

AUFGABENTEIL

MODUL-ABSCHLUSSKLAUSUR ZUM

B-MODUL NR. 31531

THEORIE DER LEISTUNGSERSTELLUNG

TERMIN: 08. SEPTEMBER 2008, 09⁰⁰–11⁰⁰ UHR

PRÜFER: PROF. DR. DR. H.C. G. FANDEL

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
maximale Punktzahl	20	15	20	25	40	120

DIESEN AUFGABENTEIL KÖNNEN SIE ABTRENNEN UND MITNEHMEN!

HINWEISE ZUR BEARBEITUNG

- Die Klausur besteht aus einem Aufgabenteil inklusive Lösungsbögen. Überprüfen Sie zunächst, ob Sie die korrekte Anzahl an 27 Seiten erhalten haben.
- Füllen Sie nun den Kopf des Deckblattes des Lösungsteils und der nachfolgenden Seiten des Lösungsteils aus!
- Die Klausur umfasst **fünf Aufgaben**. Die gesamte Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten. Bei jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben. Insgesamt können maximal 120 Punkte erreicht werden.
- Die Lösungen müssen in die dafür **vorgesehenen Lösungsbögen** eingetragen werden. Bei Platzproblemen verwenden Sie bitte die Rückseiten und verweisen auf diese. Eigene mitgebrachte Blätter dürfen nicht verwendet werden!
- **Schreiben Sie bitte nicht mit Bleistift (Ausnahme: Zeichnungen) und nicht mit Rotstiften!**
- Bitte schreiben Sie leserlich! Unlesbarkeiten gehen zu Ihren Lasten!
- Sie können den Aufgabenteil abtrennen, aber trennen Sie bitte keine einzelnen Lösungsbögen aus dem Lösungsteil ab!
- Als **Hilfsmittel** sind – neben Schreib- und Zeichengeräten – ausschließlich Taschenrechner zugelassen, die
 - nicht programmierbar sind,
 - keine Texte oder Formeln speichern können,
 - nicht drahtlos mit anderen Geräten kommunizieren können,
 - über keine alphanumerische Tastatur verfügen und
 - kein graphisches Display (z.B. zur Darstellung von Funktionsgraphen) besitzen.
- **Unterschreiben** Sie vor der Abgabe Ihre Klausur auf dem letzten beschrifteten Lösungsbogen!
- **Teilen Sie sich Ihre Zeit ein!** Als Anhaltspunkt für die Bearbeitungszeit der Aufgaben gilt: 1 Punkt entspricht ca. 1 Minute.

Viel Erfolg

Aufgabe 1: Grundlagen**20 Punkte**

- a) Den Abbildungen 1 bis 6 auf den Lösungsbogen 1 bis 3 sind verschiedene Isoquantenverläufe dargestellt. Markieren Sie eindeutig die effizienten und – falls vorhanden – ineffizienten Bereiche. Sie können auch Punkte in die Abbildungen eintragen, um ihre Ergebnisse besser darzustellen. **12 Punkte**
- b) Erläutern Sie in einem Satz den Unterschied zwischen peripherer und alternativer Substitutionalität. **2 Punkte**
- c) Nennen Sie stichpunktartig die Hauptkosteneinflussgrößen des Produktionsbereichs. **6 Punkte**

Aufgabe 2: Substitutionale Produktionsmodelle**15 Punkte**

Betrachten Sie die folgende Produktionsfunktion:

$$x = g(r_1; r_2) = r_1^{\frac{2}{5}} \cdot r_2^{\frac{1}{5}}$$

- a) Um welche Art von Produktionsfunktion handelt es sich bei der Funktion $x = g(r_1; r_2)$? Welche Art von Substitutionalität liegt hier vor? **4 Punkte**
- b) Bestimmen Sie die Produktionselastizität des Faktors 1 (ϵ_1) und des Faktors 2 (ϵ_2) für die Produktionsfunktion $x = g(r_1; r_2)$. **2 Punkte**
- c) Bestimmen Sie für die Produktionsfunktion $x = g(r_1; r_2)$ die Skalene­lastizität t . Welcher typische Kostenverlauf muss sich demzufolge bei totaler Faktorvariation ergeben? **2 Punkte**
- d) Der Faktorpreis für Faktor 1 betrage $q_1 = 8$, der Preis des Faktors 2 $q_2 = 4$. Bestimmen Sie für die Produktionsfunktion $x = g(r_1; r_2)$ die Kostenfunktion $K(x)$ bei totaler Faktorvariation. **6 Punkte**
- e) Welche Mengen der Faktoren werden eingesetzt, um einen Output von $x_0 = 343$ Mengeneinheiten kostenminimal herzustellen? **1 Punkt**

Aufgabe 3: LEONTIEF-Produktionsmodelle**20 Punkte**

Einem Unternehmen stehen fünf linear-limitationale Produktionsprozesse zur Verfügung, die durch ihre Faktorfunktionen wie folgt gegeben sind:

$$\begin{array}{ll} \text{Prozess I:} & r_1^I = x^I & r_2^I = 7 \cdot x^I \\ \text{Prozess II:} & r_1^{II} = 5 \cdot x^{II} & r_2^{II} = 4 \cdot x^{II} \\ \text{Prozess III:} & r_1^{III} = 6 \cdot x^{III} & r_2^{III} = 2 \cdot x^{III} \\ \text{Prozess IV:} & r_1^{IV} = 3 \cdot x^{IV} & r_2^{IV} = 6 \cdot x^{IV} \\ \text{Prozess V:} & r_1^V = 2 \cdot x^V & r_2^V = 5 \cdot x^V \end{array}$$

Dabei bezeichnen x^i die hergestellte Outputmenge und r_1^i bzw. r_2^i die dafür einzusetzenden Mengen der Produktionsfaktoren 1 und 2 ($i = I, II, III, IV, V$). Alle Gütermengen seien beliebig teilbar, die Prozesse nicht kombinierbar.

- a) Welche der verfügbaren Prozesse sind effizient, welche sind ineffizient? **3 Punkte**
- b) Zeichnen Sie in das Koordinatensystem auf Lösungsbogen 6 für alle in a) als effizient identifizierten Prozesse die zugehörige Produktionsisoquante zum Outputniveau von $x=20$ Mengeneinheiten ein. Ermitteln Sie mit Hilfe Ihrer Grafik, welche Prozesse bei Kombinierbarkeit effizient und welche ineffizient sind. **5 Punkte**
- c) Die Preise der Produktionsfaktoren seien mit $q_1=3$ und $q_2=5$ gegeben. Von Faktor 2 können maximal $\bar{r}_2=100$ Mengeneinheiten zur Produktion eingesetzt werden. Zeichnen Sie diese Mengenbeschränkung in Ihre Grafik ein. Wie lautet die Gesamtkostenfunktion des Unternehmens, wenn die Prozesse kombinierbar sind? **6 Punkte**
- d) Neben der Mengenbeschränkung aus Aufgabenteil c) sei von Faktor 1 maximal eine Menge von $\bar{r}_1=40$ Mengeneinheiten für die Produktion verfügbar. Zeichnen Sie diese Mengenbeschränkung ebenfalls in Ihre Grafik ein. Der Preis für Faktor 1 steige gegenüber Aufgabenteil c) auf $q_1=5$, der Preis für Faktor 2 betrage weiterhin $q_2=5$. Wie lautet nun die Gesamtkostenfunktion des Unternehmens? **6 Punkte**

Hinweis:

- Beachten Sie die gegenüber Aufgabenteil c) veränderte Konstellation der Faktorpreise!

Aufgabe 4: GUTENBERG-Produktionsmodelle**25 Punkte**

In einem Unternehmen können zur Herstellung eines Produktes zwei kostenverschiedene, aber funktionsgleiche Maschinen eingesetzt werden. Beide Maschinen können mit einer Leistungsintensität zwischen 0 und 10 und maximal eine Zeit von 8 Zeiteinheiten eingesetzt werden. Für Maschine 1 gelte die folgende Kostenleistungsfunktion:

$$k_1(\lambda_1) = 64 \cdot \lambda_1^2 - 480 \cdot \lambda_1 + 2.520$$

Von Maschine 2 ist bekannt, dass sie in Abhängigkeit von der Leistungsintensität λ_2 verschiedene Mengen der Produktionsfaktoren 1, 2 und 3 verbraucht. Die Verbräuche sind durch die jeweiligen Faktorverbrauchsfunktionen gegeben zu:

$$\text{Faktor 1: } a_{12}(\lambda_2) = \rho_{12}(\lambda_2) = 2 \cdot \lambda_2^2 - 15 \cdot \lambda_2 + 50$$

$$\text{Faktor 2: } a_{22}(\lambda_2) = \rho_{22}(\lambda_2) = 10 \cdot \lambda_2^2 - 60 \cdot \lambda_2 + 150$$

$$\text{Faktor 3: } a_{32}(\lambda_2) = \rho_{32}(\lambda_2) = 6 \cdot \lambda_2^2 - 6 \cdot \lambda_2 + 22$$

- a) Berechnen Sie für Maschine 1 die Optimalintensität λ_1^* und bestimmen Sie die Kostenfunktion $K_1(x_1)$ und die Grenzkostenfunktion $K'_1(x_1)$ in Abhängigkeit von der Ausbringungsmenge x_1 , wenn Maschine 1 sowohl rein zeitlich als auch intensitätsmäßig angepasst werden kann. **5 Punkte**
- b) Berechnen Sie die Kostenleistungsfunktion $k_2(\lambda_2)$ von Maschine 2, wenn die Faktorpreise mit $q_1=4$, $q_2=6$ und $q_3=10$ gegeben sind. **10 Punkte**

Hinweis:

- Sollten Sie in Aufgabenteil b) kein Ergebnis erhalten, rechnen Sie mit der Funktion $k_2(\lambda_2) = 107,52 \cdot \lambda^2 - 403,2 \cdot \lambda + 2.088$ weiter.

- c) Bestimmen Sie die Kostenfunktion $K_2(x_2)$ und die Grenzkostenfunktion $K'_2(x_2)$ für Maschine 2 in Abhängigkeit von der Ausbringungsmenge x_2 wenn die Maschine sowohl rein zeitlich als auch intensitätsmäßig angepasst werden kann. **5 Punkte**
- d) Zur kostenoptimalen Produktion von insgesamt $x=100$ Mengeneinheiten des Produktes werden beide Maschinen intensitätsmäßig angepasst. Berechnen Sie, welche Mengen mit Maschine 1 und Maschine 2 jeweils produzieren. **5 Punkte**

Hinweis:

- Für die Lösung von d) ist es nicht erforderlich, das komplette Verfahren der voroptimierten Grenzkostenfunktionen durchzuführen oder diverse Anpassungsintervalle zu berechnen.

Aufgabe 5: Erweiterungen**40 Punkte**

Ein Unternehmen produziert genau eine Produktart durch Einsatz von zwei Produktionsfaktoren. Dem Unternehmen stehen dafür die effizienten Produktionsprozesse I und II mit den jeweilig angegebenen Inputfunktionen zur Verfügung:

$$\text{Prozess I: } r_1^I = 2 \cdot x^I, \quad r_2^I = 4 \cdot x^I.$$

$$\text{Prozess II: } r_1^{II} = 6 \cdot x^{II}, \quad r_2^{II} = 2 \cdot x^{II}.$$

Es bezeichne x^π die mit Prozess π hergestellten Outputmengeneinheiten und r_1^π bzw. r_2^π die jeweils zur Produktion verwendeten Faktormengen. Die Preise der Produktionsfaktoren betragen $q_1=4$ Geldeinheiten für Faktor 1 und $q_2=5$ Geldeinheiten für Faktor 2. Beide Prozesse sind zunächst nicht kombinierbar.

Es ist dem Unternehmen bekannt, dass der produktive Einsatz des Faktors 2 zur Emission von CO_2 in Höhe von x_2^U Mengeneinheiten führt. Die zugehörige Schadstofffunktion lautet:

$$x_2^U = 16 \cdot (r_2)^2$$

Man erwartet seitens des Unternehmens, dass die Emission von CO_2 mit einer Öko-Steuer in Höhe von $p_2^{NP} = 1/128$ Geldeinheiten je Mengeneinheit belegt werden soll.

- a) Erläutern Sie kurz den Begriff der Zertifikatssteuerung und inwiefern die Zertifikatssteuerung die Idee der Mengen- und der Abgabensteuerung miteinander verknüpft. **6 Punkte**
- b) Zeichnen Sie die Prozessstrahlen der beiden Produktionsprozesse in das Koordinatensystem auf Seite 14 ein. **2 Punkte**
- c) Stellen Sie die Kostenfunktionen $K^\pi(x)$ der beiden Produktionsprozesse ($\pi=I, II$) ohne Berücksichtigung der Öko-Steuer auf. Stellen Sie ferner für beide Produktionsprozesse die jeweils zugehörige Gesamtschadstofffunktion $S^\pi(x)$, ($\pi=I, II$) auf. Für welchen Prozess entscheidet sich das Unternehmen aus wirtschaftlichen Überlegungen? **7 Punkte**
- d) Stellen Sie unter Berücksichtigung der erwarteten Öko-Steuer die Gesamtkostenfunktionen $K^{\pi,A}(x)$, ($\pi=I, II$) beider Produktionsprozesse auf. Bestimmen Sie den kritischen Output \tilde{x}_1 , ab dem ein Wechsel zum schadstoffärmeren Prozess lohnt. **7 Punkte**
- e) Prozess I und II seien ab jetzt kombinierbar. Die Erwartungen des Unternehmens hinsichtlich der Öko-Steuer sind nicht eingetreten, denn der Staat setzt auf Mengenregulierung. Das Unternehmen muss nun einen Emissionsgrenzwert von $\bar{x}_2^U = 4.096$ Mengeneinheiten CO_2 in der Produktion berücksichtigen. Skizzieren Sie im Koordinatensystem auf Seite 14, wie **8 Punkte**

sich dieser Grenzwert auswirkt. Bestimmen Sie die Gesamtkostenfunktion und die Gesamtschadstofffunktion $S^M(x)$ des Unternehmens unter der genannten Mengenbegrenzung.

- f) Das Unternehmen erhält die Möglichkeit, das emissionsfreie Produktionsverfahren III zu lizenzieren. Die Kostenfunktion des Verfahrens III lautet:

5 Punkte

$$K^{III}(x) = 25 \cdot x + 42 \quad \text{für } 0 \leq x \leq 10$$

Das Verfahren kann aus technischen Gründen nicht mit Verfahren I und II kombiniert werden. Vergleichen Sie die Kostenfunktion von Verfahren III mit Ihrem Ergebnis aus Aufgabenteil e). Ab welchem kritischen Output \tilde{x}_2 lohnt ein vollständiger Umstieg auf das emissionsfreie Verfahren? Welche neue Gesamtkostenfunktion $K^{M, \text{Neu}}(x)$ und welche neue Gesamtschadstofffunktion $S^{M, \text{Neu}}(x)$ ergäbe sich in dem Fall?

Hinweis:

- Sollten Sie in Aufgabenteil e) kein Ergebnis ermittelt haben, benutzen Sie stattdessen die Gesamtkostenfunktion aus Aufgabenteil c).

- g) Durch ein Umweltaudit wird bekannt, dass auch der produktive Einsatz des Faktors 1 zur Emission von CO_2 in Höhe von x_1^U Mengeneinheiten führt. Die zugehörige Schadstofffunktion lautet:

5 Punkte

$$x_1^U = 6 \cdot (r_1)^2$$

Stellen Sie die Schadstoffisoquante in der Form $S(r_1; r_2)$ auf und skizzieren Sie ihren Verlauf für den Grenzwert von 4.096 Einheiten (grober Verlauf genügt!). Zeigen Sie anhand Ihrer Skizze, in welchem Produktionspunkt der maximale Output \tilde{x}_2 bei dem gegebenen Verschmutzungsniveau liegt.

Hinweis:

- Die Prozesse sind immer noch kombinierbar.

FAKULTÄT FÜR
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT

NAME: _____

VORNAME: _____

MATRIKELNUMMER: _____

LÖSUNGSTEIL

MODUL-ABSCHLUSSKLAUSUR ZUM

B-MODUL NR. 31531

THEORIE DER LEISTUNGSERSTELLUNG

TERMIN: 08. SEPTEMBER 2008, 09⁰⁰–11⁰⁰ UHR

PRÜFER: PROF. DR. DR. H.C. G. FANDEL

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
maximale Punktzahl	20	15	20	25	40	120
erreichte Punktzahl						

NOTE:

DATUM:

UNTERSCHRIFT DES PRÜFERS

Lösungsbogen für Aufgabe 1

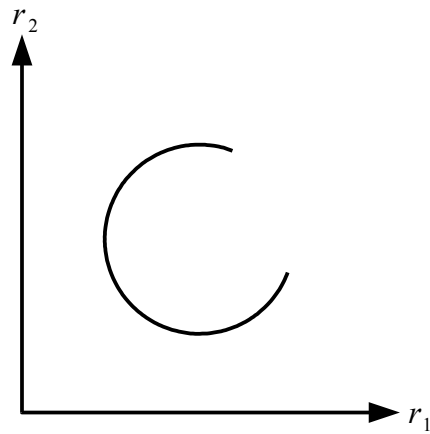


Abbildung 1: Isoquante 1

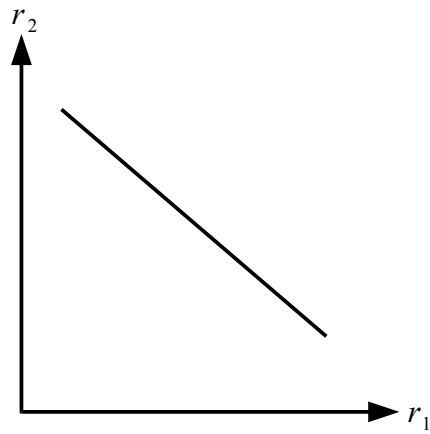


Abbildung 2: Isoquante 2

Lösungsbogen für Aufgabe 1

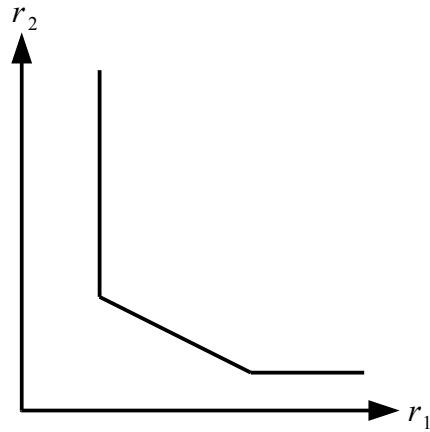


Abbildung 3: Isoquante 3

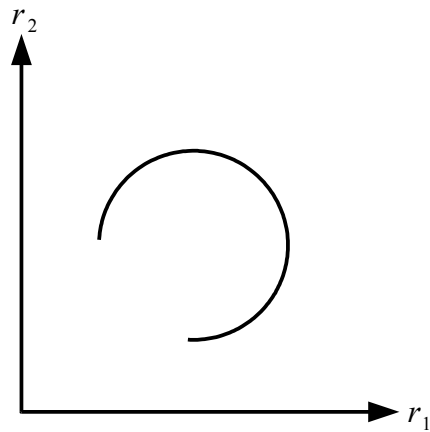


Abbildung 4: Isoquante 4

Lösungsbogen für Aufgabe 1

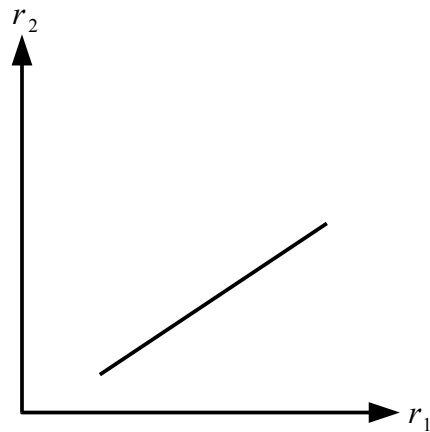


Abbildung 5: Isoquante 5

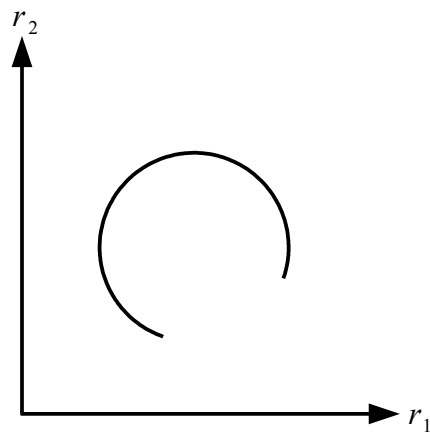


Abbildung 6: Isoquante 6

Lösungsbogen für Aufgabe 3

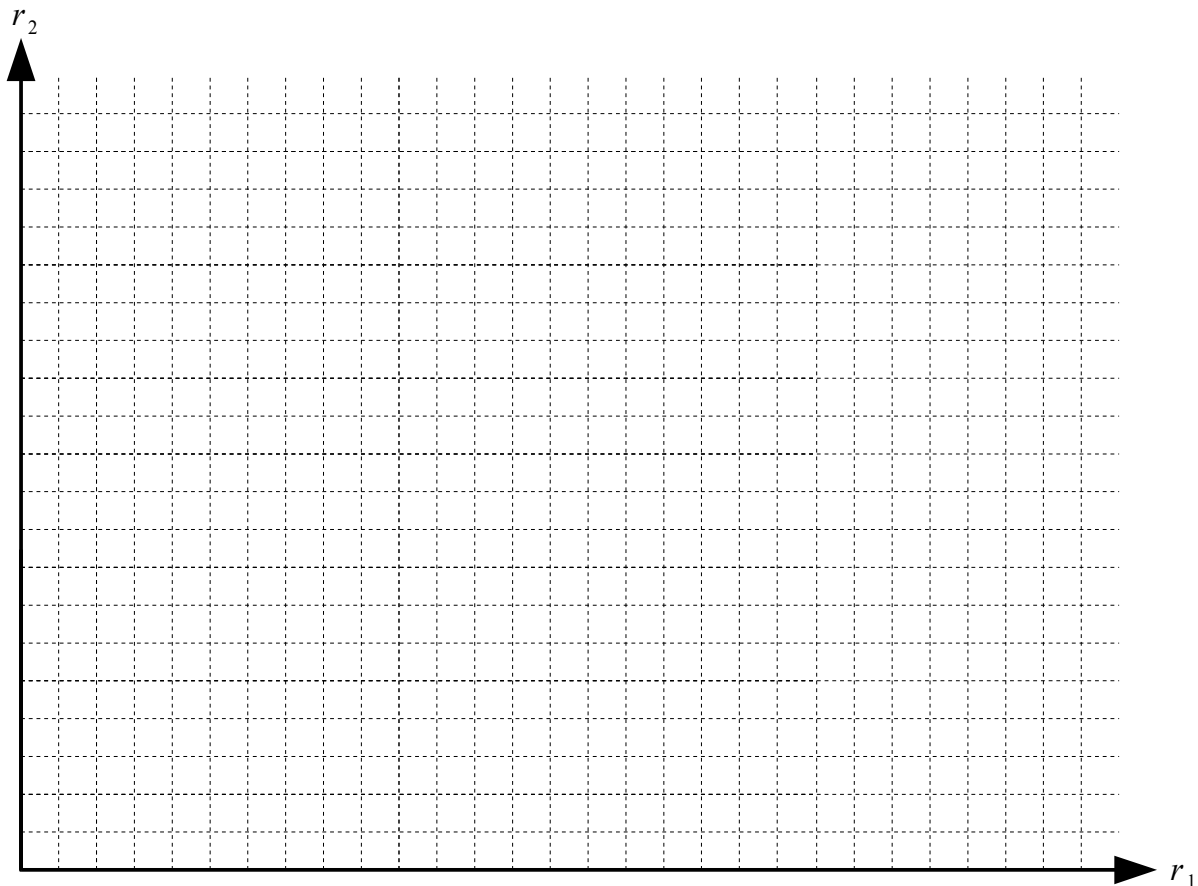


Abbildung 7: Koordinatensystem für Aufgabe 3 (Prozessstrahlen)

Tipp:

Verwenden Sie eine Einteilung, in der 2 Kästchen 20 Mengeneinheiten entsprechen.

Lösungsbogen für Aufgabe 5

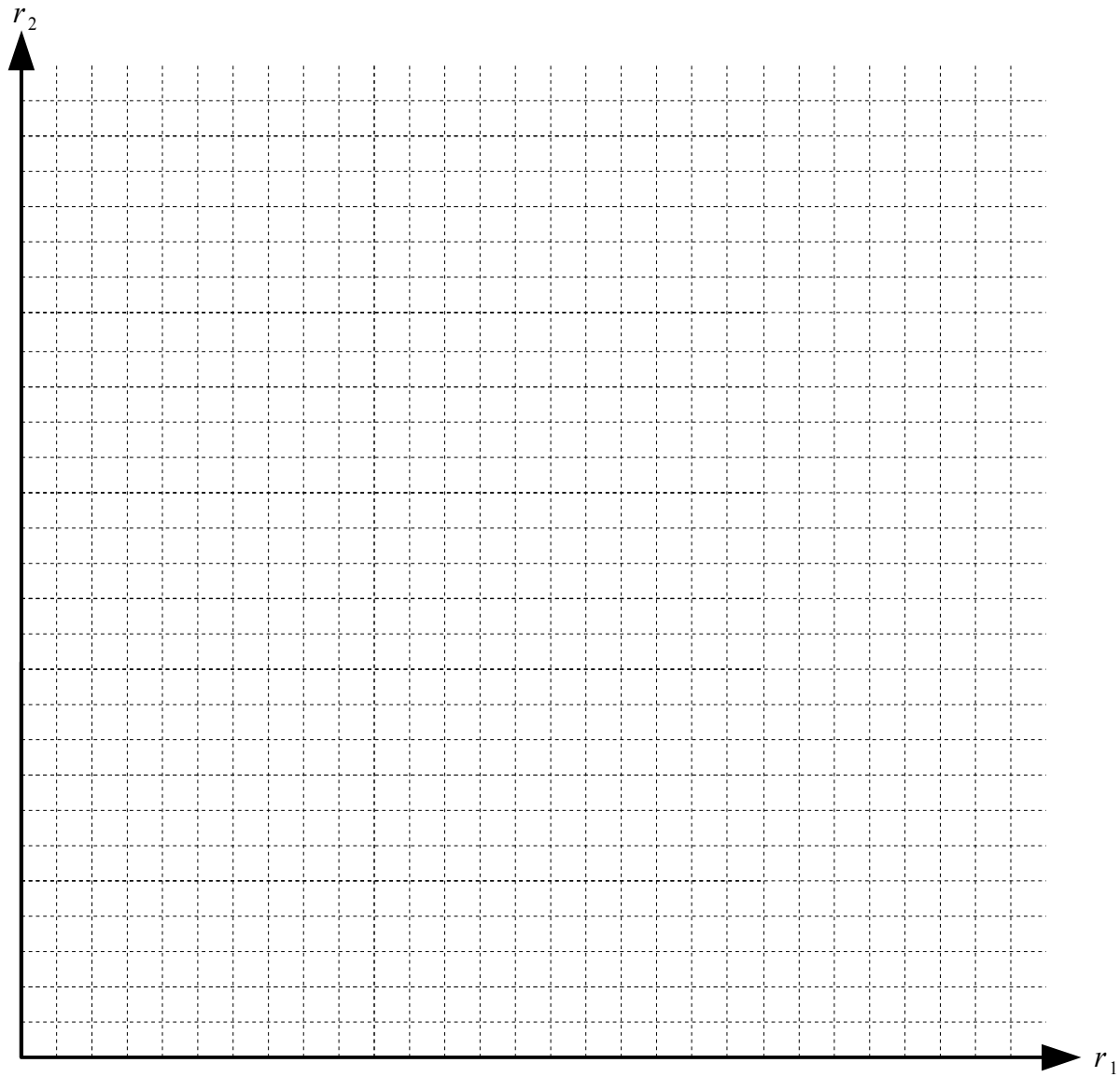


Abbildung 8: Koordinatensystem für Aufgabe 5

Tipp:

Verwenden Sie eine Einteilung, in der 1 Kästchen 2 Mengeneinheiten entspricht.