FernUniversität in Hagen

FAKULTÄT FÜR
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT

AUFGABENTEIL

MODUL-ABSCHLUSSKLAUSUR ZUM

B-MODUL NR. 31531

THEORIE DER LEISTUNGSERSTELLUNG

TERMIN: **17. SEPTEMBER 2009, 09⁰⁰–11⁰⁰ UHR**

PRÜFER: **PROF. DR. DR. H.C. G. FANDEL**

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Σ**
maximale Punktzahl	15	15	20	35	35	120

DIESEN AUFGABENTEIL KÖNNEN SIE ABTRENNEN UND MITNEHMEN!

HINWEISE ZUR BEARBEITUNG

- Die Klausur besteht aus einem Aufgabenteil inklusive Lösungsbögen. Überprüfen Sie zunächst, ob Sie die korrekte Anzahl an 24 Seiten erhalten haben.
- Füllen Sie nun den Kopf des Deckblattes des Lösungsteils und der nachfolgenden Seiten des Lösungsteils aus!
- Die Klausur umfasst **fünf Aufgaben**. Die gesamte Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten. Bei jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben. Insgesamt können maximal 120 Punkte erreicht werden.
- Die Lösungen müssen in die dafür **vorgesehenen Lösungsbögen** eingetragen werden. Bei Platzproblemen verwenden Sie bitte die Rückseiten und verweisen auf diese. Eigene mitgebrachte Blätter dürfen nicht verwendet werden!
- **Schreiben Sie bitte nicht mit Bleistift (Ausnahme: Zeichnungen) und nicht mit Rotstiften!**
- Bitte schreiben Sie leserlich! Unlesbarkeiten gehen zu Ihren Lasten!
- Sie können den Aufgabenteil abtrennen, aber trennen Sie bitte keine einzelnen Lösungsbögen aus dem Lösungsteil ab!
- Als **Hilfsmittel** sind – neben Schreib- und Zeichengeräten – ausschließlich Taschenrechner zugelassen, die
    - nicht programmierbar sind,
    - keine Texte oder Formeln speichern können,
    - nicht drahtlos mit anderen Geräten kommunizieren können,
    - über keine alphanumerische Tastatur verfügen und
    - kein graphisches Display (z. B. zur Darstellung von Funktionsgraphen) besitzen.
- **Unterschreiben** Sie vor der Abgabe Ihre Klausur auf dem letzten beschrifteten Lösungsbogen!
- **Teilen Sie sich Ihre Zeit ein!** Als Anhaltspunkt für die Bearbeitungszeit der Aufgaben gilt: 1 Punkt entspricht ca. 1 Minute.

Viel Erfolg

Aufgabe 1: Grundlagen 15 Punkte

a) Was versteht man unter der „Grenzrate der Substitution"? Erläutern Sie verbal, wie sie für eine Produktionsfunktion $x=f(r_1;r_2)$ definiert ist. **5 Punkte**

b) Berechnen Sie die Grenzrate der Substitution s_{12} für die Produktionsfunktion $x=f_1(r_1;r_2)$ mit $x=f_1(r_1;r_2)=r_1^2+5\cdot r_2^2$. **3 Punkte**

c) Was ist eine Isokline? **5 Punkte**

d) Stellen Sie für die Produktionsfunktion $x=f_1(r_1;r_2)$ die Isoklinengleichung für eine Grenzrate der Substitution von $s_{12}=10$ in der Form $r_2=f_2(r_1)$ auf. **2 Punkte**

Aufgabe 2: Substitutionale Produktionsmodelle 15 Punkte

a) Nennen Sie jeweils beispielhaft eine klassische und eine neoklassische Produktionsfunktion und erläutern Sie kurz, was die neoklassischen von den klassischen Produktionsfunktionen unterscheidet. **6 Punkte**

Betrachten Sie die folgende Produktionsfunktion, die die Herstellung einer Menge x durch den Einsatz zweier Produktionsfaktoren in den Mengen r_1 und r_2 beschreibt.

$$x = g(r_1; r_2) = -\frac{1}{200} \cdot r_1^3 \cdot r_2^3 + \frac{3}{10} \cdot r_1^2 \cdot r_2^2 + \frac{15}{2} \cdot r_1 \cdot r_2$$

b) Stellen Sie die partielle Ertragsfunktion $x = g(\bar{r}_1; r_2)$ auf, die sich für eine feste Einsatzmenge des Faktors 1 mit $\bar{r}_1 = 2$ ergibt. Weisen Sie formal anhand der partiellen Ertragsfunktion $x = g(\bar{r}_1; r_2)$ nach, dass es sich hier um eine klassische Produktionsfunktion handelt, indem Sie die Funktion auf Extrema und Wendestellen untersuchen. **9 Punkte**

Aufgabe 3: Leontief-Produktionsmodelle 20 Punkte

Ein Unternehmen fertige ein Produkt mit Hilfe zweier Faktoren 1 und 2 auf der Grundlage einer linear-limitationalen Leontief-Produktionsfunktion mit zwei Prozessen I und II. Für die Inputfunktionen der beiden Prozesse gelte:

Prozess I: $r_1^I = 7 \cdot x^I$, $r_2^I = 3 \cdot x^I$

Prozess II: $r_1^{II} = 3 \cdot x^{II}$, $r_2^{II} = 5 \cdot x^{II}$

Es bezeichne x^π die mit Prozess π hergestellten Outputmengeneinheiten und r_1^π bzw. r_2^π die jeweils zur Produktion verwendeten Faktormengen. Die Faktorpreise betragen $q_1 = 5$ für Faktor 1 und $q_2 = 9$ für Faktor 2.

Die Faktoreinsätze sowie die Produktionseinheiten seien beliebig teilbar.

a) Bestimmen Sie die Gesamtkostenfunktion, falls die Prozesse I und II nicht kombinierbar sind. **5 Punkte**

Die Prozesse I und II seien in den folgenden Teilaufgaben kombinierbar.

b) Von Faktor 2 seien maximal 6.000 Einheiten verfügbar. Faktor 1 werde partiell angepasst. Berechnen Sie die Kostenfunktion unter Beachtung dieser Restriktion. **7 Punkte**

c) Von Faktor 1 seien nun nur maximal 12.375 Einheiten einsetzbar. In welchem Verhältnis müssen Prozess I und Prozess II eingesetzt werden, um den unter der Beachtung der Restriktionen für Faktor 1 und Faktor 2 (siehe Aufgabenteil b) maximalen Output herzustellen? **8 Punkte**

Aufgabe 4: GUTENBERG-Produktionsmodelle 35 Punkte

Ein Unternehmen verfügt zur Erzeugung einer Outputart über drei funktions- und kostengleiche Maschinen h, $h=I, II, III$, deren Leistungsintensität λ_h zwischen $\underline{\lambda}_h=0$ und $\overline{\lambda}_h=4$ frei gewählt werden kann. Für die Einsatzzeiten der Betriebsmittel gelte: $\underline{t}_h=0\leq t_h\leq 1=\overline{t}_h$.

Die für alle drei Maschinen identische Kostenleistungsfunktion lautet:

$$k_h(\lambda_h)=\frac{2}{25}\cdot\lambda_h^2-\frac{4}{25}\cdot\lambda_h+10 \quad \text{mit} \quad h=I, II, III.$$

a) Erläutern Sie kurz, welche Arten der Anpassung GUTENBERG unterscheidet. **6 Punkte**

b) Bestimmen Sie auf Basis der Kostenleistungsfunktion die (für alle drei Aggregate identische) Kostenfunktion $K_h(x_h)$, $h=I, II, III$. **5 Punkte**

Der Einsatz der drei Maschinen sei nun nur zu festen Leistungsintensitäten und Zeiten möglich. Es gelte für die Intensität $\lambda_h\in\{0, 1, 2, 3, 4\}$ und für die Laufzeit $t_h\in\{0, 1\}$, $h=I, II, III$.

c) Berechnen Sie die Kosten, die bei der Produktion der ganzzahligen Outputmengen 0, 1, 2, 3 und 4 auf einer Maschine anfallen und tragen Sie die Werte in die Tabelle 2 auf Lösungsbogen 7 ein. **5 Punkte**

Sollten Sie Aufgabenteil c) nicht bearbeitet haben, legen Sie im Folgenden ersatzweise die in Tabelle 1 aufgeführten Werte zugrunde.

x_h	0	1	2	3	4
K_h	0	9,92	19,99	30,16	42,77

Tabelle 1: Alternative Wertekonstellation

d) Bestimmen Sie für ganzzahlige Ausbringungsmengen **11 Punkte**

$$0\leq x=\sum_{h=1}^{3} x_h\leq 12, \quad x\in\mathbb{N}_0$$

der Planperiode die kostenoptimale intensitätsmäßige und quantitative Anpassung der Aggregate im Maschinenpark. Sollte im Verlauf der Ermittlung des kostenoptimalen Maschineneinsatzes Kostengleichheit auftreten, so werden die Maschinen in aufsteigender Nummernfolge (z. B. Maschine I vor Maschine II, etc.) eingesetzt.

e) Geben Sie auf Basis Ihrer Ergebnisse aus d) an, wie die Outputniveaus $\bar{x}=3$, $\bar{\bar{x}}=6$ und $\bar{\bar{\bar{x}}}=10$ bei kostenminimaler Produktion auf die drei Maschinen aufzuteilen sind und welche Gesamtkosten dabei jeweils anfallen. **8 Punkte**

Aufgabe 5: Erweiterungen 35 Punkte

Ein Unternehmen produziert genau eine Produktart durch Einsatz eines Produktionsfaktors, wobei der produktive Einsatz dieses Faktors – je nach Produktionsverfahren – zu CO_2 -Emissionen führen kann. Die Inputfunktionen und Schadstofffunktionen der drei Prozesse lauten:

Prozess I:	$r^I = 8 \cdot x^I$	$x^{U,I} = 2 \cdot r^I$
Prozess II:	$r^{II} = 5 \cdot x^{II}$	$x^{U,II} = 5 \cdot r^{II}$
Prozess III:	$r^{III} = 9 \cdot x^{III}$	$x^{U,III} = 0$ (keine Emissionen)

Es bezeichne x^π die mit Prozess π hergestellten Outputmengeneinheiten, r^π die jeweils zur Produktion verwendete Faktormenge und $x^{U,\pi}$ die dabei entstehende Menge an CO_2 -Emissionen. Der Faktorpreis betrage $q = 6$ Geldeinheiten. Die Prozesse seien kombinierbar.

a) Für welchen Prozess sollte sich das Unternehmen aus ökonomischen Gründen entscheiden? Begründen Sie ihre Antwort kurz! **2 Punkte**

b) Für welchen Prozess sollte sich das Unternehmen aus ökologischen Gründen entscheiden? Begründen Sie ihre Antwort kurz! **2 Punkte**

Das Unternehmen stehe einem Grenzwert für CO_2 gegenüber. Maximal ist eine Emission von $\bar{S} = 400$ Mengeneinheiten zulässig.

c) Geben Sie die Gesamtkostenfunktion $K^M(x)$, die Gesamtschadstofffunktion $S^M(x)$ für CO_2 -Emissionen sowie den kostenoptimalen Faktoreinsatz $r^M(x)$ unter Beachtung des Grenzwerts für CO_2 an. **16 Punkte**

Hinweise:

- Die Funktionen müssen ggf. über mehrere Intervalle definiert werden.
- Im Hinblick auf Aufgabenteil e) bietet es sich an, die Überlegungen allgemein für einen Grenzwert von $\bar{S}$ durchzuführen und erst im letzten Rechenschritt einzusetzen.

d) Zeichnen Sie den Verlauf der Gesamtkostenfunktion $K^M(x)$ in das Koordinatensystem auf Seite 14 ein. **5 Punkte**

e) Es stellt sich heraus, dass das Unternehmen ein Verschmutzungszertifikat für $q^v = 450$ Geldeinheiten gekauft hat, so dass CO_2 -Emissionen in Höhe von insgesamt $\bar{\bar{S}} = 800$ gestattet sind. Stellen Sie die neue Gesamtkostenfunktion $K^{MZ}(x)$ für diesen Fall auf und skizzieren Sie ihren Verlauf im Koordinatensystem auf Seite 14. Diskutieren Sie anhand der Graphik, für welche Fälle die Entscheidung, das Verschmutzungszertifikat zu kaufen, ökonomisch sinnvoll gewesen wäre. **10 Punkte**

FernUniversität in Hagen

FAKULTÄT FÜR
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT

NAME: ____________________________

VORNAME: ____________________________

MATRIKELNUMMER: ____________________________

LÖSUNGSTEIL

MODUL-ABSCHLUSSKLAUSUR ZUM

B-MODUL NR. 31531

THEORIE DER LEISTUNGSERSTELLUNG

TERMIN: **17. SEPTEMBER 2009, 09^{00}–11^{00} UHR**

PRÜFER: **PROF. DR. DR. H.C. G. FANDEL**

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Σ**
maximale Punktzahl	15	15	20	35	35	120
erreichte Punktzahl						

NOTE:

DATUM: ____________________________

UNTERSCHRIFT DES PRÜFERS

Lösungsbogen für Aufgabe 1

Lösungsbogen für Aufgabe 2

Lösungsbogen für Aufgabe 2

Lösungsbogen für Aufgabe 3

Lösungsbogen für Aufgabe 3

Lösungsbogen für Aufgabe 4

Lösungsbogen für Aufgabe 4

Outputmenge x	Produktionskosten $K_h(x)$ bei Herstellung auf einem Aggregat
0	
1	
2	
3	
4	

Tabelle 2: Lösungstabelle für Aufgabe 4

Lösungsbogen für Aufgabe 4

x	$F_I(x)$	$F_{II}(x)$	x_{II}	$x-x_{II}$	$F_{III}(x)$	x_{III}	$x-x_{III}$
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							

Tabelle 3: Lösungstabelle für Aufgabe 4

Lösungsbogen für Aufgabe 4

Lösungsbogen für Aufgabe 5

Lösungsbogen für Aufgabe 5

Lösungsbogen für Aufgabe 5

Lösungsbogen für Aufgabe 5

Lösungsbogen für Aufgabe 5

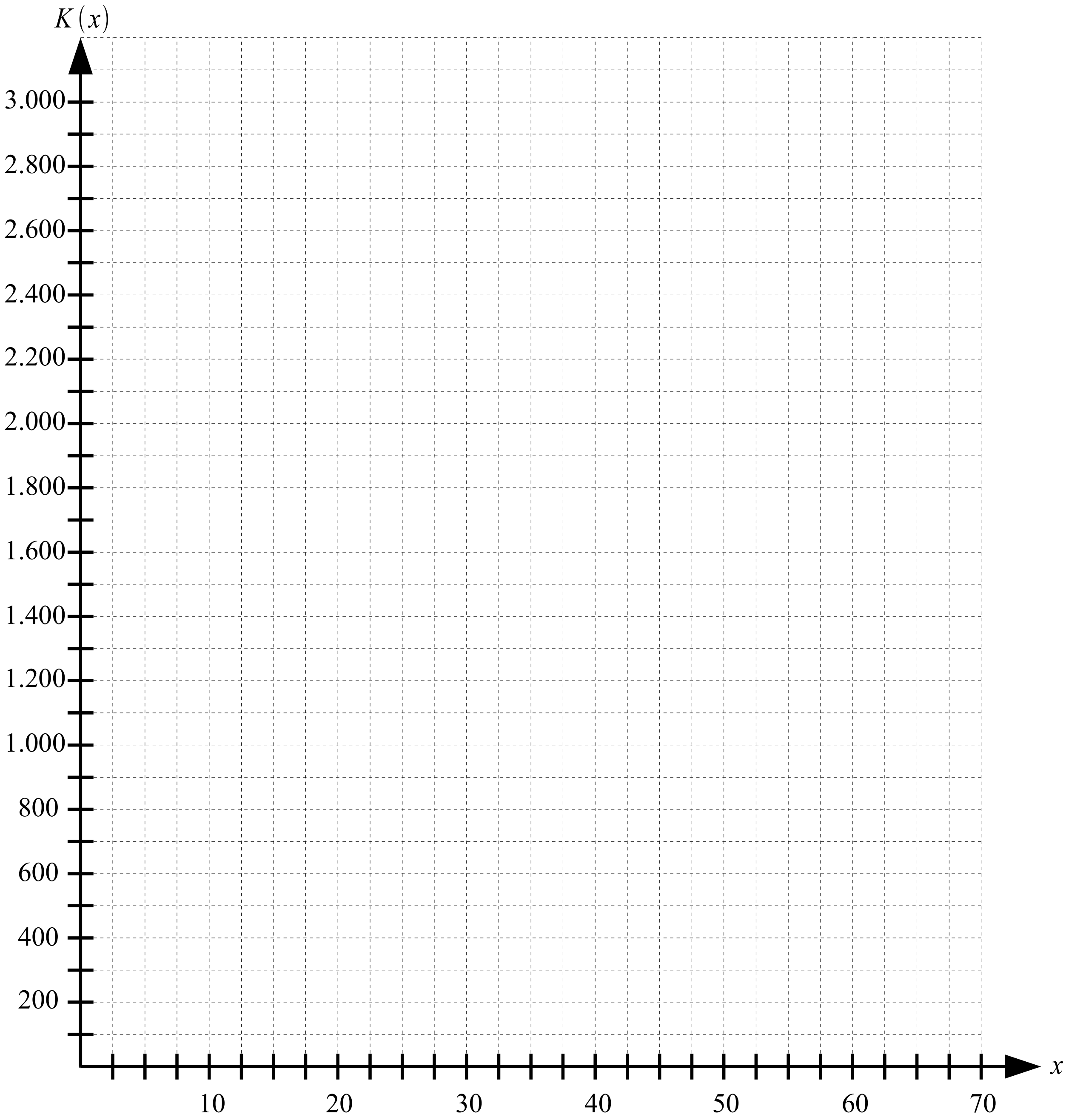

Abbildung 1: Koordinatensystem für Aufgabe 5