

AUFGABENTEIL

MODUL-ABSCHLUSSKLAUSUR ZUM

B-MODUL NR. 31531

THEORIE DER LEISTUNGSERSTELLUNG

TERMIN: 18. MÄRZ 2010, 09⁰⁰–11⁰⁰ UHR

PRÜFER: PROF. DR. DR. H.C. G. FANDEL

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
maximale Punktzahl	15	20	25	30	30	120

DIESEN AUFGABENTEIL KÖNNEN SIE ABTRENNEN UND MITNEHMEN!

HINWEISE ZUR BEARBEITUNG

- Die Klausur besteht aus einem Aufgabenteil inklusive Lösungsbögen. Überprüfen Sie zunächst, ob Sie die korrekte Anzahl an 23 Seiten erhalten haben.
- Füllen Sie nun den Kopf des Deckblattes des Lösungsteils und der nachfolgenden Seiten des Lösungsteils aus!
- Die Klausur umfasst **fünf Aufgaben**. Die gesamte Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten. Bei jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben. Insgesamt können maximal 120 Punkte erreicht werden.
- Die Lösungen müssen in die dafür **vorgesehenen Lösungsbögen** eingetragen werden. Bei Platzproblemen verwenden Sie bitte die Rückseiten und verweisen auf diese. Eigene mitgebrachte Blätter dürfen nicht verwendet werden!
- **Schreiben Sie bitte nicht mit Bleistift (Ausnahme: Zeichnungen) und nicht mit Rotstiften!**
- Bitte schreiben Sie leserlich! Unlesbarkeiten gehen zu Ihren Lasten!
- Sie können den Aufgabenteil abtrennen, aber trennen Sie bitte keine einzelnen Lösungsbögen aus dem Lösungsteil ab!
- Als **Hilfsmittel** sind – neben Schreib- und Zeichengeräten – ausschließlich Taschenrechner zugelassen, die
 - nicht programmierbar sind,
 - keine Texte oder Formeln speichern können,
 - nicht drahtlos mit anderen Geräten kommunizieren können,
 - über keine alphanumerische Tastatur verfügen und
 - kein graphisches Display (z. B. zur Darstellung von Funktionsgraphen) besitzen.
- **Unterschreiben** Sie vor der Abgabe Ihre Klausur auf dem letzten beschrifteten Lösungsbogen!
- **Teilen Sie sich Ihre Zeit ein!** Als Anhaltspunkt für die Bearbeitungszeit der Aufgaben gilt: 1 Punkt entspricht ca. 1 Minute.

Viel Erfolg

Aufgabe 1: Grundlagen**15 Punkte**

- a) Beschreiben Sie verbal, was unter der Produktionselastizität zu verstehen ist. **5 Punkte**
- b) Erläutern Sie in einem Satz den Unterschied zwischen peripherer und alternativer Substitutionalität. **4 Punkte**
- c) Betrachten Sie die auf Lösungsbogen 2 in den Abbildungen 1 bis 3 dargestellten Isoquantenverläufe. Geben Sie zu jedem Verlauf an, ob die jeweils zugrunde gelegte substitutionale Produktionsfunktion alternative oder periphere Substitutionalität aufweist. **6 Punkte**

Hinweis:

- Es genügt, wenn Sie die Abbildungen mit einem deutlichen A (für alternative Substitutionalität) bzw. P (für periphere Substitutionalität) kennzeichnen.

Aufgabe 2: Substitutionale Produktionsmodelle**20 Punkte**

Betrachten Sie die folgende Produktionsfunktion:

$$x = f(r_1; r_2) = 3 \cdot r_1 + r_2^{\frac{1}{2}}$$

Für die Faktorpreise gelte $q_1 = 30$ und $q_2 = 2,5$. Der Einsatz von Faktor 2 sei zunächst auf eine Menge von $\bar{r}_2 = 16$ fixiert.

- a) Welcher Output \hat{x} wird unter diesen Umständen mindestens hergestellt? Wie lautet die zugehörige Kostenfunktion $\hat{K}(x)$ bei partieller Faktorvariation?

6 Punkte

Der Einsatz von Faktor 2 sei nun frei wählbar.

- b) Stellen Sie für die Produktionsfunktion $x = f(r_1; r_2)$ die Isoquantengleichung für ein festes Produktionsniveau \bar{x} in der Form $r_1 = g(\bar{x}, r_2)$ auf.
- c) Bestimmen Sie die Kostenfunktion $K(x)$ bei totaler Faktorvariation.

4 Punkte**10 Punkte**

Aufgabe 3: LEONTIEF-Produktionsmodelle**25 Punkte**

Einem Unternehmen stehen fünf linear-limitationale Produktionsprozesse zur Verfügung, die durch ihre Faktorfunktionen wie folgt gegeben sind:

Prozess I:	$r_1^I = 6 \cdot x^I$	$r_2^I = 5 \cdot x^I$
Prozess II:	$r_1^{II} = 4,5 \cdot x^{II}$	$r_2^{II} = 6,25 \cdot x^{II}$
Prozess III:	$r_1^{III} = 4 \cdot x^{III}$	$r_2^{III} = 7 \cdot x^{III}$
Prozess IV:	$r_1^{IV} = 5 \cdot x^{IV}$	$r_2^{IV} = 7 \cdot x^{IV}$
Prozess V:	$r_1^V = 6 \cdot x^V$	$r_2^V = 4 \cdot x^V$

Dabei bezeichnen x^i die hergestellte Outputmenge und r_1^i bzw. r_2^i die dafür einzusetzenden Mengen der Produktionsfaktoren 1 und 2 ($i = I, II, III, IV, V$). Alle Gütermengen seien beliebig teilbar.

- | | |
|--|------------------|
| a) Welche der verfügbaren Prozesse sind effizient, welche sind ineffizient, wenn die Prozesse nicht kombinierbar sind? Tragen Sie Ihre Lösung bitte in Tabelle 2 auf Lösungsbogen 5 ein. | 5 Punkte |
| b) Zeichnen Sie in das Koordinatensystem auf Lösungsbogen 6 für alle in a) als effizient identifizierten Prozesse den Prozessstrahl ein. Zeichnen Sie für diese Prozesse die Isoquanten zum Outputniveau $\bar{x} = 20$ Mengeneinheiten ein. | 10 Punkte |
| c) Zeigen Sie rechnerisch, dass bei Möglichkeit zur Prozesskombination Prozess II als Mischung der Prozesse III und V darstellbar ist. In welchem Verhältnis sind die Prozesse III und V dabei zu mischen? | 10 Punkte |

Aufgabe 4: GUTENBERG-Produktionsmodelle

30 Punkte

Ein Unternehmen verfügt zur Erzeugung einer Outputart über drei funktions- und kostengleiche Maschinen h , $h = I, II, III$. Der Einsatz der drei Maschinen sei nur zu festen Leistungsintensitäten und Zeiten möglich. Es gelte für die Intensität $\lambda_h \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ und für die Laufzeit $t_h \in \{0, 1\}$, $h = I, II, III$.

- a) Erläutern Sie anhand einer Graphik, inwiefern die zeitliche Anpassung eine besondere Form des Intensitätssplittings darstellt.

10 Punkte

Hinweis

- Auf Lösungsbogen 8 steht für Ihre Skizze ein leeres Koordinatensystem bereit.

Die intensitätsabhängigen Kosten $K_h(\lambda_h) = K_h(x_h)$, $h = I, II, III$ sind bekannt und lauten:

Outputmenge x	Produktionskosten $K_h(x)$ bei Herstellung auf einem Aggregat
0	0
1	3
2	10
3	19
4	32

Tabelle 1: Kostendaten für Aufgabe 4

- b) Bestimmen Sie für ganzzahlige Ausbringungsmengen

12 Punkte

$$0 \leq x = \sum_{h=1}^3 x_h \leq 12, \quad x \in \mathbb{N}_0$$

der Planperiode die kostenoptimale intensitätsmäßige und quantitative Anpassung der Aggregate im Maschinenpark. Sollte im Verlauf der Ermittlung des kostenoptimalen Maschineneinsatzes Kostengleichheit auftreten, so werden die Maschinen in aufsteigender Nummernfolge (z. B. Maschine I vor Maschine II, etc.) eingesetzt. Nutzen Sie dazu die bereitgestellte Lösungstabelle auf Lösungsbogen 9.

- c) Zeigen Sie anhand einer ausführlichen Rechnung, wie ein Output von $\bar{x} = 5$ unter dem Einsatz von zwei Maschinen kostenoptimal herzustellen ist.

8 Punkte

Aufgabe 5: Erweiterungen**30 Punkte**

Ein Unternehmen produziert genau eine Produktart durch Einsatz von zwei Produktionsfaktoren. Dem Unternehmen stehen dafür die effizienten Produktionsprozesse I und II mit den jeweilig angegebenen Inputfunktionen zur Verfügung:

$$\text{Prozess I: } r_1^I = 2 \cdot x^I, \quad r_2^I = 9 \cdot x^I.$$

$$\text{Prozess II: } r_1^{II} = 8 \cdot x^{II}, \quad r_2^{II} = x^{II}.$$

Es bezeichne x^π die mit Prozess π hergestellten Outputmengeneinheiten und r_1^π bzw. r_2^π die jeweils zur Produktion verwendeten Faktormengen. Die Preise der Produktionsfaktoren betragen $q_1=7$ Geldeinheiten für Faktor 1 und $q_2=4$ Geldeinheiten für Faktor 2. Der produktive Einsatz der Faktoren führt zur Emission von CO_2 gemäß der Verursachungsfunktion:

$$S_1(r_1, r_2) = r_1 + 2 \cdot r_2,$$

wobei S_1 die durch den Einsatz von r_1 und r_2 insgesamt ausgestoßene Schadstoffmenge angibt. Ebenso entsteht eine Feinstaubmenge S_2 nach der Verursachungsfunktion

$$S_2(r_1, r_2) = 14 \cdot r_1 + 8 \cdot r_2.$$

- a) Bestimmen Sie für die beiden Produktionsprozesse jeweils die Kostenfunktion $K^\pi(x)$ sowie die Gesamtschadstofffunktionen für CO_2 ($S_1^\pi(x)$) und für Feinstaub ($S_2^\pi(x)$), wobei π Prozess $\pi=I, II$ bezeichnet. Für welchen Prozess wird sich das Unternehmen entscheiden?

7 Punkte

Die Emissionen seien durch Umweltauflagen auf 2.500 Einheiten CO_2 und 23.000 Einheiten Feinstaub begrenzt.

- b) Zeichnen Sie die Prozessstrahlen der beiden Produktionsprozesse sowie die beiden Schadstoffisoquanten in das Koordinatensystem auf Lösungsbogen 12 ein. Zeigen Sie anhand der Graphik, wo das Outputniveau liegt, das sich unter beiden Restriktionen maximal realisieren lässt.
- c) Stellen Sie die Gesamtkostenfunktion sowie die Gesamtschadstofffunktionen des Unternehmens unter der Maßgabe auf, dass nun die Grenzwerte für CO_2 und Feinstaub einzuhalten sind.

8 Punkte**15 Punkte**

Hinweise:

- Die Funktionen sind ggf. über mehrere Intervalle zu definieren.
- Nutzen Sie für Ihre Überlegungen die in b) erstellte Graphik.

FAKULTÄT FÜR
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT

NAME: _____

VORNAME: _____

MATRIKELNUMMER: _____

LÖSUNGSTEIL

MODUL-ABSCHLUSSKLAUSUR ZUM

B-MODUL NR. 31531

THEORIE DER LEISTUNGSERSTELLUNG

TERMIN: 18. März 2010, 09⁰⁰–11⁰⁰ UHR

PRÜFER: PROF. DR. DR. H.C. G. FANDEL

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
maximale Punktzahl	15	20	25	30	30	120
erreichte Punktzahl						

NOTE:

DATUM:

UNTERSCHRIFT DES PRÜFERS

Lösungsbogen für Aufgabe 1

Lösungsbogen für Aufgabe 1

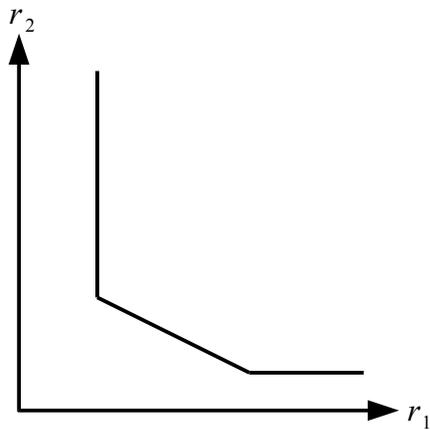


Abbildung 1: Isoquante 1

Vorliegende Art der Substitutionalität:

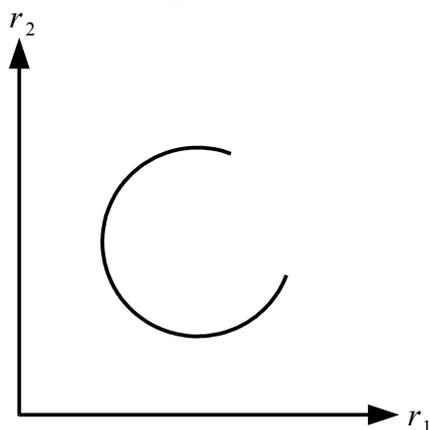


Abbildung 2: Isoquante 2

Vorliegende Art der Substitutionalität:

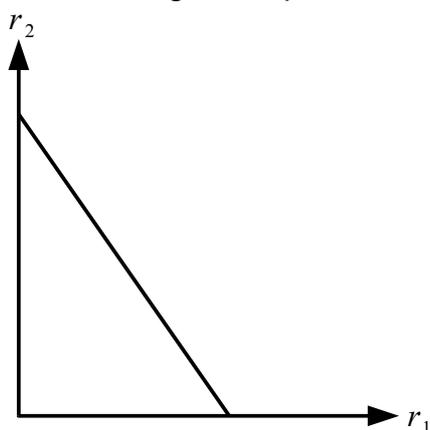


Abbildung 3: Isoquante 3

Vorliegende Art der Substitutionalität:

Lösungsbogen für Aufgabe 2

Lösungsbogen für Aufgabe 2

Lösungsbogen für Aufgabe 3

Prozess	Effizienzaussage
I	
II	
III	
IV	
V	

Tabelle 2: Lösungstabelle für Aufgabe 3a

Hinweis:

- Es genügt, wenn Sie effiziente Prozesse mit einem deutlichen „E“ (für „effizient“) und ineffiziente Prozesse mit einem deutlichen „N. E.“ (für „nicht effizient“) kennzeichnen.

Lösungsbogen für Aufgabe 3

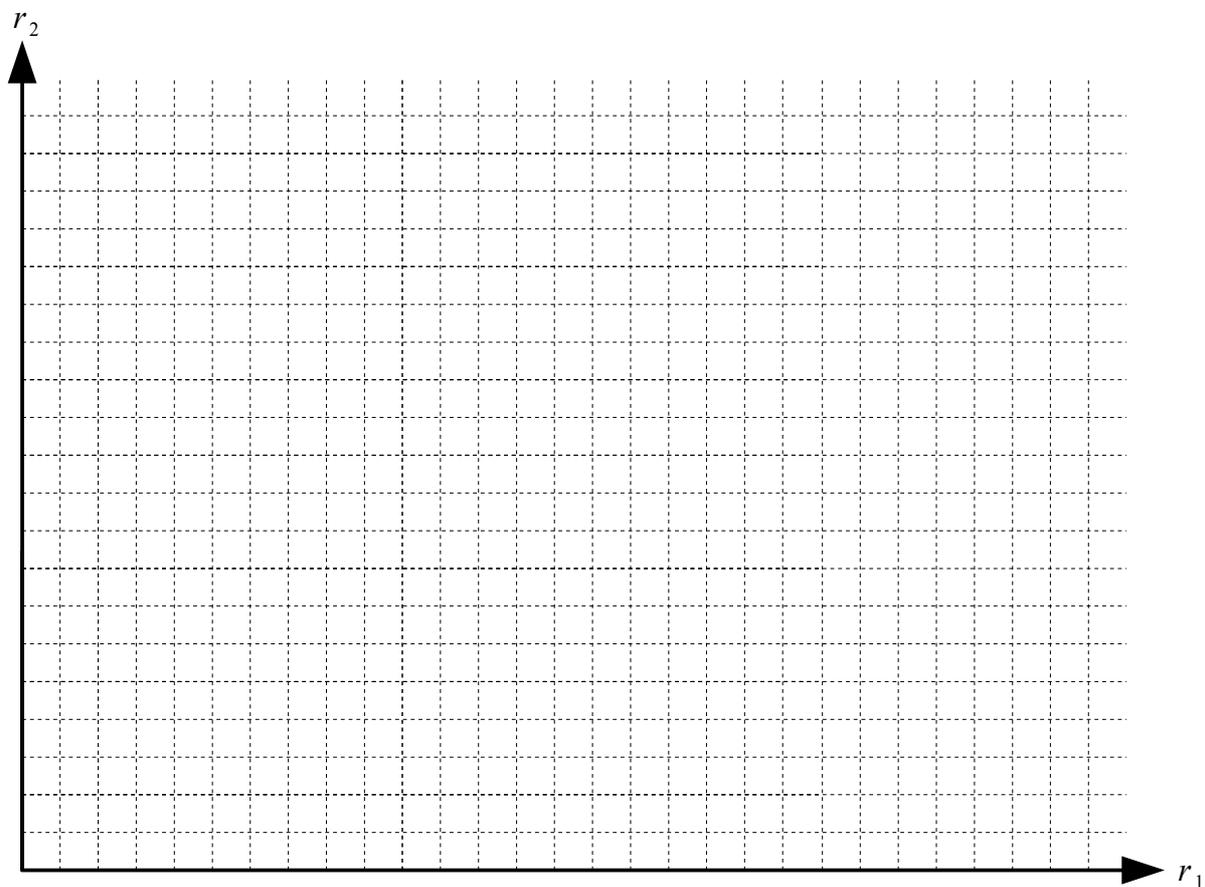


Abbildung 4: Koordinatensystem für Aufgabe 3 (Prozessstrahlen)

Tipp:

Verwenden Sie eine Einteilung, in der 2 Kästchen 20 Mengeneinheiten entsprechen.

Lösungsbogen für Aufgabe 3

Lösungsbogen für Aufgabe 4



Abbildung 5: Koordinatensystem für Aufgabe 4a

Lösungsbogen für Aufgabe 4

x	$F_I(x)$	$F_{II}(x)$	x_{II}	$x - x_{II}$	$F_{III}(x)$	x_{III}	$x - x_{III}$
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							

Tabelle 3: Lösungstabelle für Aufgabe 4

Lösungsbogen für Aufgabe 4

Lösungsbogen für Aufgabe 5

Lösungsbogen für Aufgabe 5

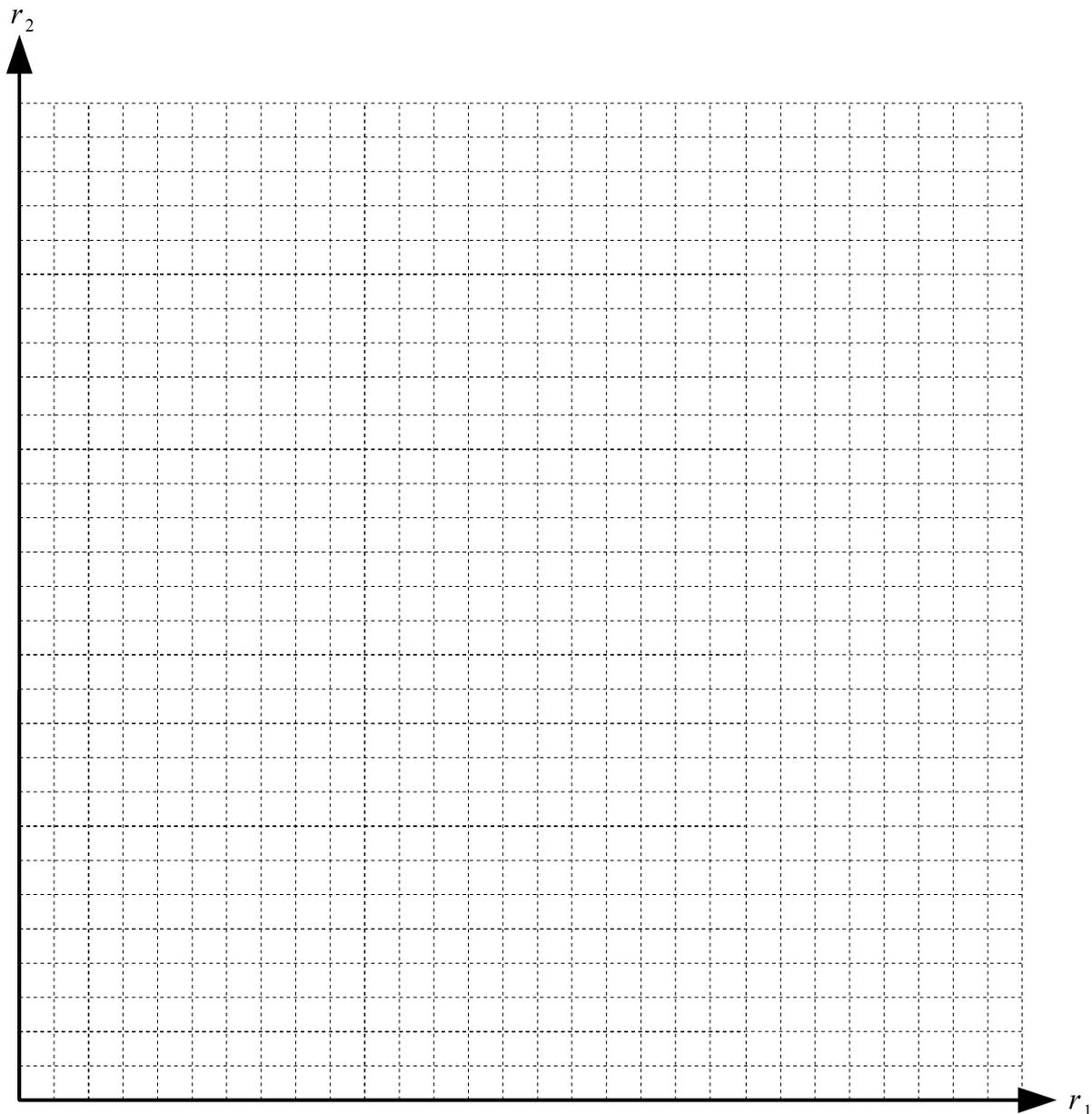


Abbildung 6: Koordinatensystem für Aufgabe 5

Tipp:
Verwenden Sie eine Einteilung, in der 2 Kästchen 200 Mengeneinheiten entsprechen.

Lösungsbogen für Aufgabe 5

Lösungsbogen für Aufgabe 5

Lösungsbogen für Aufgabe 5