

# AUFGABENTEIL

MODUL-ABSCHLUSSKLAUSUR ZUM

B-MODUL NR. 31531

THEORIE DER LEISTUNGSERSTELLUNG

TERMIN: 16. SEPTEMBER 2010, 09<sup>00</sup>–11<sup>00</sup> UHR

PRÜFER: PROF. DR. DR. H.C. G. FANDEL

Aufgabe	1	2	3	4	5	$\Sigma$
maximale Punktzahl	20	20	20	30	30	120

**DIESEN AUFGABENTEIL KÖNNEN SIE ABTRENNEN UND MITNEHMEN!**

## HINWEISE ZUR BEARBEITUNG

- Die Klausur besteht aus einem Aufgabenteil inklusive Lösungsbögen. Überprüfen Sie zunächst, ob Sie die korrekte Anzahl an 22 Seiten erhalten haben.
- Füllen Sie nun den Kopf des Deckblattes des Lösungsteils und der nachfolgenden Seiten des Lösungsteils aus!
- Die Klausur umfasst **fünf Aufgaben**. Die gesamte Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten. Bei jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben. Insgesamt können maximal 120 Punkte erreicht werden.
- Die Lösungen müssen in die dafür **vorgesehenen Lösungsbögen** eingetragen werden. Bei Platzproblemen verwenden Sie bitte die Rückseiten und verweisen auf diese. Eigene mitgebrachte Blätter dürfen nicht verwendet werden!
- **Schreiben Sie bitte nicht mit Bleistift (Ausnahme: Zeichnungen) und nicht mit Rotstiften!**
- Bitte schreiben Sie leserlich! Unlesbarkeiten gehen zu Ihren Lasten!
- Sie können den Aufgabenteil abtrennen, aber trennen Sie bitte keine einzelnen Lösungsbögen aus dem Lösungsteil ab!
- Als **Hilfsmittel** sind – neben Schreib- und Zeichengeräten – ausschließlich Taschenrechner zugelassen, die
  - nicht programmierbar sind,
  - keine Texte oder Formeln speichern können,
  - nicht drahtlos mit anderen Geräten kommunizieren können,
  - über keine alphanumerische Tastatur verfügen und
  - kein graphisches Display (z. B. zur Darstellung von Funktionsgraphen) besitzen.
- **Unterschreiben** Sie vor der Abgabe Ihre Klausur auf dem letzten beschrifteten Lösungsbogen!
- **Teilen Sie sich Ihre Zeit ein!** Als Anhaltspunkt für die Bearbeitungszeit der Aufgaben gilt: 1 Punkt entspricht ca. 1 Minute.

**Viel Erfolg**

**Aufgabe 1: Grundlagen****20 Punkte**

- a) Betrachten Sie die auf den Lösungsbogen 1 und 2 in den Abbildungen 1 bis 5 dargestellten Isoquantenverläufe. Markieren Sie in jeder Abbildung diejenigen Faktorkombinationen, die bei positiven Faktorpreisen niemals kostenminimal sein können. **10 Punkte**
- b) Beschreiben Sie verbal, was unter der Produktionselastizität zu verstehen ist. **5 Punkte**
- c) Wie ist die Grenzrate der Substitution  $s_{ij}$  einer differenzierbaren Produktionsfunktion formal definiert? **5 Punkte**

**Aufgabe 2: Substitutionale Produktionsmodelle****20 Punkte**

Betrachten Sie die folgende Produktionsfunktion:

$$x = f(r_1; r_2; r_3) = r_1^{\frac{2}{3}} \cdot r_2^{\frac{1}{4}} \cdot r_3^{\frac{1}{3}}$$

Für die Faktorpreise gelte  $q_1=3$ ,  $q_2=5$  und  $q_3=12$ .

- a) Geben Sie den Homogenitätsgrad  $t$  der Produktionsfunktion an. Welcher typische Kostenverlauf ist bei totaler Faktorvariation zu erwarten?

**2 Punkte**

Der Einsatz der Faktoren 1 und 2 sei zunächst auf eine Menge von  $\bar{r}_1=8$  bzw.  $\bar{r}_2=16$  fixiert.

- b) Stellen Sie für die Produktionsfunktion  $x = f(r_1; r_2; r_3)$  die Kostenfunktion  $\bar{K}(x)$  bei partieller Variation des Faktors 3 auf.

**9 Punkte**

Im Folgenden sei nur der Einsatz des Faktor 2 auf eine Menge von  $\bar{r}_2=16$  fixiert.

- c) Bestimmen Sie die Kostenfunktion  $\bar{K}(x)$  bei partieller Faktorvariation der Faktoren 1 und 3.

**9 Punkte**

**Aufgabe 3: LEONTIEF-Produktionsmodelle****20 Punkte**

Einem Unternehmen stehen drei linear-limitationale Produktionsprozesse zur Verfügung, die durch ihre Faktorfunktionen wie folgt gegeben sind:

$$\begin{array}{lll} \text{Prozess I:} & r_1^I = 3 \cdot x^I & r_2^I = 6 \cdot x^I \\ \text{Prozess II:} & r_1^{II} = 7 \cdot x^{II} & r_2^{II} = 2 \cdot x^{II} \\ \text{Prozess III:} & r_1^{III} = 7 \cdot x^{III} & r_2^{III} = 3 \cdot x^{III} \end{array}$$

Es bezeichne  $x^\pi$  die mit Prozess  $\pi$  hergestellten Outputmengeneinheiten und  $r_1^\pi$  bzw.  $r_2^\pi$  die jeweils zur Produktion verwendeten Faktormengen.

- Zeichnen Sie in das Koordinatensystem auf Lösungsbogen für alle effizienten Prozesse den Prozessstrahl ein. **4 Punkte**
- Beide Faktoren seien beschränkt verfügbar. Von Faktor 1 stehen maximal  $\bar{r}_1 = 240$  ME und von Faktor 2 maximal  $\bar{r}_2 = 120$  ME zur Verfügung. Zeichnen sie diese Restriktionen ebenfalls in das Koordinatensystem auf Lösungsbogen ein. **2 Punkte**
- Bestimmen Sie die unter den Restriktionen aus Aufgabenteil b) maximal produzierbare Outputmenge  $\bar{x}$ , wenn angenommen wird, dass die Prozesse kombinierbar sind. In welchem Verhältnis teilt sich dieser Output  $\bar{x}$  auf die beteiligten Prozesse auf? **10 Punkte**
- Ändert sich das Ergebnis aus Aufgabenteil c), wenn von Faktor 2 nur maximal  $\bar{r}_2 = 60$  ME einsetzbar sind? Wenn ja, welcher Output  $\bar{x}$  ist nun maximal herstellbar? **4 Punkte**

**Aufgabe 4: GUTENBERG-Produktionsmodelle**

**30 Punkte**

- a) Welche Formen der Anpassung werden nach GUTENBERG unterschieden? **6 Punkte**
- b) In Abbildung 1 sind für vier funktionsgleiche, aber kostenverschiedene Aggregate die voroptimierten Grenzkostenfunktionen dargestellt. Geben Sie für diese Konstellation den kostenminimalen Anpassungsprozess bei steigender Outputmenge  $x$  an. Tragen Sie die Anpassungsintervalle (Bereiche für Output und Grenzkosten sowie Art der Anpassung) der Aggregate in die Lösungstabelle (Tabelle 1, Lösungsbogen 9) ein. **24 Punkte**

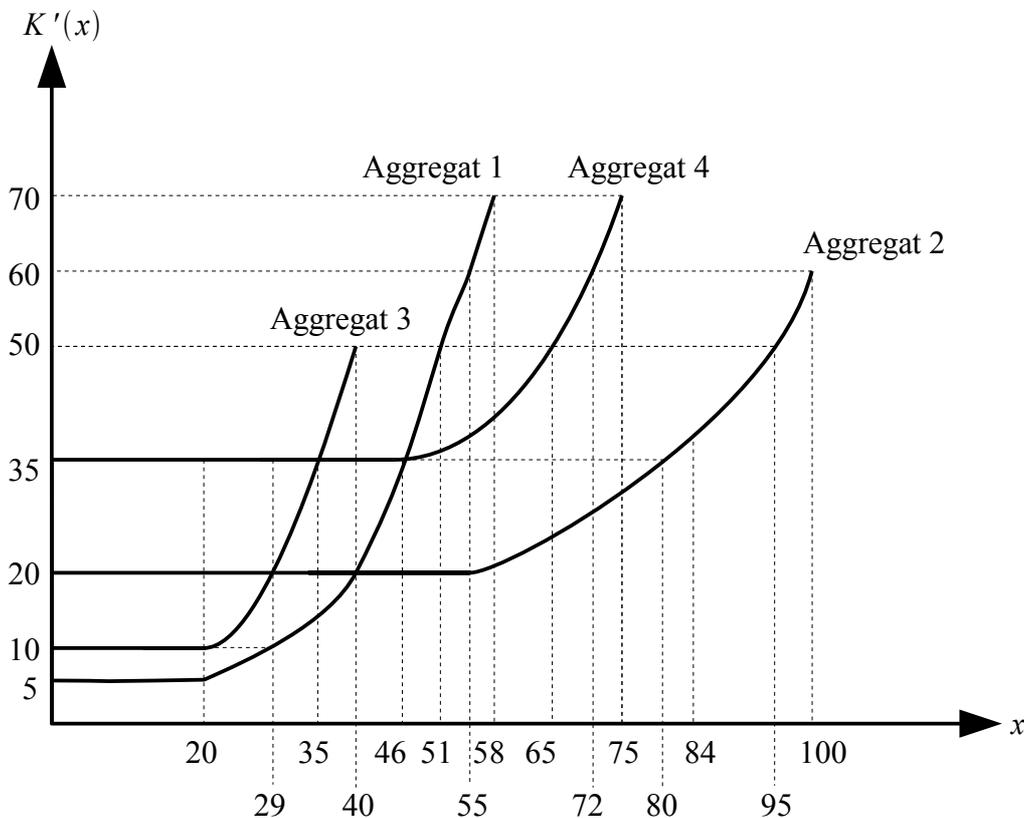


Abbildung 1: voroptimierte Grenzkostenfunktionen (Aufgabe 4b)

Hinweise:

- Tabelle 1 ist als Hilfsmittel für Sie gedacht.
- Die Tabellengröße lässt keinen Rückschluss auf die Lösung dieser Teilaufgabe zu. Sollten Sie mit der Tabelle nicht auskommen, können Sie sie auf den folgenden Lösungsbogen fortsetzen.

**Aufgabe 5: Erweiterungen****30 Punkte**

Ein Unternehmen produziert genau eine Produktart durch Einsatz von zwei Produktionsfaktoren. Dem Unternehmen stehen dafür die effizienten Produktionsprozesse I und II mit den jeweilig angegebenen Inputfunktionen zur Verfügung:

$$\text{Prozess I: } r_1^I = 2 \cdot x^I, \quad r_2^I = 4 \cdot x^I.$$

$$\text{Prozess II: } r_1^{II} = 6 \cdot x^{II}, \quad r_2^{II} = 2 \cdot x^{II}.$$

Es bezeichne  $x^\pi$  die mit Prozess  $\pi$  hergestellten Outputmengeneinheiten und  $r_1^\pi$  bzw.  $r_2^\pi$  die jeweils zur Produktion verwendeten Faktormengen.

- a) Zeichnen Sie die Prozessstrahlen der beiden Produktionsprozesse in das Koordinatensystem auf Lösungsbogen 11 ein. **2 Punkte**

Die Preise der Produktionsfaktoren betragen  $q_1=4$  Geldeinheiten für Faktor 1 und  $q_2=5$  Geldeinheiten für Faktor 2. Beide Prozesse sind kombinierbar. Ferner ist dem Unternehmen bekannt, dass der produktive Einsatz des Faktors 1 zur Emission von  $CO_2$  in Höhe von  $x_1^U$  Mengeneinheiten führt. Die zugehörige Schadstofffunktion lautet:

$$x_1^U = 6 \cdot (r_1)^2$$

- b) Stellen Sie die Kostenfunktionen  $K^\pi(x)$  sowie die Gesamtschadstofffunktionen  $S^\pi(x)$  der beiden Produktionsprozesse ( $\pi=I, II$ ) auf. **6 Punkte**
- c) Welchen Prozess sollte das Unternehmen aus wirtschaftlichen, welchen aus ökologischen Gründen wählen? **2 Punkte**
- d) Der Faktorpreis  $q_1$  sei variabel, weiterhin gelte  $q_2=5$ . Ab welchem Preis für Faktor 1 verändert sich die Entscheidung aus Aufgabenteil c)? **3 Punkte**
- e) Der Faktorpreis  $q_2$  sei variabel, weiterhin gelte  $q_1=4$ . Ab welchem Preis für Faktor 2 verändert sich die Entscheidung aus Aufgabenteil c)? **3 Punkte**

Durch ein Umweltaudit wird bekannt, dass auch der produktive Einsatz des Faktors 2 zur Emission von  $CO_2$  in Höhe von  $x_2^U$  Mengeneinheiten führt. Die zugehörige Schadstofffunktion lautet:

$$x_2^U = 16 \cdot (r_2)^2$$

- f) Stellen Sie die Schadstoffisoquante in der Form  $S(r_1; r_2)$  auf und zeichnen Sie den Verlauf der Schadstoffisoquanten zum Schadstoffniveau  $\bar{S}=3.840$  in das Koordinatensystem auf Lösungsbogen 11 ein. Skizzieren sie, wo das unter dieser Begrenzung maximal mögliche Outputniveau  $\bar{x}$  liegt. **5 Punkte**
- g) Berechnen Sie die maximal herstellbaren Outputmenge  $\bar{x}$  und geben Sie an, in welchem Verhältnis diese sich auf die beiden Prozesse aufteilt. **9 Punkte**

FAKULTÄT FÜR  
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT

NAME: \_\_\_\_\_

VORNAME: \_\_\_\_\_

MATRIKELNUMMER: \_\_\_\_\_

# LÖSUNGSTEIL

MODUL-ABSCHLUSSKLAUSUR ZUM

B-MODUL NR. 31531

THEORIE DER LEISTUNGSERSTELLUNG

TERMIN: 16. September 2010, 09<sup>00</sup>–11<sup>00</sup> UHR

PRÜFER: PROF. DR. DR. H.C. G. FANDEL

Aufgabe	1	2	3	4	5	$\Sigma$
maximale Punktzahl	20	20	20	30	30	120
erreichte Punktzahl						

NOTE:

DATUM:

\_\_\_\_\_  
UNTERSCHRIFT DES PRÜFERS

### Lösungsbogen für Aufgabe 1

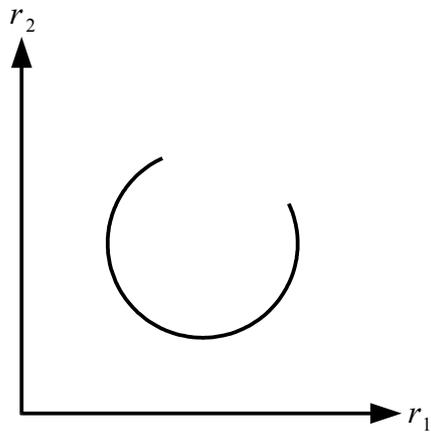


Abbildung 2: Isoquante 1

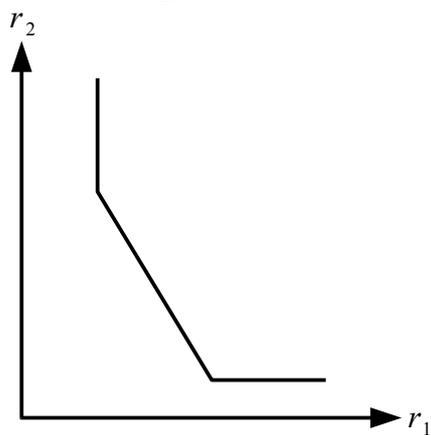


Abbildung 3: Isoquante 2

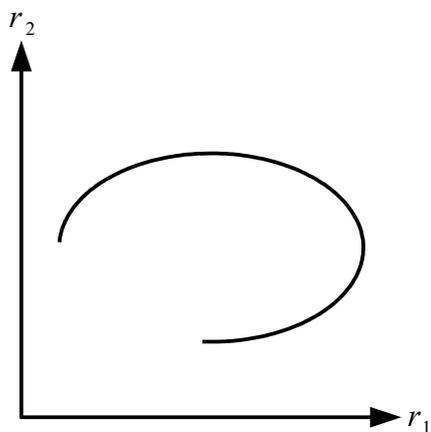


Abbildung 4: Isoquante 3

## Lösungsbogen für Aufgabe 1

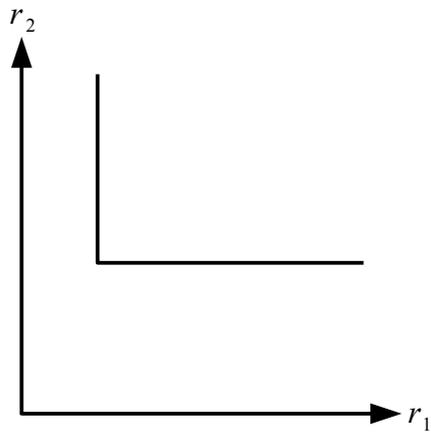


Abbildung 5: Isoquante 4

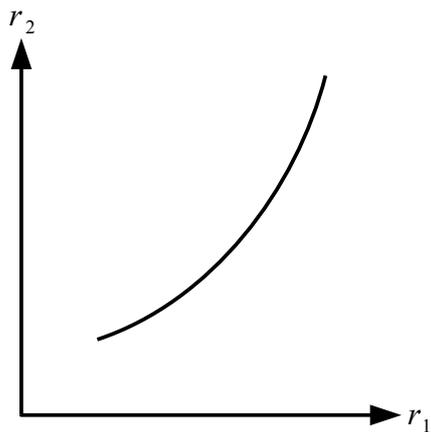


Abbildung 6: Isoquante 5

## **Lösungsbogen für Aufgabe 1**

## **Lösungsbogen für Aufgabe 2**

## **Lösungsbogen für Aufgabe 2**

### Lösungsbogen für Aufgabe 3

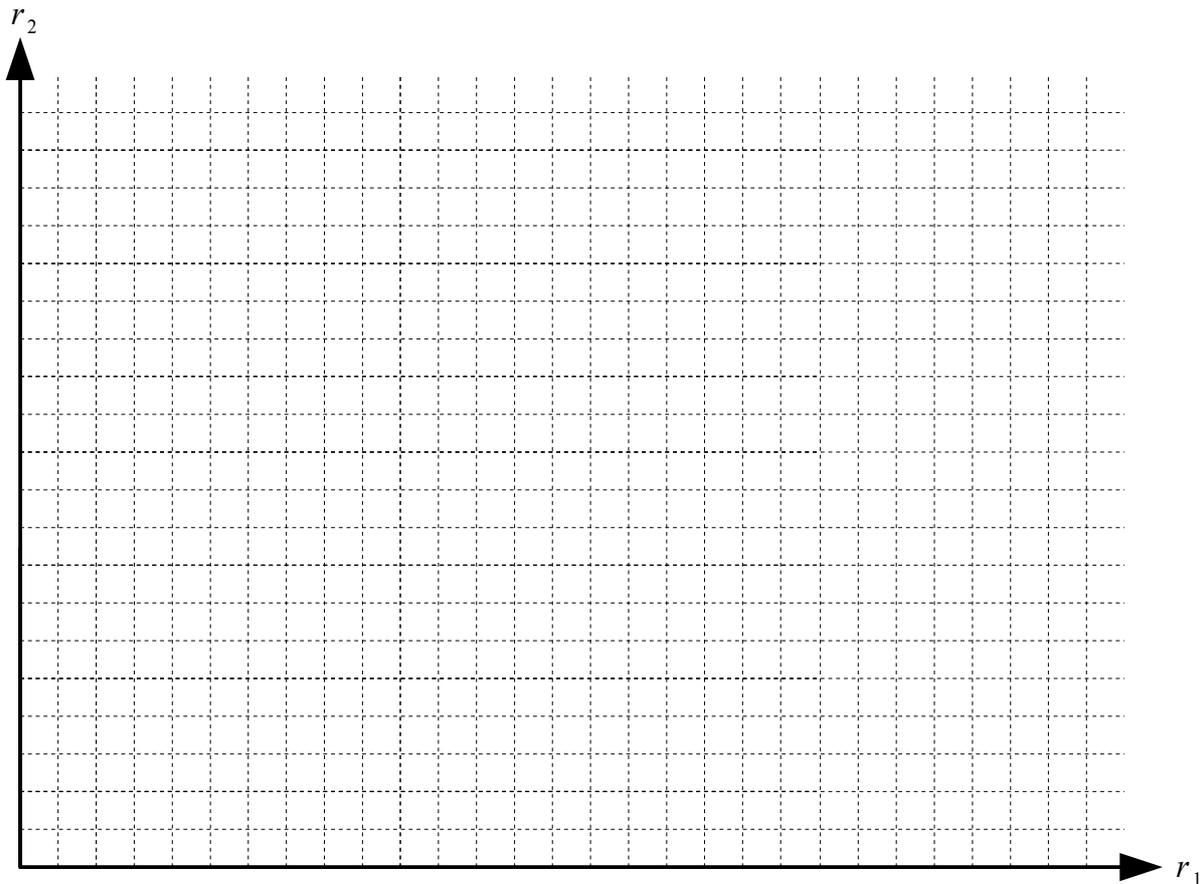


Abbildung 7: Koordinatensystem für Aufgabe 3 (Prozessstrahlen)

Tipp:  
Verwenden Sie eine Einteilung, in der 2 Kästchen 20 Mengeneinheiten entsprechen.

## **Lösungsbogen für Aufgabe 3**

## **Lösungsbogen für Aufgabe 4**



## **Lösungsbogen für Aufgabe 5**

## Lösungsbogen für Aufgabe 5

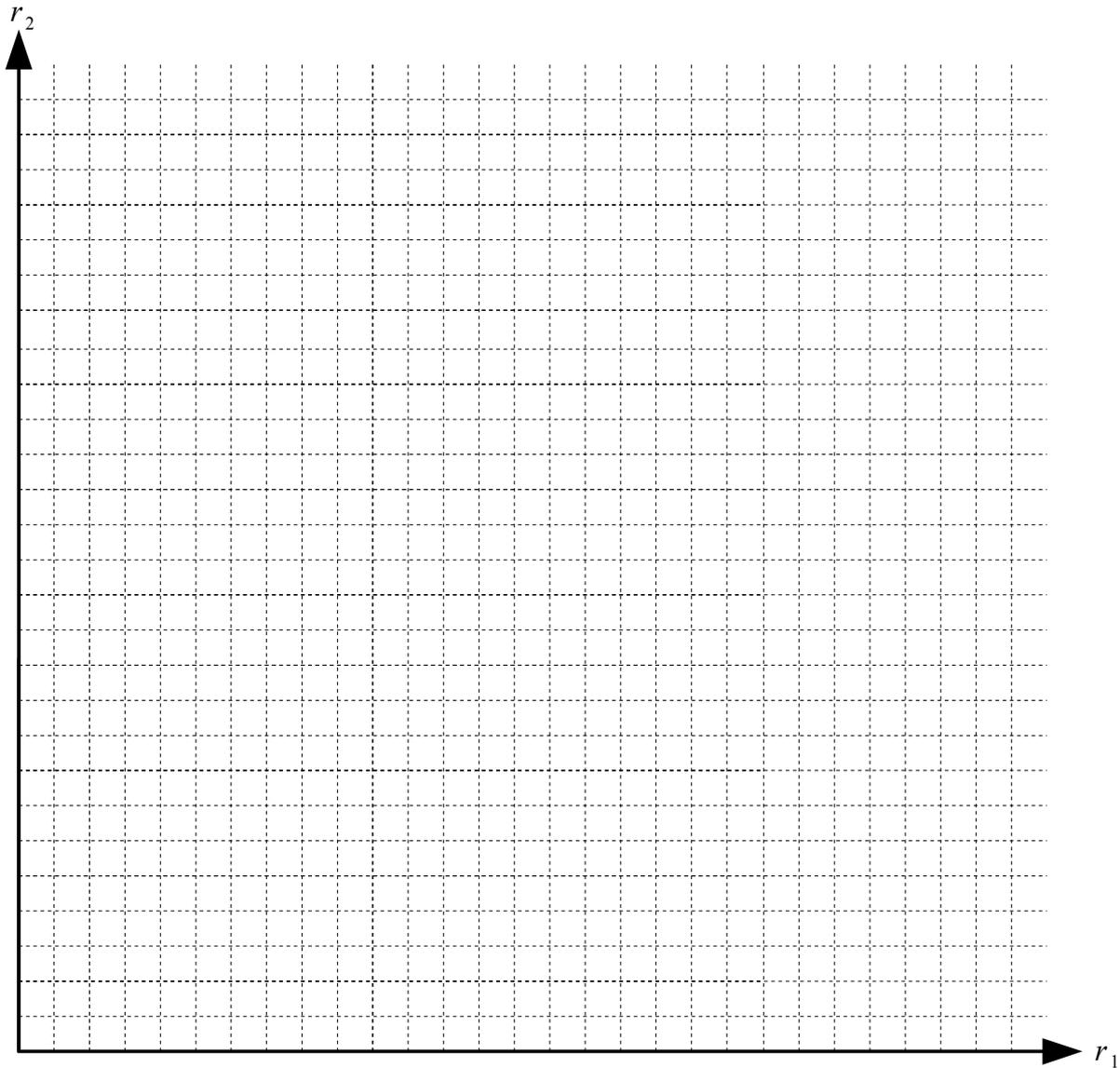


Abbildung 8: Koordinatensystem für Aufgabe 5

Tipp:

Verwenden Sie eine Einteilung, in der 1 Kästchen 2 Mengeneinheiten entspricht.

## **Lösungsbogen für Aufgabe 5**

## **Lösungsbogen für Aufgabe 5**

## **Lösungsbogen für Aufgabe 5**