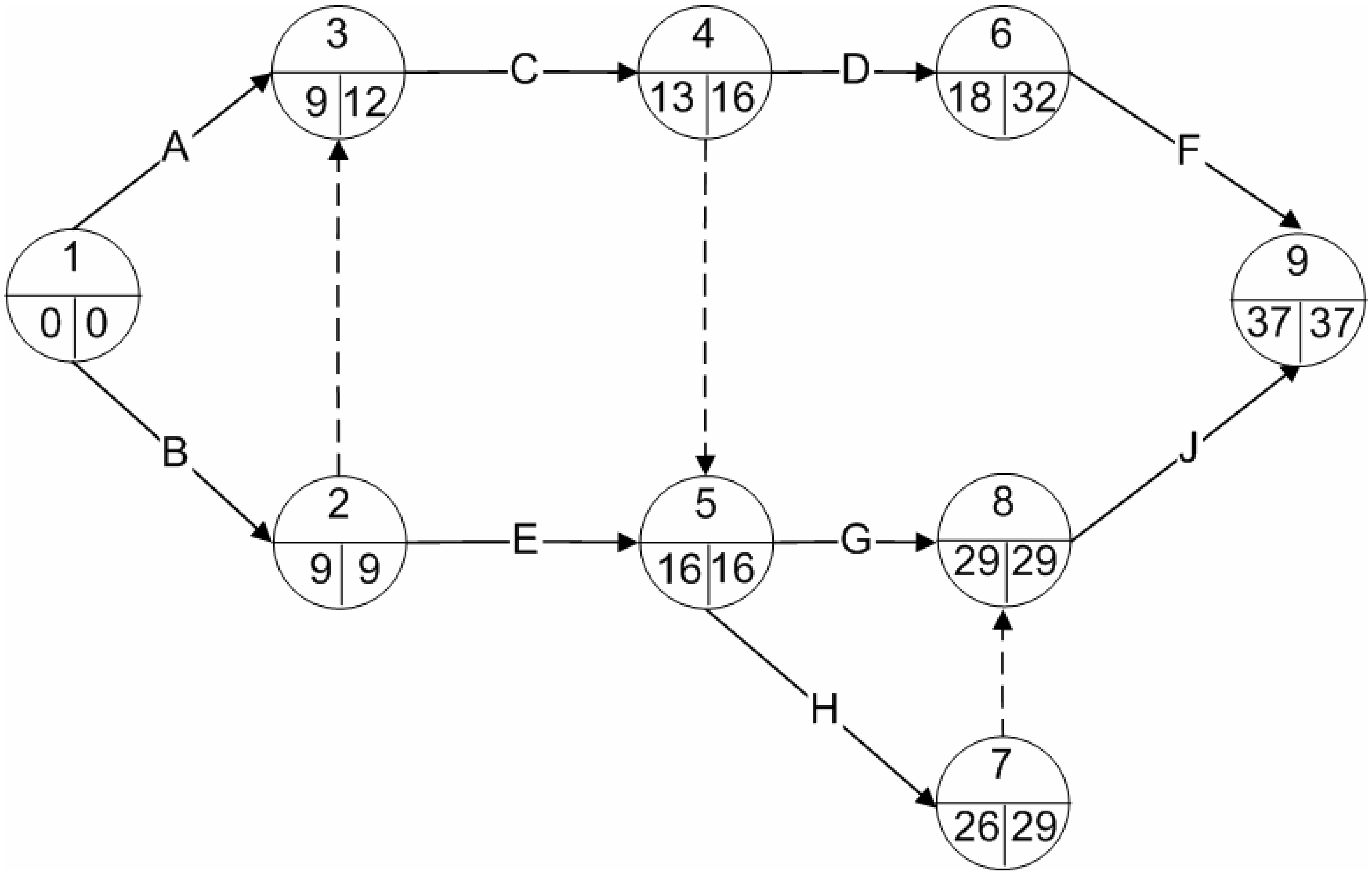
Ein Vorgang muss spätestens dann beendet sein,
wenn der zeitlich nächste Nachfolger spätestens beginnen muss.

$$SZ_i := SEZ_{h-i} := \min_{j \in N_i} \left(SZ_j - D_{i-j} \right)$$

1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

- Rückwärtsrechnung - Beispiel

Vorgang	A	B	C	D	E	F	G	H	J
Dauer [ZE]	8	9	4	5	7	5	13	10	8
Vorgänger	-	-	A,B	C	B	D	C,E	C,E	G,H



1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

Puffer

Gesamtpuffer (GP_{i-j}) $GP_{i-j} := SZ_j - FZ_i - D_{i-j}$

gibt an, um wie viele ZE der Vorgang i-j maximal verschoben werden darf, ohne die späteste Zeit von j zu gefährden und damit das Projektende hinauszuzögern

Freier Vorwärtspuffer (FVP_{i-j}) $FVP_{i-j} := FZ_j - FZ_i - D_{i-j}$

gibt an, um wie viele ZE der Beginn eines Vorgangs i-j hinausgezögert werden darf, ohne den frühesten Beginn des Nachfolgers zu gefährden

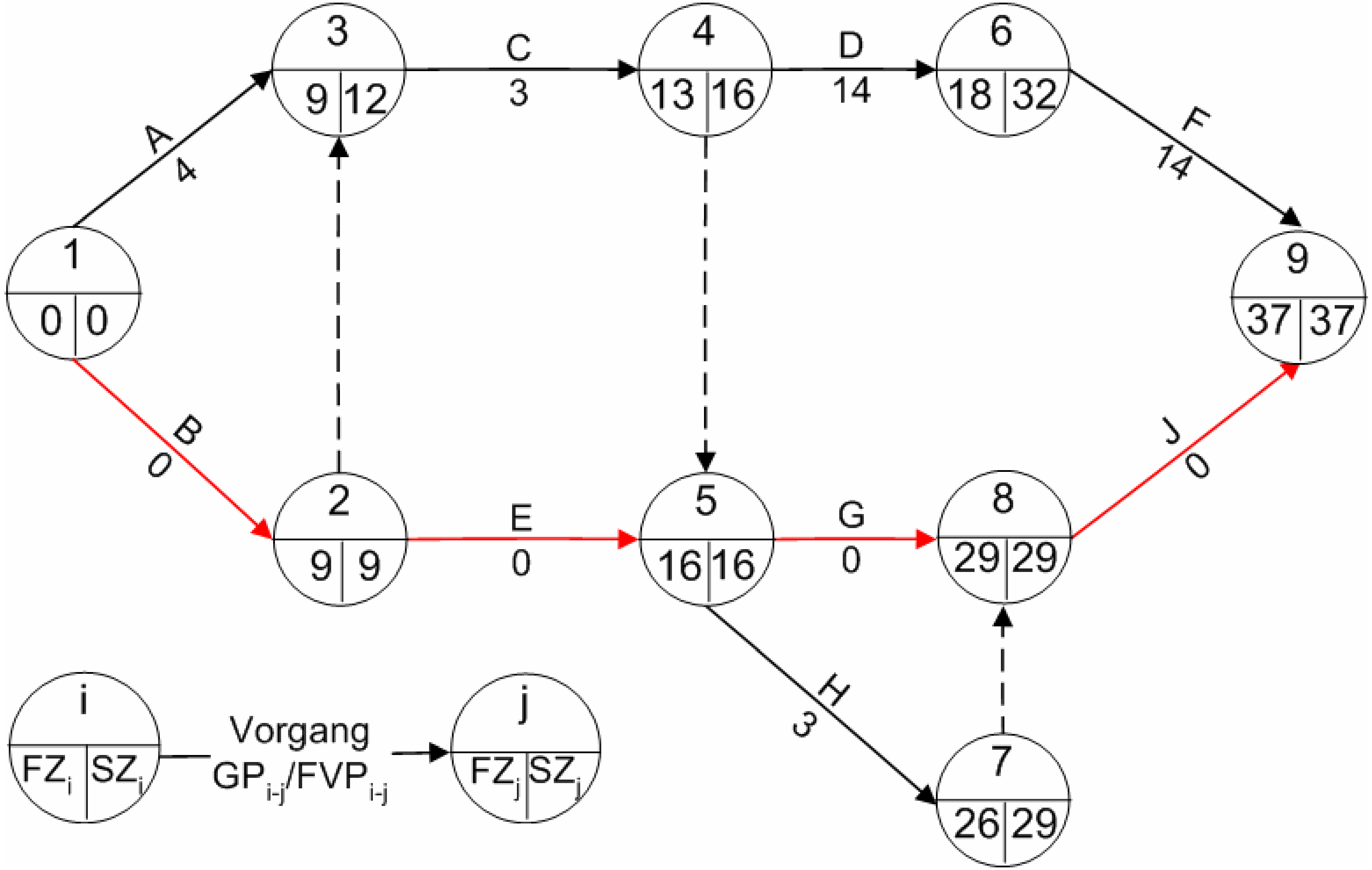
Freier Rückwärtspuffer (FRP_{i-j}) $FRP_{i-j} := SZ_j - SZ_i - D_{i-j}$

gibt an, um wie viele ZE das Ende eines Vorgangs i-j verschoben werden darf, ohne das späteste Ende des Nachfolgers zu verzögern

1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

- Gesamtpufferberechnung - Beispiel

Vorgang	A	B	C	D	E	F	G	H	J
Dauer [ZE]	8	9	4	5	7	5	13	10	8
Vorgänger	-	-	A,B	C	B	D	C,E	C,E	G,H



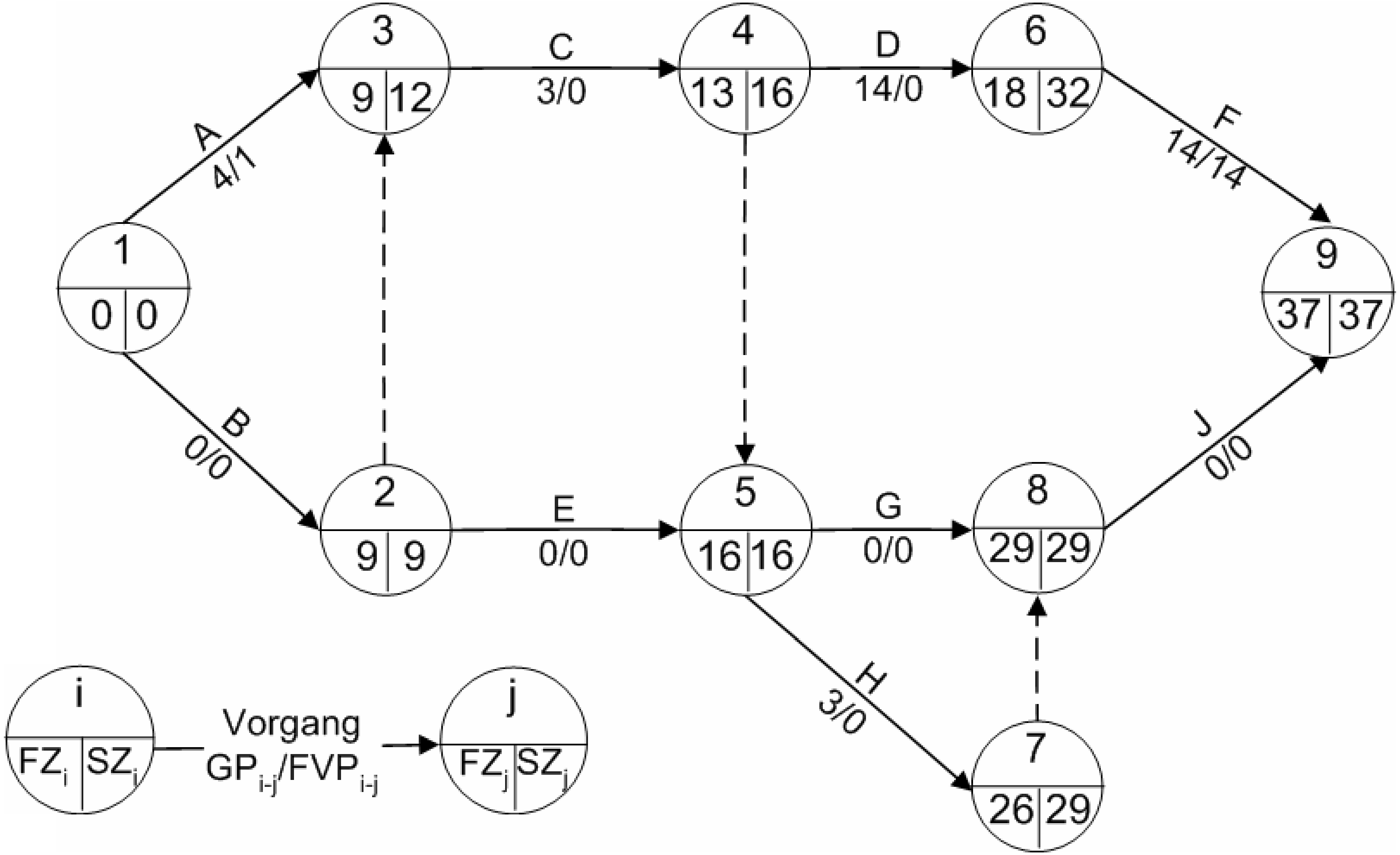
Planungs- und Entscheidungs-techniken

1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

1.Netzplan-technik
2.Simplex
3.LOPs

- Freier Vorwärtspufferberechnung - Beispiel

Vorgang	A	B	C	D	E	F	G	H	J
Dauer [ZE]	8	9	4	5	7	5	13	10	8
Vorgänger	-	-	A,B	C	B	D	C,E	C,E	G,H



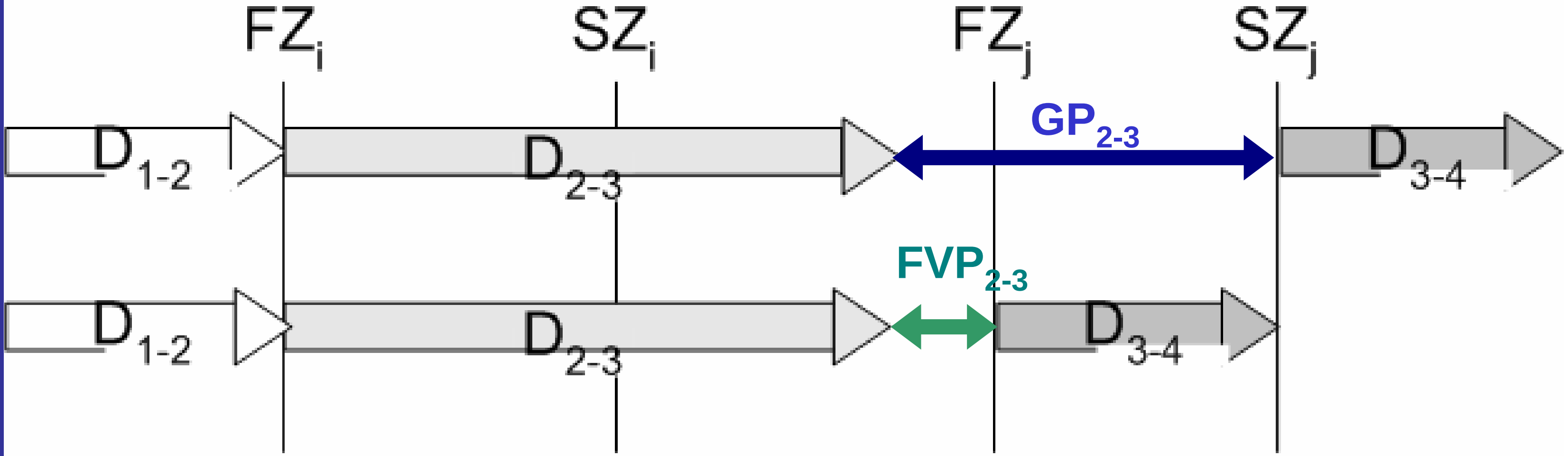
12.02.05
SIHK Hagen

1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

Puffer

Gesamtpuffer ($GP_{i\text{-}j}$) $$GP_{i-j} := SZ_j - FZ_i - D_{i-j}$$

Freier Vorwärtspuffer ($FVP_{i\text{-}j}$) $$FVP_{i-j} := FZ_j - FZ_i - D_{i-j}$$



Gliederung

1. Netzplantechnik
   1.1. Grundlagen der Netzplantechnik
   1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen
   1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

2. Lösung von linearen Optimierungsproblemen mit Hilfe des Simplex-Algorithmus
   2.1. Lineare Optimierungsprobleme
   2.2. Simplex-Verfahren
   2.3. Sonderfälle

3. Planung von Güterströmen als Lineares Optimierungsproblem

2.1. Lineare Optimierungsprobleme

Lineare Optimierungsprobleme (LOP)

Optimierung einer linearen Zielfunktion unter linearen Nebenbedingungen (Restriktionen).

Betriebswirtschaftliche Probleme

- Optimale Produktionsprogrammplanung bei Kapazitäts- oder Absatzbeschränkungen (Kostenminimierung, Gewinnmaximierung)
- Optimierung von Materialmischungen unter Berücksichtigung bestimmter Qualitäts- und Mengenanforderungen und mit dem Ziel der Gesamtkostenminimierung
- Verschnittoptimierung unter Berücksichtigung bestimmter Verschnittmuster und mit dem Ziel der Faktoreinsatzminimierung bzw. Abfallminimierung

2.2. Simplex-Verfahren

Beispiel

Eine Tischlerei produziert zwei Typen von Schränke. Typ A erwirtschaftet einen Stückgewinn von 5 (Hundert Euro), Typ B einen Stückgewinn von 6 (Hundert Euro). Beide Typen benötigen im Holzzuschnitt jeweils 10 Arbeitsstunden.
In der Tischlerei findet die eigentliche Montage der Holzzuschnitte statt. Für Typ A müssen 10 Arbeitsstunden, für Typ B aufgrund der Holzverzierungen an den Türen 20 Arbeitsstunden aufgewendet werden.
Im Holzzuschnitt steht ein Mitarbeiter mit 40 Stunden, in der Tischlerei ein Meister sowie ein Geselle mit insgesamt 60 Arbeitsstunden die Woche zur Verfügung.
Des Weiteren bestehen Fixkosten für die Miete der Werk-statt in Höhe von 7 (Hundert Euro).

Der Inhaber der Tischlerei plant die optimalen Produktions-mengen für Typ A und B unter Berücksichtigung der genannten Restriktionen.

2.2. Simplex-Verfahren

Modellierung des LOP

Entscheidungsvariablen

x_1: Anzahl der zu produzierenden Schränke vom Typ A

x_2: Anzahl der zu produzierenden Schränke vom Typ B

Ziel: Maximierung des Gesamtgewinns

$$\max x_0 = 5x_1 + 6x_2 - 7$$

Restriktionen

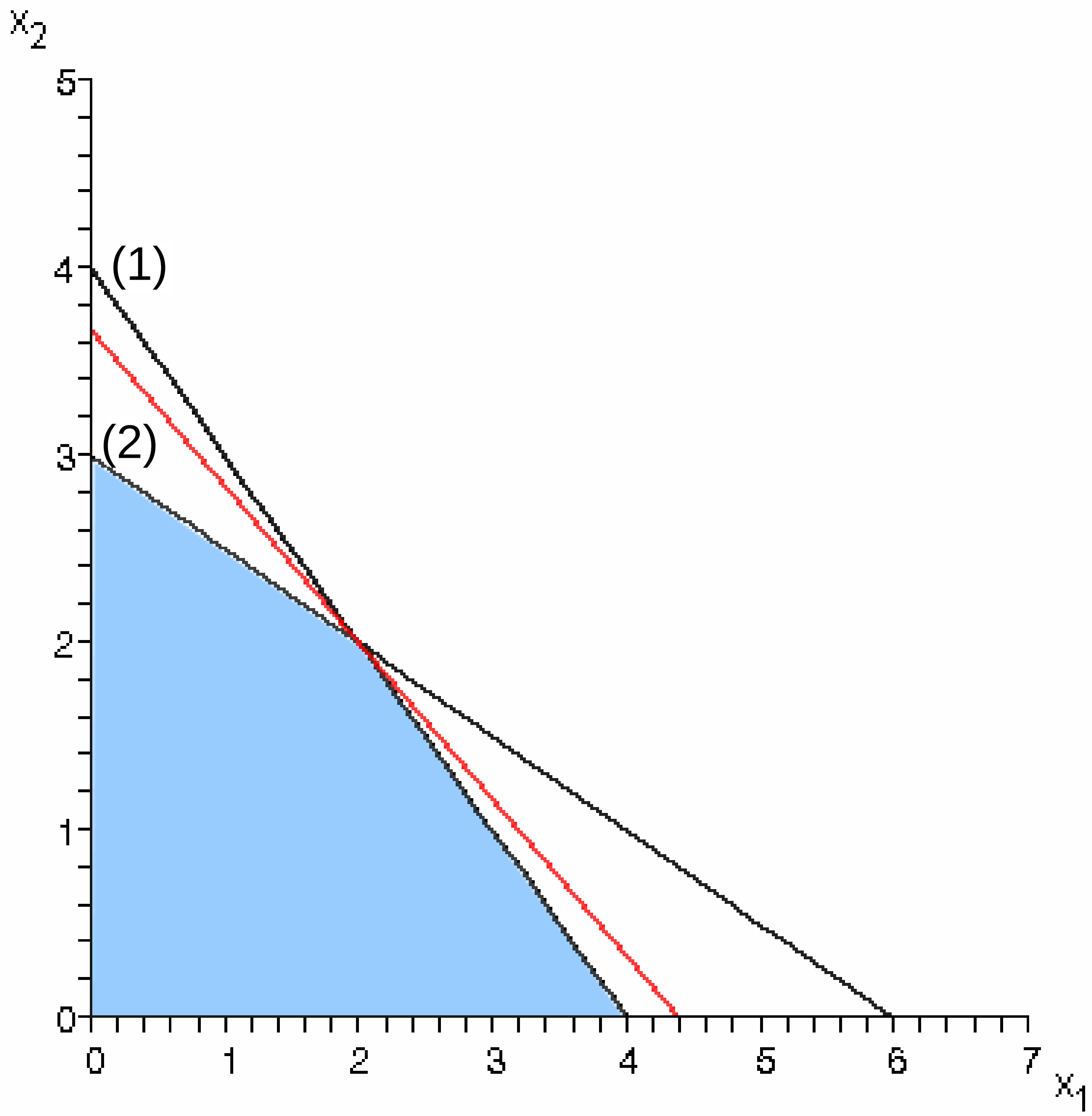
$10x_1 + 10x_2 \leq 40$ (1) Arbeitsstunden Holzzuschnitt

$10x_1 + 20x_2 \leq 60$ (2) Arbeitsstunden Tischlerei

$x_1, x_2 \geq 0$ (3) Produktionsmengen sind nichtnegativ

2.2. Simplex-Verfahren

Graphische Lösung

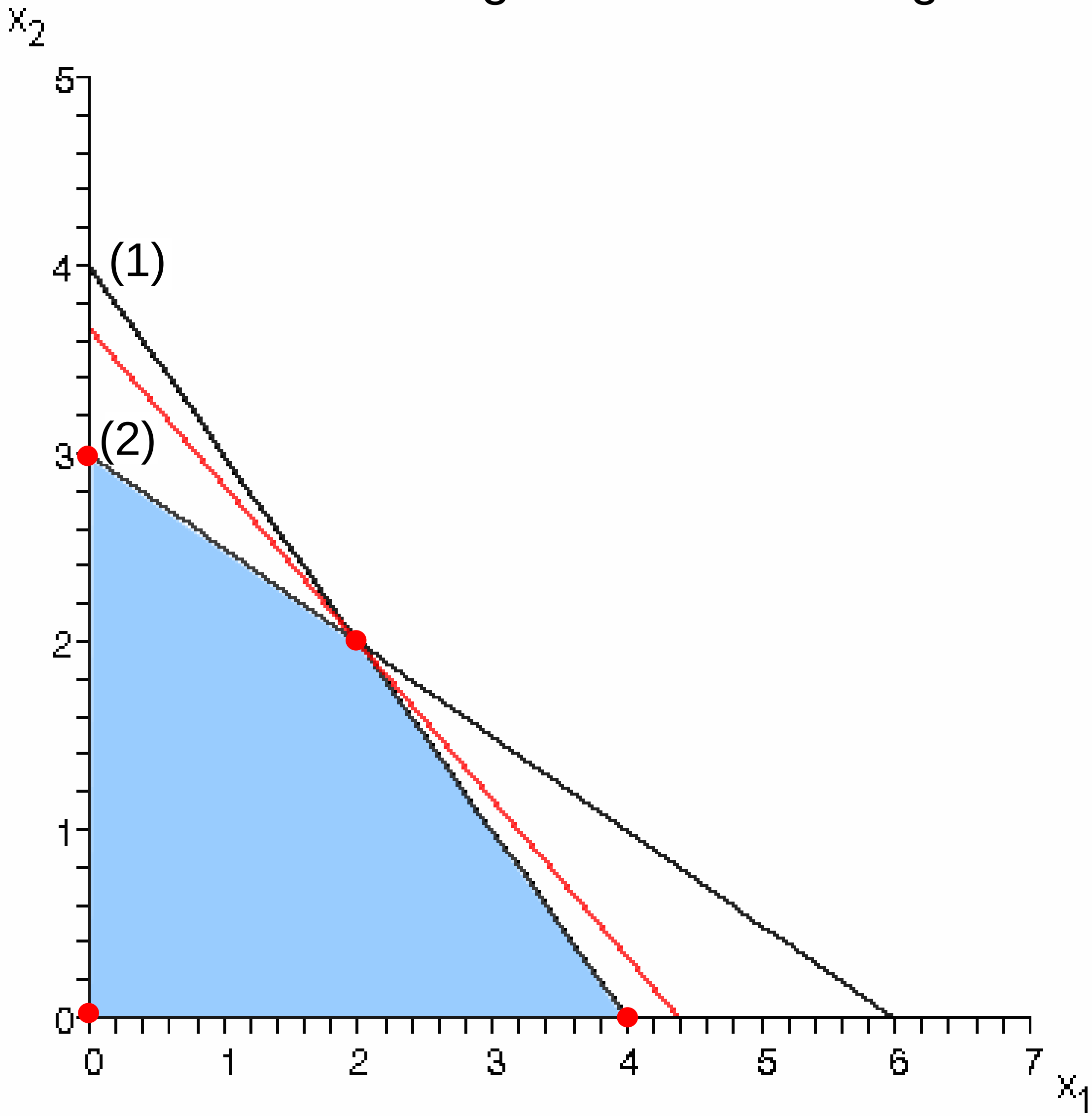


1.Netzplan-technik
2.Simplex
3.LOPs

2.2. Simplex-Verfahren

Grundlegende Idee des Verfahrens

- Suche nach der optimalen Lösung durch „Durchwanderung“ der Ecken und Prüfung auf Verbesserung



2.2. Simplex-Verfahren

Standardform des LOP

- In Vorbereitung auf die Anwendung des Simplex-Verfahrens wird das LOP in die sogenannte Standardform gebracht
- Ungleichungen durch Einführung von Schlupfvariable in Gleichungen überführen
- n Strukturvariablen und m Restriktionen

$$\max x_0 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

u.d.N.

$$a_{ij} x_j = b_i \quad \text{für alle } i = 1,..,n$$

$$x_j \geq 0 \qquad \text{für alle } j = 1,..,n+m$$

$$\max x_0 = c^T x$$

u.d.N.

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

2.2. Simplex-Verfahren

LOP

$$\max x_0 = 5x_1 + 6x_2 - 7$$

u.d.N.

$$10x_1 + 10x_2 \leq 40$$

$$10x_1 + 20x_2 \leq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Standardform des LOP

$$\max\ x_0 = 5x_1 + 6x_2 - 7$$

u.d.N.

$$10x_1 + 10x_2 + x_3 = 40$$

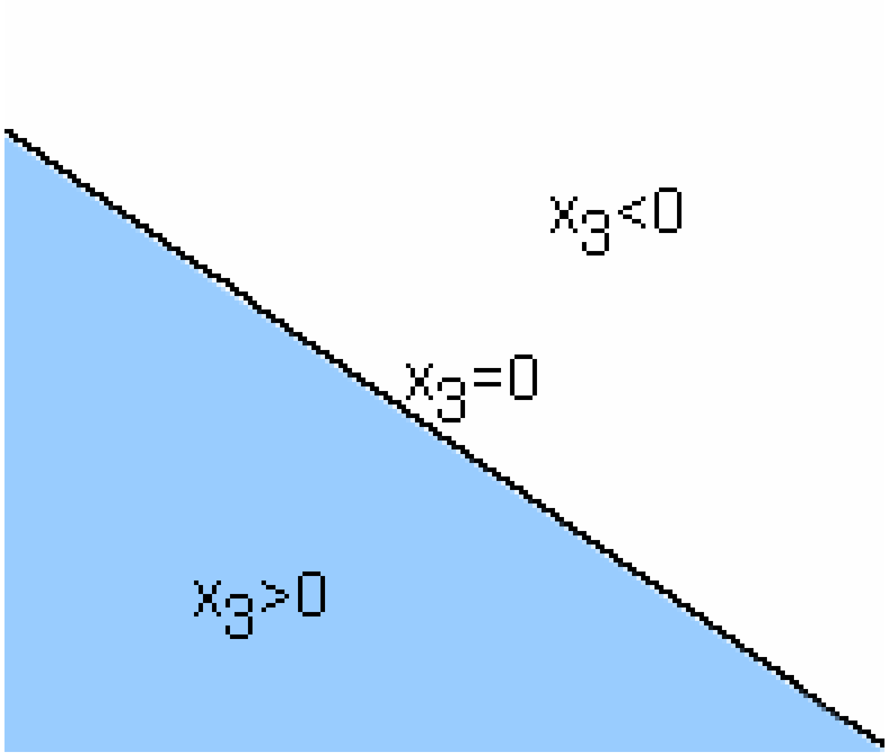
$$10x_1 + 20x_2 + x_4 = 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2.2. Simplex-Verfahren

Bedeutung der Schlupfvariablen

$$10x_1 + 10x_2 \leq 40$$



2.1. Lineare Optimierungsprobleme

Begriff Basis

Jede nichtsinguläre m x m Teilmatrix von A heißt Basis. Nicht-singularität bedeutet, dass die m-dimensionalen Spaltenvektoren von B linear unabhängig sind. Es kann sich also kein Spalten-vektor als Linearkombination der anderen darstellen lassen.

A

B

$$\begin{aligned} 10x_1 + 10x_2 + x_3 &= 40 \\ 10x_1 + 20x_2 + + x_4 &= 60 \end{aligned}$$

2.2. Simplex-Verfahren

Grundzüge des Simplex-Verfahrens (1)

Maximierungsproblem:

$$\max x_0 = 5x_1 + 6x_2 - 7$$

u.d.N.

$$10x_1 + 10x_2 \leq 40$$

$$10x_1 + 20x_2 \leq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Zielfunktion wird in die Nebenbedingungen mit aufgenommen, Maximierung von x_0

$$\max\ x_0$$

u.d.N.

$$x_0 - 5x_1 - 6x_2 = -7$$

$$10x_1 + 10x_2 + x_3 = 40$$

$$10x_1 + 20x_2 + x_4 = 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Planungs- und Entscheidungs-techniken

2.2. Simplex-Verfahren

Grundzüge des Simplex-Verfahrens (2)

1.Netzplan-technik
2.Simplex
3.LOPs

Simplex-Tableau

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS	
1	-5	-6	0	0	-7	
0	10	10	1	0	40	$\frac{40}{10} = 4$
0	10	20	0	1	60	$\frac{60}{20} = 3$

2.2. Simplex-Verfahren

Grundzüge des Simplex-Verfahrens (3)

Pivotisieren

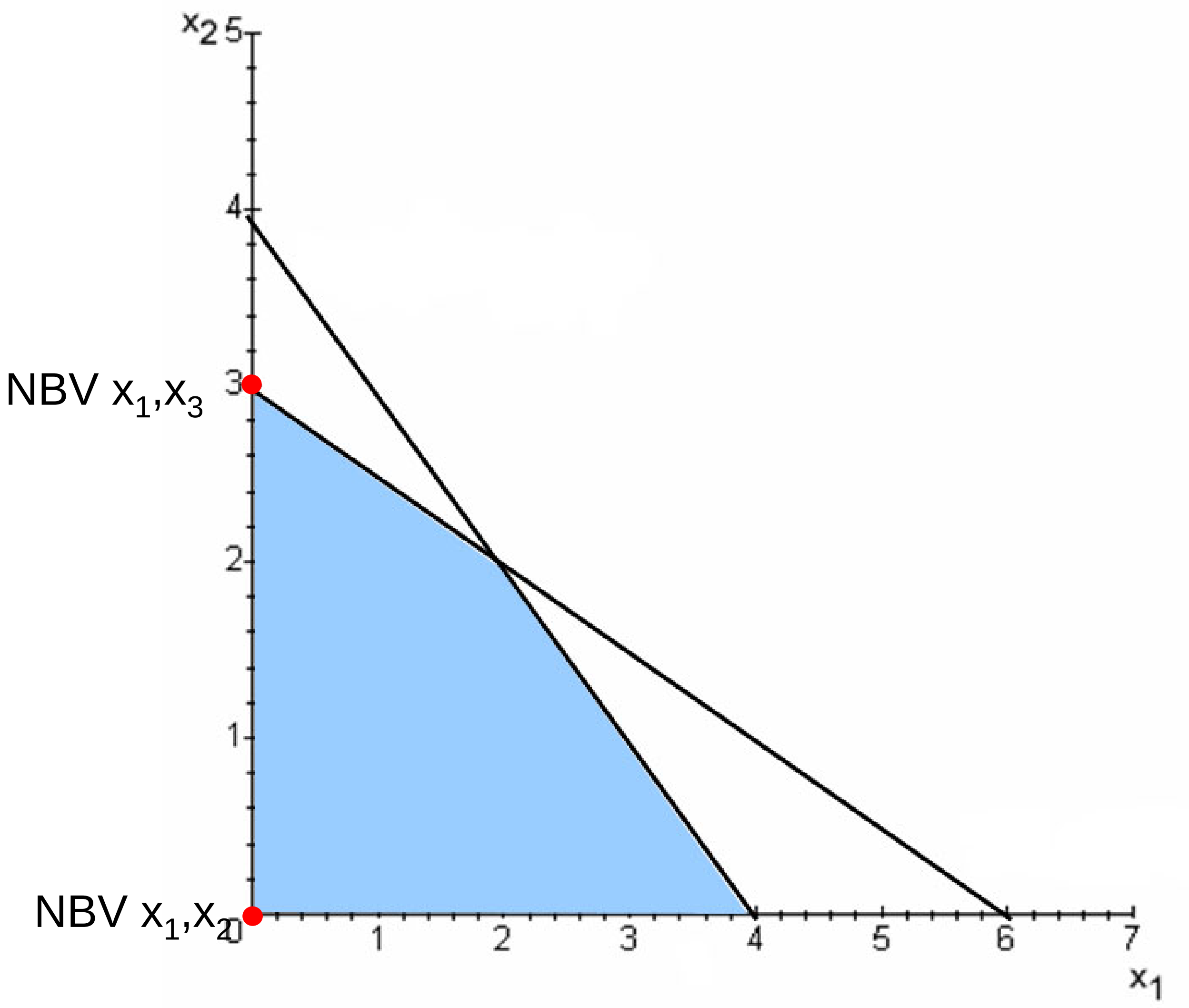
x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS
1	-5	-6	0	0	-7
0	10	10	1	0	40
0	10	20	0	1	60

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS
1	-2	0	0	6/20	11
0	5	0	1	-1/2	10
0	1/2	1	0	1/20	3

2.2. Simplex-Verfahren

Grundzüge des Simplex-Verfahrens (4)

Basistausch



2.2. Simplex-Verfahren

Grundzüge des Simplex-Verfahrens (5)

Pivotisieren

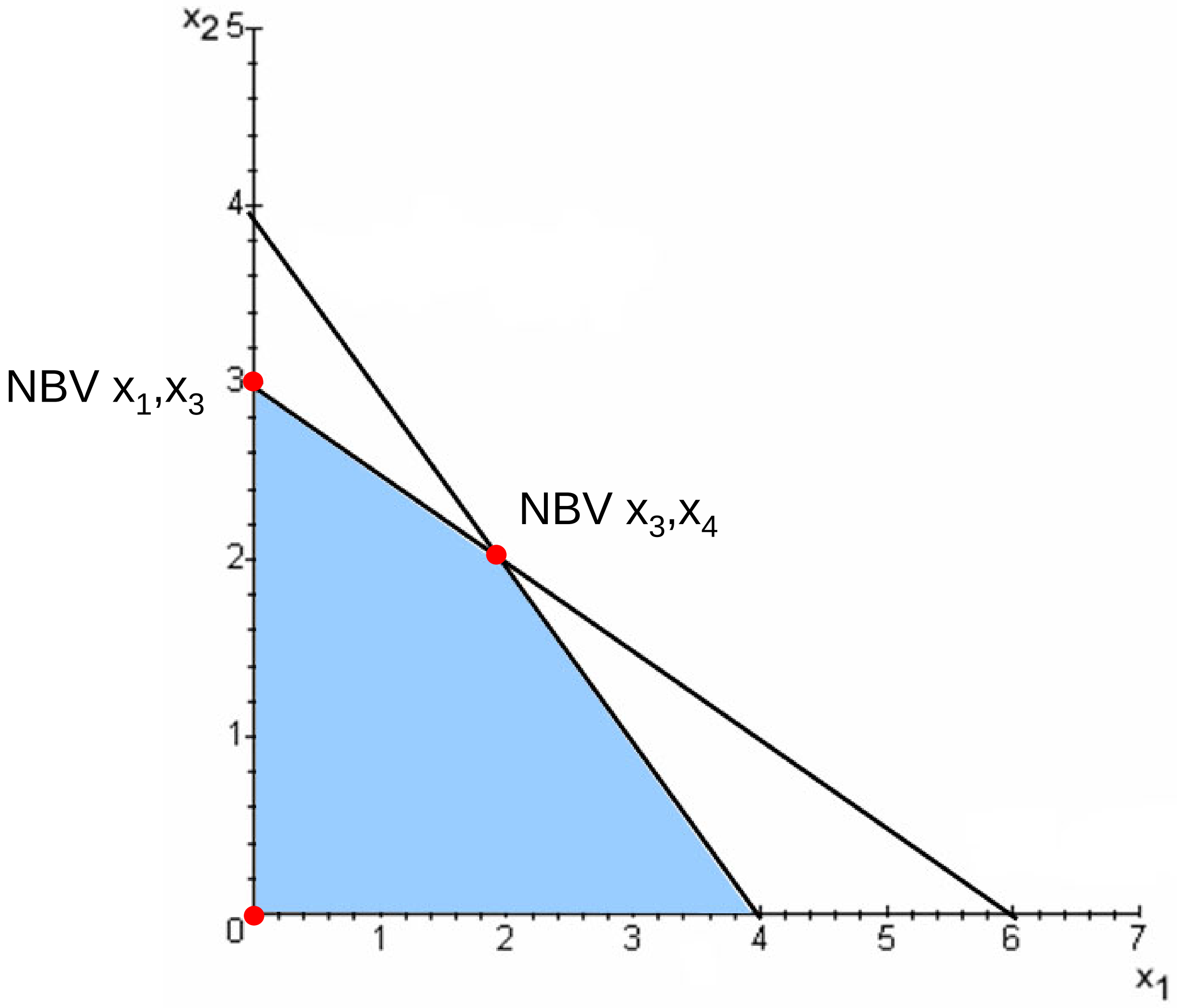
x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS
1	-2	0	0	6/20	11
0	5	0	1	-1/2	10
0	1/2	1	0	1/20	3

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS
1	0	0	2/5	1/10	15
0	1	0	1/5	-1/10	2
0	0	1	-1/10	1/10	2

2.2. Simplex-Verfahren

Grundzüge des Simplex-Verfahrens (6)

Basistausch



2.2. Simplex-Verfahren

Grundzüge des Simplex-Verfahrens (7)

Interpretation der Schattenpreise

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS
1	0	0	2/5	1/10	15
0	1	0	1/5	-1/10	2
0	0	1	-1/10	1/10	2

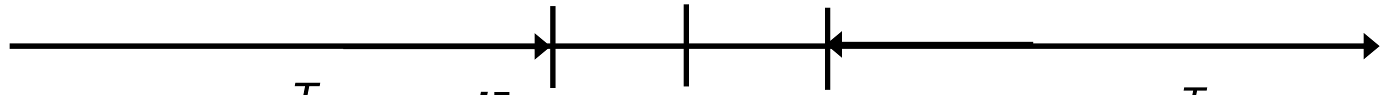
2.3. Sonderfälle

1. Minimierungsproblem

Ein Minimierungsproblem der Form $\min x_0 = c^T x$

kann in ein Maximierungsproblem transformiert werden

$$\min\ x_0 = c^T x + d \equiv -[\max\ \text{-x}_0 = -c^T x - d]$$



2.3. Sonderfälle

2. Unzulässige Ausgangslösung

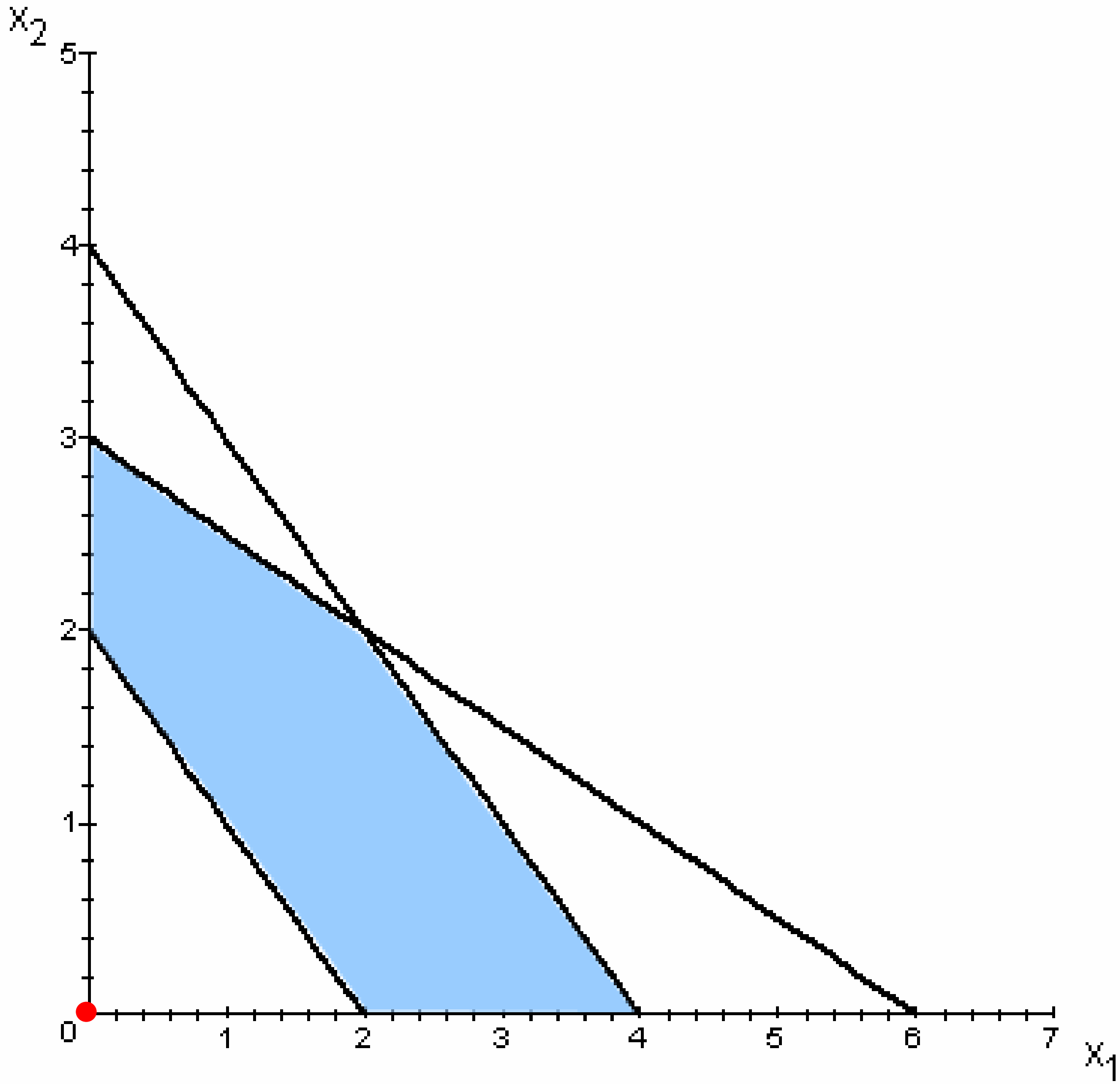
Eine unzulässige Ausgangslösung ist dann gegeben, wenn die Ausgangslösung, die sich durch Nullsetzen der Struktur-variablen ergibt, nicht im zulässigen Bereich liegt

$$
\begin{aligned}
&\max\ x_0 = 5x_1 + 6x_2 - 7\\
&u.d.N.\\
&10x_1 + 10x_2 \le 40\\
&10x_1 + 20x_2 \le 60\\
&\boxed{x_1 + x_2 \ge 2}\\
&x_1, x_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\max\ x_0 = 5x_1 + 6x_2 - 7\\
&u.d.N.\\
&10x_1 + 10x_2 + x_3 = 40\\
&10x_1 + 20x_2 + x_4 = 60\\
&x_1 + x_2 - x_5 = 2\\
&x_1, x_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

2.3. Sonderfälle

Geometrische Bedeutung der >= -Restriktion



2.3. Sonderfälle

Ausgangstableau bei unzulässiger Ausgangslösung

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
1	-5	-6	0	0	0	-7
0	10	10	1	0	0	40
0	10	20	0	1	0	60
0	1	1	0	0	-1	2

2.3. Sonderfälle

X_{-1}	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_H	RHS
1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	-5	-6	0	0	0	0	-7
0	0	10	10	1	0	0	0	40
0	0	10	20	0	1	0	0	60
0	0	1	1	0	0	-1	1	2

2.3. Sonderfälle

X_{-1}	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_H	RHS
1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	-5	-6	0	0	0	0	-7
0	0	10	10	1	0	0	0	40
0	0	10	20	0	1	0	0	60
0	0	1	1	0	0	-1	1	2

X_{-1}	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_H	RHS
1	0	-1	-1	0	0	1	0	-2
0	1	-5	-6	0	0	0	0	-7
0	0	10	10	1	0	0	0	40
0	0	10	20	0	1	0	0	60
0	0	1	1	0	0	-1	1	2

2.3. Sonderfälle

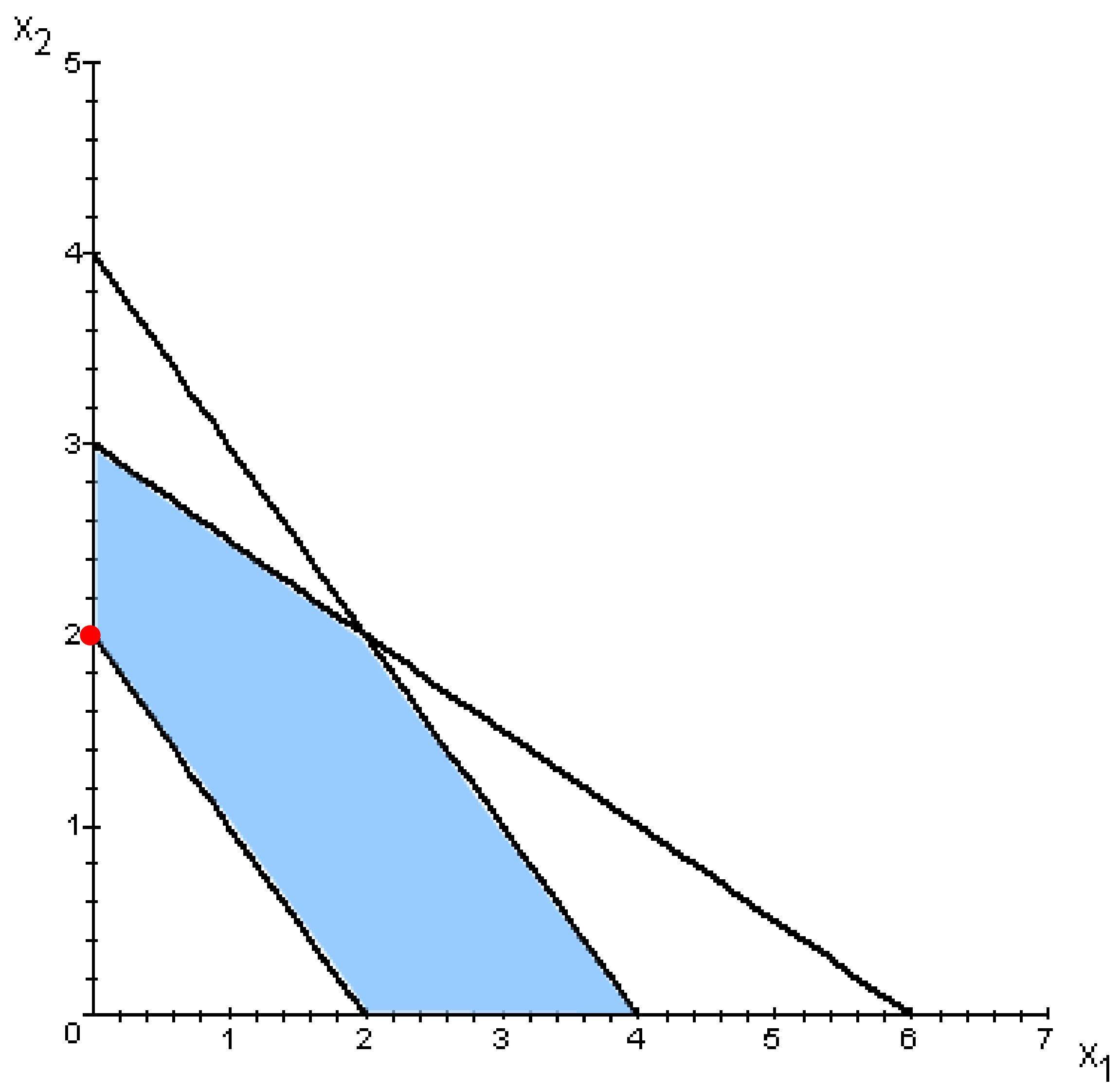
1.Netzplan-technik
2.Simplex
3.LOPs

X_{-1}	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_H	RHS
1	0	-1	-1	0	0	1	0	-2
0	1	-5	-6	0	0	0	0	-7
0	0	10	10	1	0	0	0	40
0	0	10	20	0	1	0	0	60
0	0	1	1	0	0	-1	1	2

X_{-1}	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	~~x_H~~	RHS
~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~0~~
0	1	1	0	0	0	-6	~~6~~	5
0	0	0	0	0	0	10	~~-10~~	20
0	0	-10	0	0	1	20	~~-20~~	20
0	0	1	1	0	0	-1	~~1~~	2

2.3. Sonderfälle

1.Netzplan-technik
2.Simplex
3.LOPs



2.3. Sonderfälle

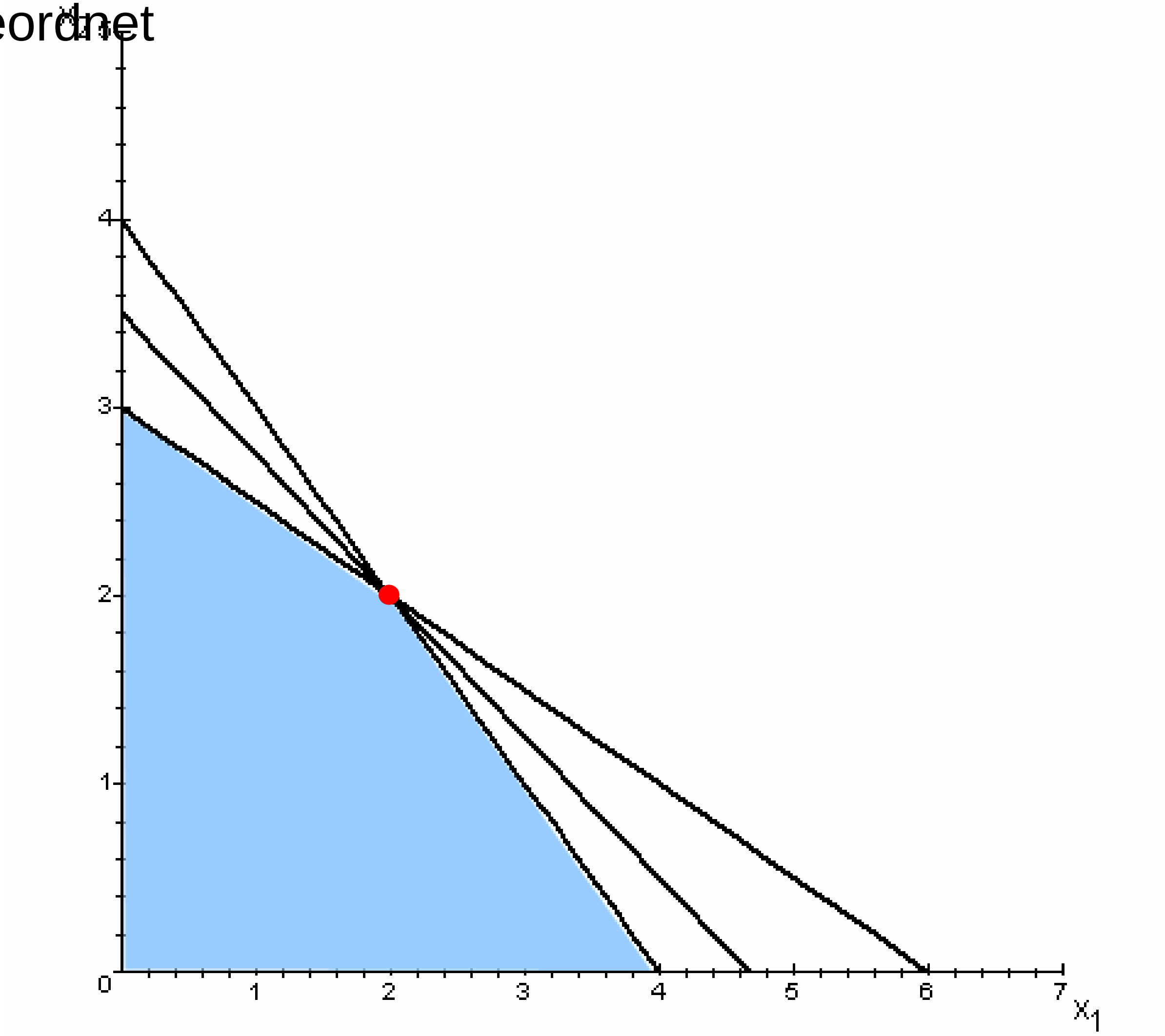
3. Freie Variable

Sind einige der Strukturvariablen nichtnegativ und einige frei, dann werden die freien Variable in die Basis mit aufgenommen und verbleiben im Laufe des Iterationsprozesses auch dort

2.3. Sonderfälle

4. Entartung

Zu einer Basis gehört jeweils genau eine Ecke, im Falle der Entartung jedoch ist eine Ecke mehreren Basen zugeordnet



Gliederung

1. Netzplantechnik
   1.1. Grundlagen der Netzplantechnik
   1.2. Strukturanalyse bei Vorgangspfeilnetzen
   1.3. Zeitanalyse bei Vorgangspfeilnetzen

2. Lösung von linearen Optimierungsproblemen mit Hilfe des Simplex-Algorithmus
   2.1. Lineare Optimierungsprobleme
   2.2. Simplex-Verfahren
   2.3. Sonderfälle

3. Planung von Güterströmen als Lineares Optimierungsproblem

3. Planung von Güterströmen als LOP

Betriebswirtschaftliche Probleme

- Planung kürzester Wege eines Konsumgüterherstellers von verschiedenen Produktionsstandorten zu verschiedenen Großhändlern
- Planung der Zuordnung von Mitarbeitern auf Tätigkeiten gemäß ihrer Eignung

Darstellung

- Transportsysteme werden mittels Graphen dargestellt
- Knoten sind Orte, Kanten Wegeverbindungen
- Haben die Wege Einbahnstraßencharakter, so werden sie als Pfeile dargestellt

3. Planung von Güterströmen als LOP

Kostenminimaler Fluss

- (Gerichtete) Kanten repräsentieren Transportwege; Knoten Orte, an denen Angebot oder Nachfrage eines Gutes besteht bzw. an denen ein Gut nur umgeschlagen wird
- Menge der Orte $V = V_1 + V_2 + V_3$

Notationen und Bedingungen

- In Quellort $i \in V_1$ können max. a_i Gütereinheiten pro Zeiteinheit eingespeist werden
- Aus Senke $i \in V_3$ können maximal b_i Gütereinheiten pro ZE entnommen werden
- x_{ij} bezeichnet den Güterstrom in Kante <i,j> von Knoten i zu Knoten j
- Der Güterstrom sei durch Wegekapazität κ_{ij} beschränkt
- c_{ij} bezeichne die Kosten des Transports einer Gütereinheit von i nach j

3. Planung von Güterströmen als LOP

Lineare Optimierungsaufgabe

$$\min x_0 = \sum_{i \in V} \sum_{j \in N(i)} c_{ij} x_{ij}$$

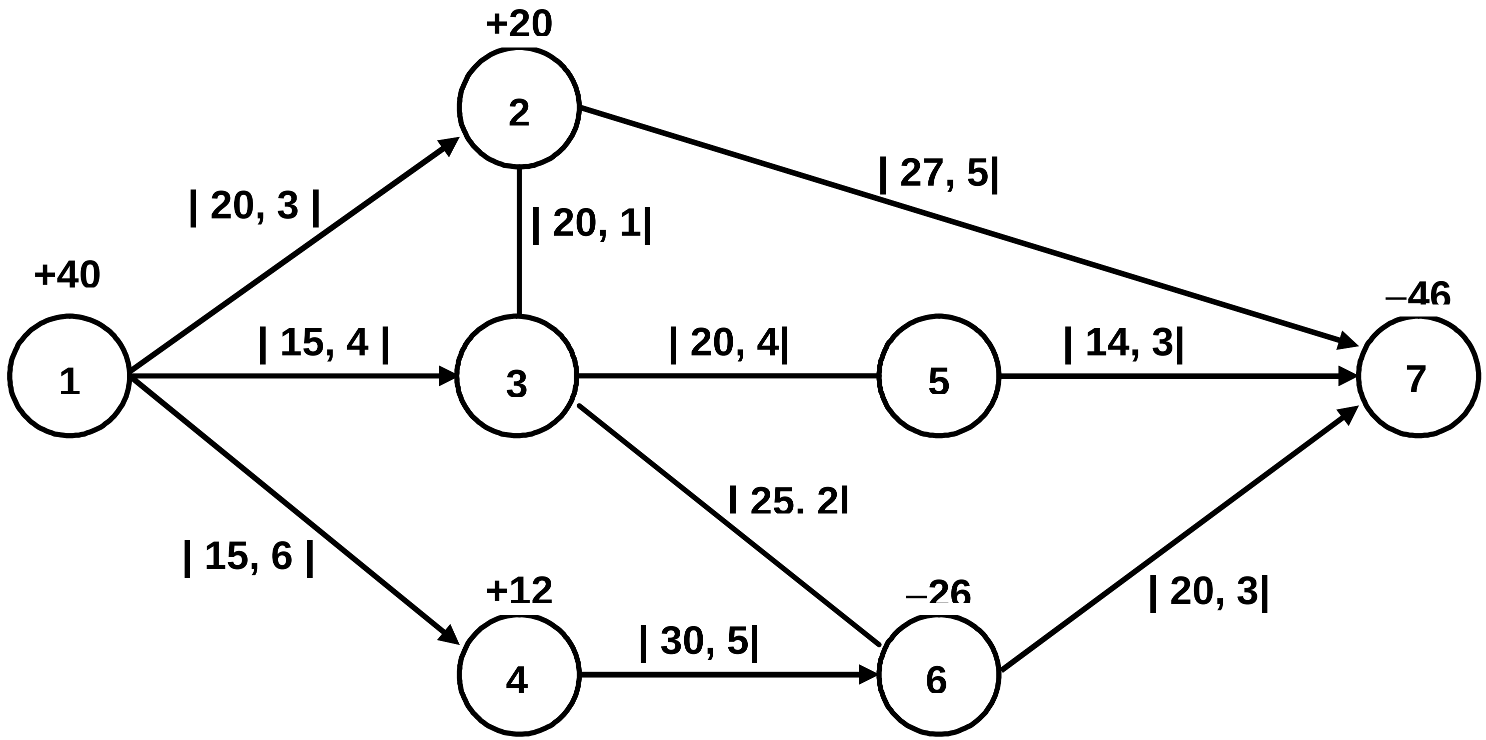
u.d.N.

$$\sum_{j \in N(i)} x_{ij} - \sum_{l \in N(i)} x_{li} \begin{cases} \leq a_i & \text{für } i \in V_1 \\ = 0 & \text{für } i \in V_2 \\ \leq -b_i & \text{für } i \in V_3 \end{cases}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq \kappa_{ij} \text{ für alle (i,j)}$$

3. Planung von Güterströmen als LOP

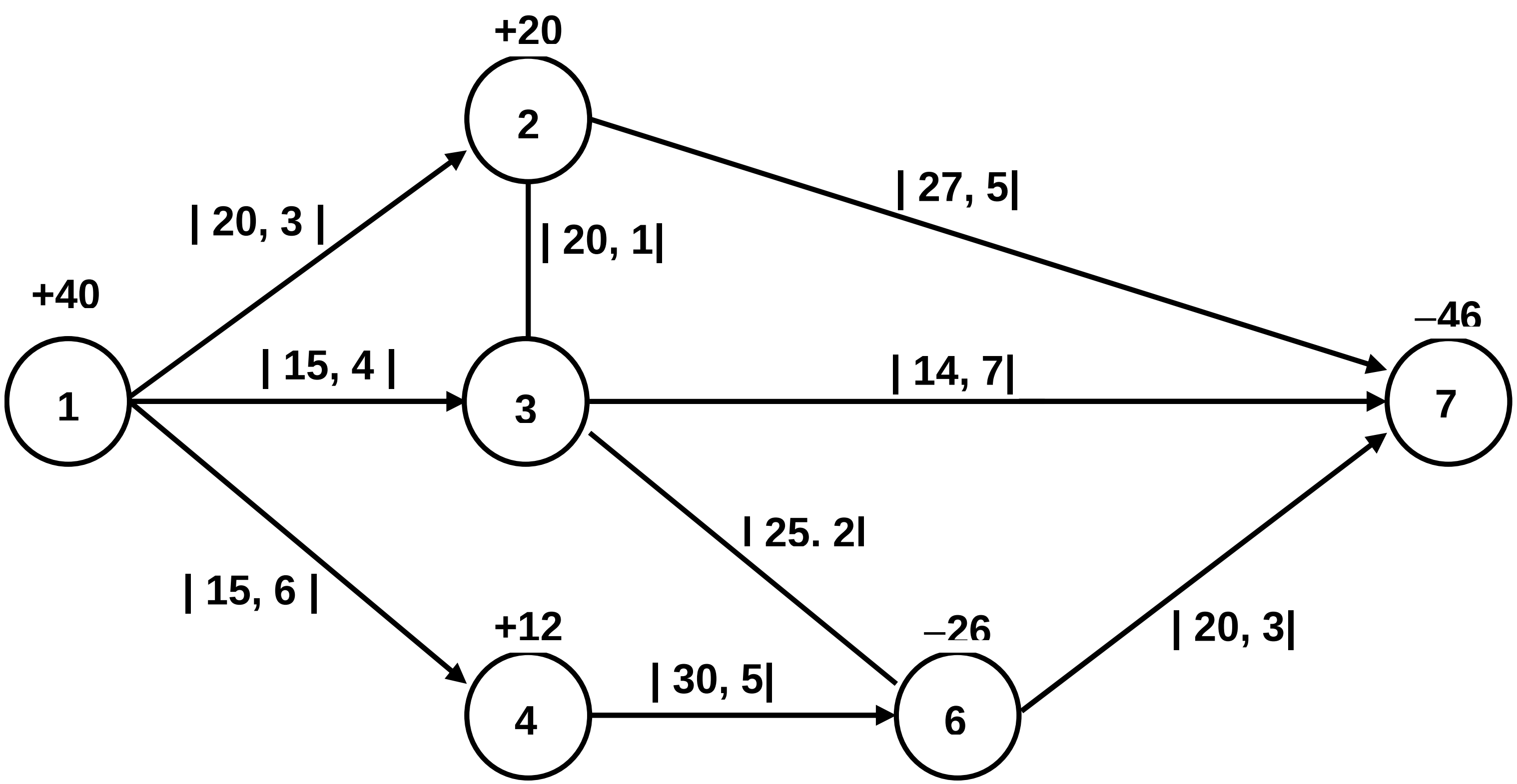
Beispiel



3. Planung von Güterströmen als LOP

1.Netzplan-technik
2.Simplex
3.LOPs

Lösung



3. Planung von Güterströmen als LOP

$$\min 3x_{12} + 4x_{13} + 6x_{14} + x_{23} + 5x_{27} + x_{32} + 2x_{36} + 7x_{37} + 5x_{46} + 2x_{63} + 3x_{67}$$

$$u.d.N.$$

$$x_{12} \leq 20, x_{13} \leq 15, x_{14} \leq 15, x_{23} \leq 20,$$

$$x_{27} \leq 27, x_{32} \leq 20, x_{36} \leq 25, x_{37} \leq 14,$$

$$x_{46} \leq 30, x_{63} \leq 25, x_{67} \leq 20$$

$$x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 40$$

$$-x_{12} - x_{32} + x_{23} + x_{27} \leq 20$$

$$-x_{14} + x_{46} \leq 12$$

$$-x_{13} - x_{23} - x_{63} + x_{32} + x_{36} + x_{37} = 0$$

$$-x_{36} - x_{46} + x_{63} + x_{67} \leq -26$$

$$-x_{27} - x_{37} - x_{67} \leq -46$$

$$x_{12},\ x_{13},\ x_{14},\ x_{23},\ x_{27},\ x_{32},\ x_{36},\ x_{37},\ x_{46},\ x_{63},\ x_{67} \geq 0$$

3. Planung von Güterströmen als LOP

Ausblick

- Transportprobleme können sehr komplex sein
- Finden einer zulässigen Ausgangslösung nicht trivial
- Um eine zulässige Anfangslösung zu finden, können Heuristiken eingesetzt werden