FernUniversität in Hagen

Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

AUFGABENTEIL

Modul-Abschlussklausur zum

B-Modul Nr. 31531, Theorie der Leistungserstellung

Termin: **17. März 2011, 9:00 – 11:00 Uhr**

Prüfer: **Prof. Dr. Dr. h. c. Günter Fandel**

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Σ**
maximale Punktzahl	8	28	21	27	36	120

Diesen Aufgabenteil können Sie abtrennen und mitnehmen!

HINWEISE ZUR BEARBEITUNG

- Die Klausur besteht aus einem Aufgabenteil und einem Lösungsteil. Überprüfen Sie zunächst, ob Sie die korrekte **Anzahl an Seiten (insgesamt 23 Seiten)** erhalten haben. Melden Sie sich unverzüglich bei einer der aufsichtsführenden Personen, falls das nicht der Fall sein sollte.
- Füllen Sie nun den Kopf des Deckblattes und der nachfolgenden Seiten aus!
- Die Klausur umfasst **fünf Aufgaben**. Die gesamte **Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten**. Bei jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben. Insgesamt können maximal 120 Punkte erreicht werden.
- Die Lösungen müssen in die dafür **vorgesehenen Lösungsbögen** eingetragen werden. Bei Platzproblemen verwenden Sie bitte die Rückseiten und verweisen auf diese. Eigene mitgebrachte Blätter dürfen nicht verwendet werden!
- **Schreiben Sie bitte weder mit Bleistift** (Ausnahme: Zeichnungen) **noch mit Rotstift!**
- Bitte schreiben Sie leserlich! Unlesbarkeiten gehen zu Ihren Lasten.
- Sie können den Aufgabenteil abtrennen, aber trennen Sie bitte keine einzelnen Seiten aus dem Lösungsteil ab!
- Als **Hilfsmittel** sind – neben Schreib- und Zeichengeräten – ausschließlich Taschenrechner zugelassen, die
  - nicht programmierbar sind,
  - keine Texte oder Formeln speichern können,
  - nicht drahtlos mit anderen Geräten kommunizieren können,
  - über keine alphanumerische Tastatur verfügen und
  - kein graphisches Display (z. B. zur Darstellung von Funktionsgraphen) besitzen.
- **Unterschreiben** Sie vor der Abgabe Ihre Klausur auf der letzten von Ihnen beschriebenen Seite!
- **Teilen Sie sich Ihre Zeit ein!** Als Anhaltspunkt für die Bearbeitungszeit der Aufgaben gilt: Ein Punkt entspricht etwa einer Minute.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: Grundlagen 8 Punkte

a) Erläutern Sie mit jeweils einem Satz die Erklärungs- und die Gestaltungsaufgabe der Kostentheorie. **3 Punkte**

b) Was besagt das Wicksell-Johnson-Theorem? **2 Punkte**

c) Erläutern Sie verbal kurz, was das Gesetz von der abnehmenden Grenzrate der Substitution besagt. **3 Punkte**

Aufgabe 2: Substitutionale Produktionsmodelle 28 Punkte

Betrachten Sie die folgende Produktionsfunktion:

$$x = f(r_1; r_2) = 16 r_1^{\frac{3}{4}} + 4 r_2 .$$

Für die Faktorpreise gelte $q_1 = 9$ und $q_2 = 6$.

a) Bestimmen Sie allgemein die Isoquantengleichung. Zeichnen Sie anschließend die Isoquante für das Produktionsniveau $\bar{x} = 256$ in das r_1-r_2-Koordinatensystem auf Seite 11 ein. Erläutern Sie kurz verbal, wie sich die Lage der Isoquanten ändert, wenn das Produktionsniveau erhöht wird. **7 Punkte**

b) Welche Art der Substitutionalität liegt vor? **2 Punkte**

c) Bestimmen Sie nun die Faktormengen zur kostenminimalen Herstellung der Outputniveaus $\bar{x}^{I} = 320$ und $\bar{x}^{II} = 128$. **9 Punkte**

d) Betrachten Sie jedes mögliche Produktionsniveau x im Intervall [0; ∞). Wie lautet die Kostenfunktion in Abhängigkeit vom Produktionsniveau? **10 Punkte**

Aufgabe 3: Leontief-Produktionsmodelle 21 Punkte

Einem Unternehmen stehen fünf linear-limitationale Produktionsprozesse zur Verfügung, die durch ihre Faktorfunktionen wie folgt gegeben sind:

Prozess I	$r_1^I = x^I$	$r_2^I = 7 \cdot x^I$,
Prozess II	$r_1^{II} = 5 \cdot x^{II}$	$r_2^{II} = 4 \cdot x^{II}$,
Prozess III	$r_1^{III} = 6 \cdot x^{III}$	$r_2^{III} = 2 \cdot x^{III}$,
Prozess IV	$r_1^{IV} = 3 \cdot x^{IV}$	$r_2^{IV} = 6 \cdot x^{IV}$,
Prozess V	$r_1^V = 2 \cdot x^V$	$r_2^V = 5 \cdot x^V$.

Es bezeichne x^i die mit Prozess $i = I, II, III, IV, V$ hergestellten Mengeneinheiten und r_1^i bzw. r_2^i die jeweils zur Produktion verwendeten Mengen der Produktionsfaktoren 1 und 2. Alle Gütermengen seien beliebig teilbar und die Preise der Produktionsfaktoren seien mit $q_1 = 3$ und $q_2 = 5$ gegeben.

a) Die Prozesse seien nicht kombinierbar. Welche Prozesse sind effizient und welche sind ineffizient? Begründen Sie Ihre Antwort kurz. **3 Punkte**

b) Zeichnen Sie in das Koordinatensystem auf Seite 14 für alle in Aufgabenteil a) als effizient identifizierten Prozesse die zugehörige Produktionsisoquante zum Outputniveau von $x = 20$ Mengeneinheiten ein. Unterstellen Sie nun, dass die Prozesse kombinierbar sind. Verändert sich Ihre Effizienzbeurteilung aus Aufgabenteil a)? Begründen Sie Ihre Antwort kurz; Sie können mit Hilfe der Grafik argumentieren. **6 Punkte**

c) Von Faktor 2 können maximal $\bar{r}_2 = 100$ Mengeneinheiten zur Produktion eingesetzt werden. Zeichnen Sie diese Mengenbeschränkung in Ihre Grafik ein. Wie lautet die Gesamtkostenfunktion des Unternehmens, wenn die Prozesse kombinierbar sind? **6 Punkte**

d) Neben der Mengenbeschränkung aus Aufgabenteil c) sei von Faktor 1 maximal eine Menge von $\bar{r}_1 = 40$ Mengeneinheiten für die Produktion verfügbar. Zeichnen Sie diese Mengenbeschränkung ebenfalls in Ihre Grafik ein. Der Preis für Faktor 1 steige auf $q_1 = 5$, der Preis für Faktor 2 bleibe unverändert. Wie lautet nun die Gesamtkostenfunktion des Unternehmens, wenn die Prozesse nicht kombinierbar sind? **6 Punkte**

Aufgabe 4: Gutenberg-Produktionsmodelle 27 Punkte

In einem Unternehmen werden in einem zweistufigen Produktionsverfahren Holztische hergestellt. Nacheinander müssen ein Sägewerk (Fertigungstelle 1) und abschließend die Montagewerkstatt (Fertigungstelle 2) durchlaufen werden. Dabei gelten die folgenden Daten:

Im Sägewerk wird eine Säge verwendet, die pro Tag acht Stunden zur Verfügung steht. Die Intensität λ_1 kann zwischen fünf und 18 Mengeneinheiten (ME) pro Stunde variiert werden. Die Fixkosten betragen 35 Geldeinheiten (GE) pro Tag. Es treten folgende Verbräuche der Produktionsfaktoren auf:

Strom	$a_1(\lambda_1) = 0{,}3 \cdot \lambda_1^2 - 3 \cdot \lambda_1 + 7{,}7$	[kWh/ME],
Kühlmittel	$a_2(\lambda_1) = 0{,}1 \cdot \lambda_1^2 - 3{,}6 \cdot \lambda_1 + 32{,}4$	[Liter/ME].

Die Montage wird mit Hilfe einer Maschine durchgeführt, die pro Tag ebenfalls acht Stunden verfügbar ist und deren Intensität λ_2 so eingestellt werden kann, dass zwischen neun und 20 ME pro Stunde produzierbar sind. Die Fixkosten betragen 15 GE pro Tag. Es gelten folgende Verbrauchsfunktionen:

Strom	$a_1(\lambda_2) = 0{,}1 \cdot \lambda_2^2 - 1{,}6 \cdot \lambda_2 + 29{,}05$	[kWh/ME],
Kühlmittel	$a_2(\lambda_2) = 0{,}3 \cdot \lambda_2^2 - 4{,}8 \cdot \lambda_2 + 19$	[Liter/ME],
Schmiermittel	$a_3(\lambda_2) = 0{,}2 \cdot \lambda_2^2 - 3{,}2 \cdot \lambda_2 + 15$	[Liter/ME].

Pro Mengeneinheit des Endproduktes werden noch eine Holzplatte im Wert von 8 GE sowie ein Satz Metallbeschläge im Wert von 5 GE benötigt. Die Einstandspreise für die Verbrauchsfaktoren betragen 0,20 GE pro kWh Strom, 0,70 GE pro Liter Kühlmittel und 1,20 GE pro Liter Schmiermittel.

a) Ermitteln Sie die minimalen variablen Stückkosten, die bei der Herstellung einer Mengeneinheit des Endproduktes anfallen. **11 Punkte**

b) Geben Sie die Kostenfunktionen der Fertigungsstellen $K_i(x_i)$ (mit $i = 1, 2$) in Abhängigkeit von den an einem Tag herstellbaren Endproduktmengen x_i an. **8 Punkte**

c) Geben Sie die Gesamtkostenfunktion $K(x)$ in Abhängigkeit von den an einem Tag herstellbaren Endproduktmengen x an. **8 Punkte**

Aufgabe 5: Erweiterungen 36 Punkte

Ein Unternehmen plant, zu bestimmten Zeitpunkten t_i, $t_i = t_0 + i$ (mit $i = 0, 1, 2, ...$), jeweils die konstante Menge $\bar{x}$ eines Produktes abzusetzen. Zur Herstellung des Produktes stehen drei linear-limitationale Produktionsprozesse

$$v^j(t_i) = \left(\bar{x}; r_1^j(t_i); r_2^j(t_i)\right) \qquad (\text{mit } j = 1, 2, 3)$$

mit

$$v^1(t_i) = \left(\bar{x}; \frac{36}{t_i - t_0 + 12}; \frac{144}{t_i - t_0 + 12}\right),$$

$$v^2(t_i) = \left(\bar{x}; \frac{72}{t_i - t_0 + 12}; \frac{72}{t_i - t_0 + 12}\right),$$

$$v^3(t_i) = \left(\bar{x}; \frac{192}{t_i - t_0 + 24}; \frac{96}{t_i - t_0 + 24}\right) \text{ und}$$

$$t_i \geq t_0$$

zur Verfügung, wobei die Produktionsvorgänge selbst keine Zeit in Anspruch nehmen sollen (unendlich hohe Produktionsgeschwindigkeiten). Zudem seien die drei Prozesse mischbar. Die Faktorpreise seien konstant mit $q_1(t_i) = 1$ und $q_2(t_i) = 7$.

a) Unter welchen Bedingungen sind die drei Prozesse zu beliebigen Zeitpunkten t_i, $t_i \geq t_0$, effizient? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich. **12 Punkte**

b) Zeichnen Sie die zum Zeitpunkt $t_i = t_0$ effizienten Produktionspunkte in das $r_1(t_i)$-$r_2(t_i)$-Koordinatensystem auf Seite 20 ein. **3 Punkte**

c) Zeichnen Sie die Fortschrittspfade der drei Prozesse $v^j(t)$ für $t_i \geq t_0$ in das Diagramm zu Aufgabenteil b) ein. Beachten Sie dabei, dass die Zeit eine stetige Größe ist. Begründen Sie die Verläufe unter Berücksichtigung der Art des jeweils vorliegenden technischen Fortschritts. **6 Punkte**

d) Bestimmen Sie die Minimalkostenkombination zur Produktion von $\bar{x}$ in Abhängigkeit vom Zeitpunkt t_i. Argumentieren Sie dabei mit Hilfe eines Vergleichs der Steigungen der Kostenisoquante und der Prozesskombinationen. **15 Punkte**

FernUniversität in Hagen

Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

NAME: ____________________________

VORNAME: ____________________________

MATRIKELNUMMER: ____________________________

LÖSUNGSTEIL

Modul-Abschlussklausur zum

B-Modul Nr. 31531, Theorie der Leistungserstellung

Termin: 17. März 2011, 9:00 – 11:00 Uhr

Prüfer: Prof. Dr. Dr. h. c. Günter Fandel

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
maximale Punktzahl	8	28	21	27	36	120
erreichte Punktzahl						

Note:

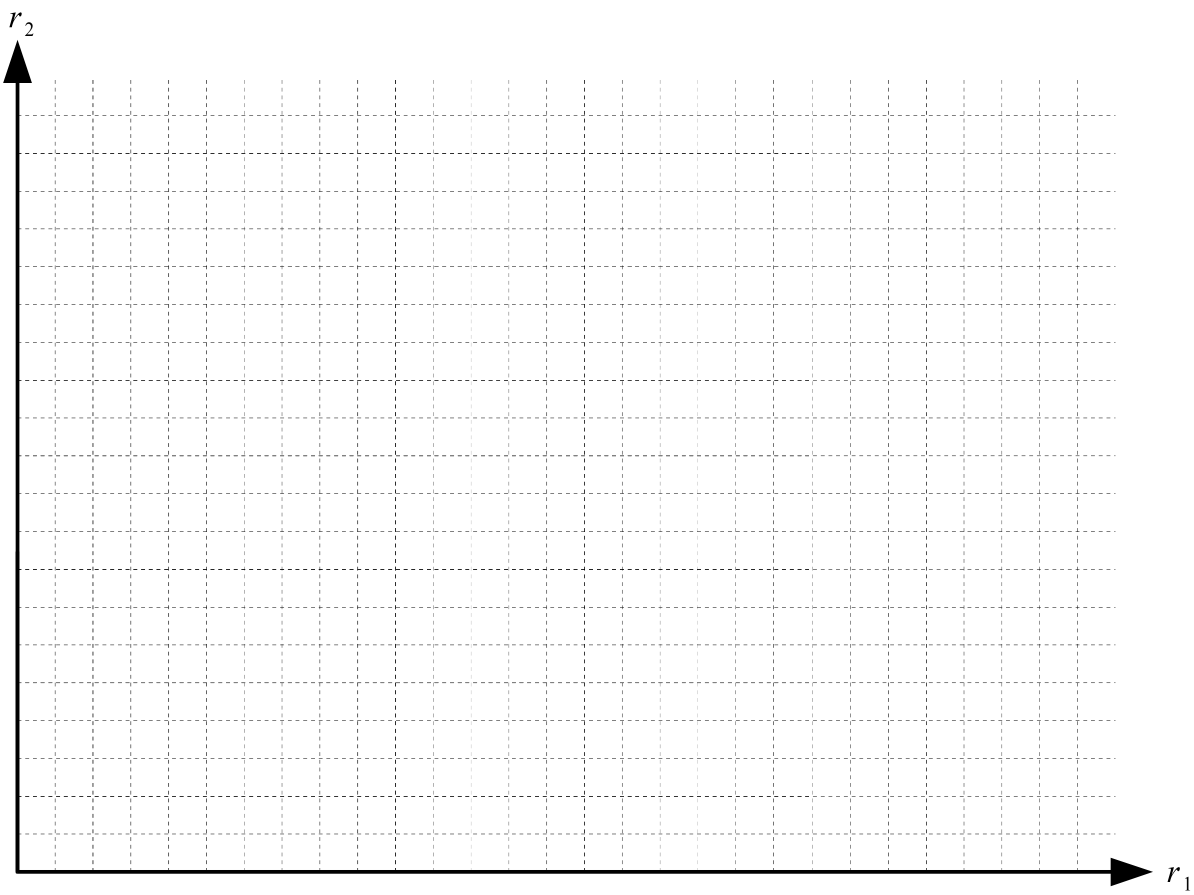
____________________ ____________________

Datum **Unterschrift des Prüfers**

Lösungsbereich zu Aufgabe 1

Lösungsbereich zu Aufgabe 1

Koordinatensystem zu Aufgabe 2



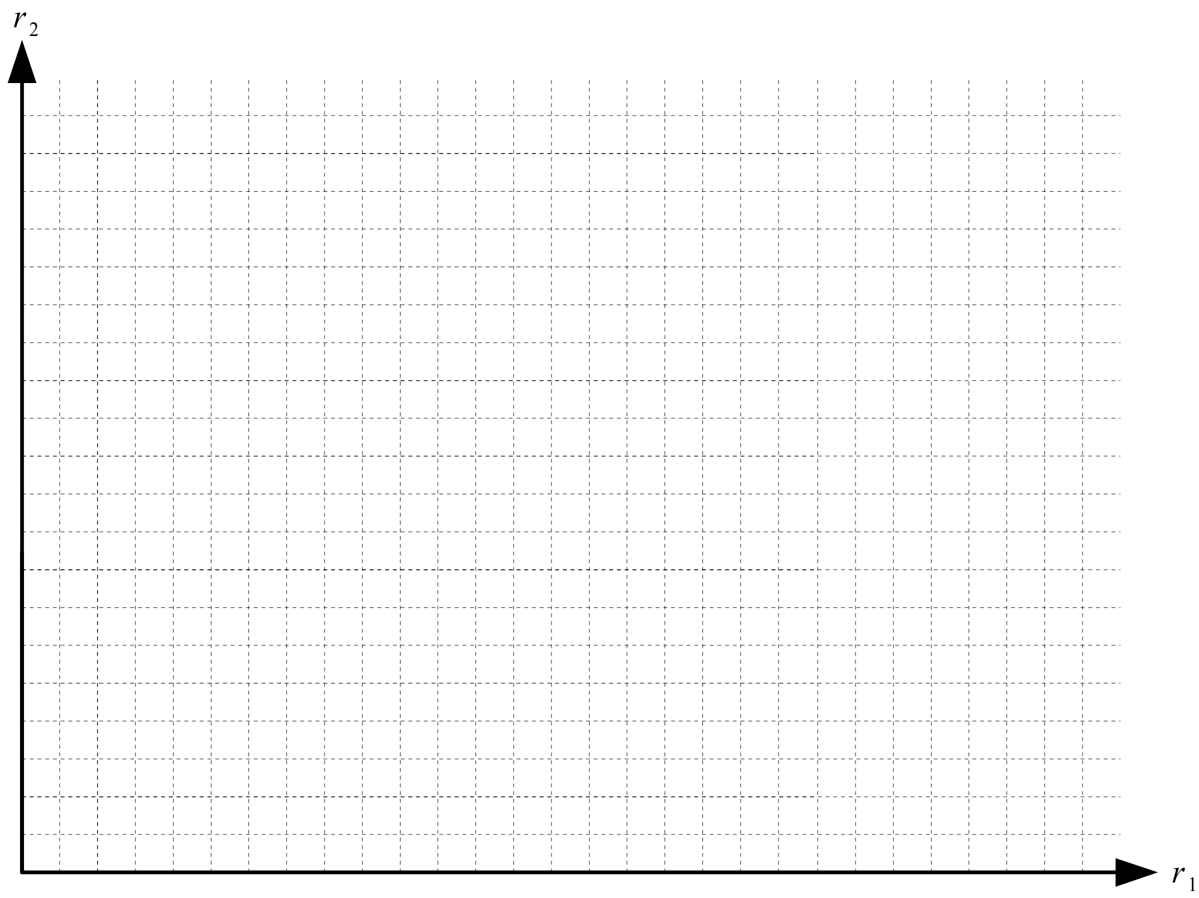
Hinweis: Verwenden Sie einen Maßstab, in dem ein Kästchen fünf Mengeneinheiten entspricht!

Lösungsbereich zu Aufgabe 2

Lösungsbereich zu Aufgabe 2

Lösungsbereich zu Aufgabe 2

Koordinatensystem zu Aufgabe 3



Hinweis: Verwenden Sie einen Maßstab, in dem ein Kästchen zehn Mengeneinheiten entspricht!

Lösungsbereich zu Aufgabe 3

Lösungsbereich zu Aufgabe 3

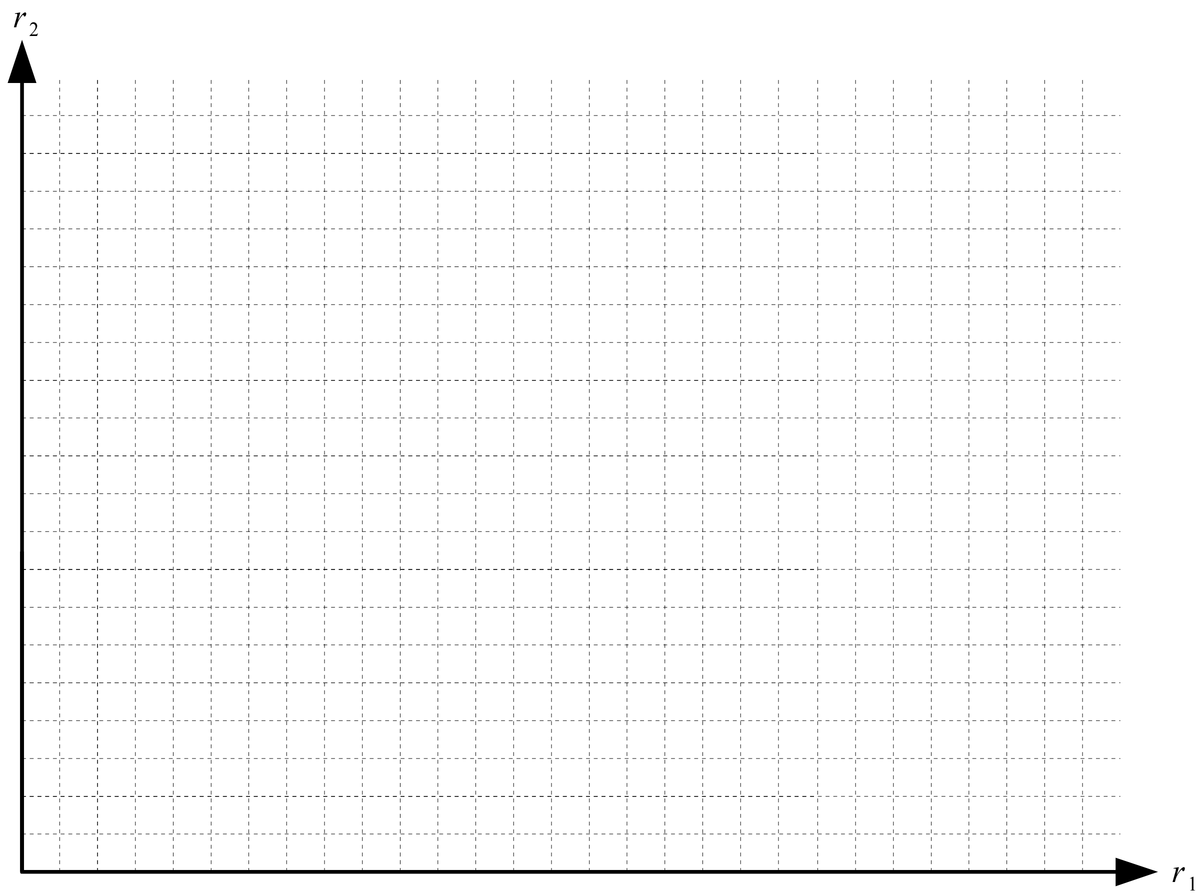
Lösungsbereich zu Aufgabe 3

Lösungsbereich zu Aufgabe 4

Lösungsbereich zu Aufgabe 4

Lösungsbereich zu Aufgabe 4

Koordinatensystem zu Aufgabe 5



Hinweis: Verwenden Sie einen Maßstab, in dem ein Kästchen einer Mengeneinheit entspricht!

Lösungsbereich zu Aufgabe 5

Lösungsbereich zu Aufgabe 5

Lösungsbereich zu Aufgabe 5

Lösungsbereich zu Aufgabe 5