FernUniversität in Hagen

Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

AUFGABENTEIL

Modul-Abschlussklausur zum

B-Modul Nr. 31531, Theorie der Leistungserstellung

Termin: 27. September 2012, 9:00 bis 11:00 Uhr

Prüfer: Prof. Dr. Dr. h. c. Günter Fandel

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
maximale Punktzahl	14	18	32	21	35	120

Diesen Aufgabenteil können Sie abtrennen und mitnehmen!

HINWEISE ZUR BEARBEITUNG

- Die Klausur besteht aus einem Aufgabenteil und einem Lösungsteil. Überprüfen Sie zunächst, ob Sie die korrekte **Anzahl an Seiten (insgesamt 24 Seiten)** erhalten haben. Melden Sie sich unverzüglich bei einer der aufsichtsführenden Personen, falls das nicht der Fall sein sollte.
- Füllen Sie nun den Kopf des Deckblattes und der nachfolgenden Seiten aus!
- Die Klausur umfasst **fünf Aufgaben**. Die gesamte **Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten**. Bei jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben. Insgesamt können maximal 120 Punkte erreicht werden.
- Die Lösungen müssen in die dafür **vorgesehenen Lösungsbögen** eingetragen werden. Bei Platzproblemen verwenden Sie bitte die Rückseiten und verweisen auf diese. Eigene mitgebrachte Blätter dürfen nicht verwendet werden!
- **Schreiben Sie bitte weder mit Bleistift** (Ausnahme: Zeichnungen) **noch mit Rotstift!**
- Bitte schreiben Sie leserlich! Unlesbarkeiten gehen zu Ihren Lasten.
- Sie können den Aufgabenteil abtrennen, aber trennen Sie bitte keine einzelnen Seiten aus dem Lösungsteil ab!
- Als **Hilfsmittel** sind – neben Schreib- und Zeichengeräten – ausschließlich Taschenrechner zugelassen, die
    - nicht programmierbar sind,
    - keine Texte oder Formeln speichern können,
    - nicht drahtlos mit anderen Geräten kommunizieren können,
    - über keine alphanumerische Tastatur verfügen und
    - kein graphisches Display (z. B. zur Darstellung von Funktionsgraphen) besitzen.
- **Unterschreiben** Sie vor der Abgabe Ihre Klausur auf der letzten von Ihnen beschriebenen Seite!
- **Teilen Sie sich Ihre Zeit ein!** Als Anhaltspunkt für die Bearbeitungszeit der Aufgaben gilt: Ein Punkt entspricht etwa einer Minute.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: Grundlagen 14 Punkte

a) Was versteht man unter der Homogenität von Produktionsfunktionen? Erläutern Sie auch kurz deren drei mögliche Ausprägungen. **8 Punkte**

b) Wie ist die Skalenelastizität formal definiert? Welcher Zusammenhang kann zwischen der Homogenität und der Skalenelastizität vorliegen? **4 Punkte**

c) Erläutern Sie verbal, was man unter einer Isokline versteht. **2 Punkte**

Aufgabe 2: Substitutionale Produktionsmodelle 18 Punkte

Gegeben sei folgende Produktionsfunktion:

$$x = f(r_1; r_2) = \left(\frac{1}{2} \cdot r_1^{\frac{1}{2}} + r_2^{\frac{1}{2}} \right)^2 .$$

a) Um welche Art von Produktionsfunktion handelt es sich? Welche besondere Eigenschaft haben Produktionsfunktionen von diesem Typ? Erläutern Sie kurz, welche Art von Substitutionalität hier vorliegt. **4 Punkte**

b) Stellen Sie für die vorliegende Produktionsfunktion die Isoquantengleichung zum Produktionsniveau $\bar{x}$ in der Form $r_2 = h(r_1; \bar{x})$ auf. **2 Punkte**

c) Bestimmen Sie die Kostenfunktion $K_1(x)$ bei totaler Faktorvariation der vorliegenden Produktionsfunktion, wenn für die Faktorpreise $q_1 = 3$ Geldeinheiten/Mengeneinheit (GE/ME) und $q_2 = 12$ GE/ME gilt. **7 Punkte**

d) Wie lautet – aufbauend auf die Daten des vorherigen Aufgabenteils – die Kostenfunktion $K_2(x)$, wenn von Faktor 1 höchstens $\bar{r}_1 = 49$ ME zur Verfügung stehen? **5 Punkte**

Aufgabe 3: Limitationale Produktionsmodelle mit direktem Input-Output-Bezug 32 Punkte

Einem Unternehmen stehen für die Endproduktfertigung mit Hilfe zweier Faktoren $i = 1, 2$ die drei limitationalen Produktionsprozesse $\pi = I, II, III$ zur Verfügung. Die Faktoreinsatzfunktionen der drei Prozesse seien gegeben durch:

Prozess I $\quad r_1^I = \frac{2}{5} \cdot x \qquad r_2^I = \frac{2}{5} \cdot x$,

Prozess II $\quad r_1^{II} = \frac{1}{20\,000} \cdot x^2 \qquad r_2^{II} = \frac{1}{40\,000} \cdot x^2$ und

Prozess III $\quad r_1^{III} = \frac{3}{5} \cdot x \qquad r_2^{III} = \frac{1}{10} \cdot x$.

Es bezeichne x^π die mit Prozess π hergestellten Outputmengeneinheiten und r_i^π die jeweils zur Produktion verwendeten Faktormengen. Die Faktoreinsätze und alle Gütermengen seien beliebig teilbar. Die Preise der Produktionsfaktoren sind mit $q_1 = 1$ Geldeinheit/Mengeneinheit (GE/ME) und $q_2 = 2$ GE/ME gegeben. Darüber hinaus fallen bei Prozess I mit Produktionsbeginn einmalige Anlaufkosten von 1 000 GE, bei Prozess II von 3 000 GE und bei Prozess III von 5 800 GE an.

a) Gehen Sie zunächst davon aus, dass die drei Prozesse nicht kombinierbar seien. Ermitteln Sie für jeden der drei Prozesse die Kostenfunktion $K^\pi(x)$ und zeichnen Sie diese in das Koordinatensystem **auf Seite 13** ein. **10 Punkte**

b) Geben Sie für jede mögliche Ausbringungsmenge x den jeweils kostenminimalen Produktionsprozess an, wenn weiterhin Prozesskombinationen ausgeschlossen sind. Wie lautet die Gesamtkostenfunktion $K(x)$? **14 Punkte**

c) Nehmen Sie an, dass Prozess II nicht länger verfügbar ist, dass die beiden verbleibenden Prozesse nun kombinierbar sind und dass sämtliche Anlaufkosten entfallen. Außerdem sei die Einsatzmenge von Faktor 1 mit 20 ME fest vorgegeben; Faktor 2 werde partiell angepasst. Zeichnen Sie zunächst die Prozessstrahlen im Bereich $0 \leq x \leq 50$ in das r_1-r_2-Diagramm **auf Seite 14** ein. Markieren Sie anschließend farblich die effizienten Produktionen bei partieller Variation des zweiten Faktors. Weisen Sie die Lage der relevanten Punkte kurz rechnerisch nach. **8 Punkte**

Hinweis: Nutzen Sie keinesfalls einen Rotstift!

Aufgabe 4: Limitationale Produktionsmodelle mit indirektem Input-Output-Bezug 21 Punkte

Ein Unternehmen hat eine neue Maschine gekauft, zu der nur die folgende Verbrauchsfunktion bekannt ist:

$$a(\lambda) = 0{,}25\,\lambda^2 - 5\,\lambda + 50 \qquad \text{mit} \qquad 0 \leq \lambda \leq 9.$$

Die Maschine kann täglich für $t_{max} = 8$ Zeiteinheiten (ZE) zur Produktion genutzt werden. Es gilt $d = 1$, da die abgegebenen Arbeitseinheiten mit der hergestellten Endproduktmenge übereinstimmen. Für den Betriebsstoff fallen Kosten von 8 Geldeinheiten pro Mengeneinheit (GE/ME) an. Es entstehen keine fixen Kosten bei der Inbetriebnahme des Aggregats.

a) Bestimmen Sie die kostenoptimale Intensität, die minimalen variablen Stückkosten und die Kapazitätsgrenze (pro Tag) des Aggregats. **9 Punkte**

Wie bei Gutenberg basiert auch die Heinen-Produktionsfunktion auf den Verbrauchsfunktionen als Darstellung der Input-Output-Beziehungen an Potenzialgütern.

b) Erläutern Sie kurz, welche Unterscheidung bezüglich der Verbrauchsfunktionen Heinen im Gegensatz zu Gutenberg vornimmt. **4 Punkte**

c) Was versteht Heinen unter dem Begriff „Elementarkombination“? **2 Punkte**

Aus Ihren Kursunterlagen sind Ihnen als weitere Produktionsmodelle mit indirektem Input-Output-Bezug die Kloock-Produktionsfunktion und die Engineering Production Functions bekannt.

d) Wodurch unterscheiden sich die Transformationsfunktionen für den Verbrauch von Potenzialgütern und Arbeitskräften bei Heinen und Kloock? **3 Punkte**

e) Erläutern Sie kurz, wie aus einem Produktionsprozess eine Engineering Production Function abgeleitet wird. **3 Punkte**

Aufgabe 5: Erweiterungen 35 Punkte

Ein Unternehmen produziert genau eine Produktart durch Einsatz eines Produktionsfaktors, wobei der produktive Einsatz dieses Faktors – je nach Produktionsverfahren – zu CO_2-Emissionen führen kann. Die Input- und Schadstofffunktionen der Prozesse lauten:

Prozess *I*	$r^I = 8 \cdot x^I$	$u^I = 2 \cdot r^I$,
Prozess *II*	$r^{II} = 5 \cdot x^{II}$	$u^{II} = 5 \cdot r^{II}$,
Prozess *III*	$r^{III} = 6 \cdot x^{III}$	$u^{III} = 5 \cdot r^{III}$,
Prozess *IV*	$r^{IV} = 9 \cdot x^{IV}$	$u^{IV} = 0$ (keine Emissionen).

Es bezeichne x^π die mit Prozess π hergestellten ganzzahligen Outputmengeneinheiten, r^π die jeweils zur Produktion verwendete Faktormenge und u^π die dabei entstehende Menge an CO_2-Emissionen. Der Faktorpreis betrage $q = 5$ Geldeinheiten/Mengeneinheit (GE/ME). Die Prozesse seien nicht kombinierbar.

a) Charakterisieren Sie kurz die drei Ihnen aus den Kursunterlagen bekannten umweltpolitschen Steuerungsarten. Dabei sollten Sie jeweils die exakte Bezeichnung, das Wesen und die Wirkungsweise berücksichtigen. **9 Punkte**

Für das Unternehmen ist maximal eine Emission von $\bar{S} = 400$ ME CO_2 zulässig.

b) Geben Sie die Gesamtkostenfunktion $K(x)$ und die Gesamtschadstofffunktion $S(x)$ für CO_2-Emissionen an. **13 Punkte**

c) Zeichnen Sie die Gesamtkostenfunktion $K(x)$ des vorherigen Aufgabenteils in das Koordinatensystem **auf Seite 21** ein. **3 Punkte**

d) Für $q^R = 320$ GE kann das Unternehmen das Recht kaufen, CO_2 in Höhe von insgesamt $\bar{\bar{S}} = 800$ ME – d. h. 400 ME zusätzlich – auszustoßen. Stellen Sie die neue Gesamtkostenfunktion $K^R(x)$ für den Fall des Kaufs auf und skizzieren Sie ihren Verlauf im Koordinatensystem **auf Seite 21**. Zeigen Sie formal, für welche Fälle die Kaufentscheidung ökonomisch sinnvoll ist. Sie können dazu auch Bezug auf die Grafik nehmen. **10 Punkte**

FernUniversität in Hagen

Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

NAME: ____________________________

VORNAME: ____________________________

MATRIKELNUMMER: ____________________________

LÖSUNGSTEIL

Modul-Abschlussklausur zum

B-Modul Nr. 31531, Theorie der Leistungserstellung

Termin: 27. September 2012, 9:00 – 11:00 Uhr

Prüfer: Prof. Dr. Dr. h. c. Günter Fandel

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
maximale Punktzahl	14	18	32	21	35	120
erreichte Punktzahl						

Note:

Datum ____________________ Unterschrift des Prüfers ____________________

Lösungsbereich zu Aufgabe 1

Lösungsbereich zu Aufgabe 1

Lösungsbereich zu Aufgabe 2

Lösungsbereich zu Aufgabe 2

Lösungsbereich zu Aufgabe 2

Koordinatensystem zu Aufgabenteil 3a)

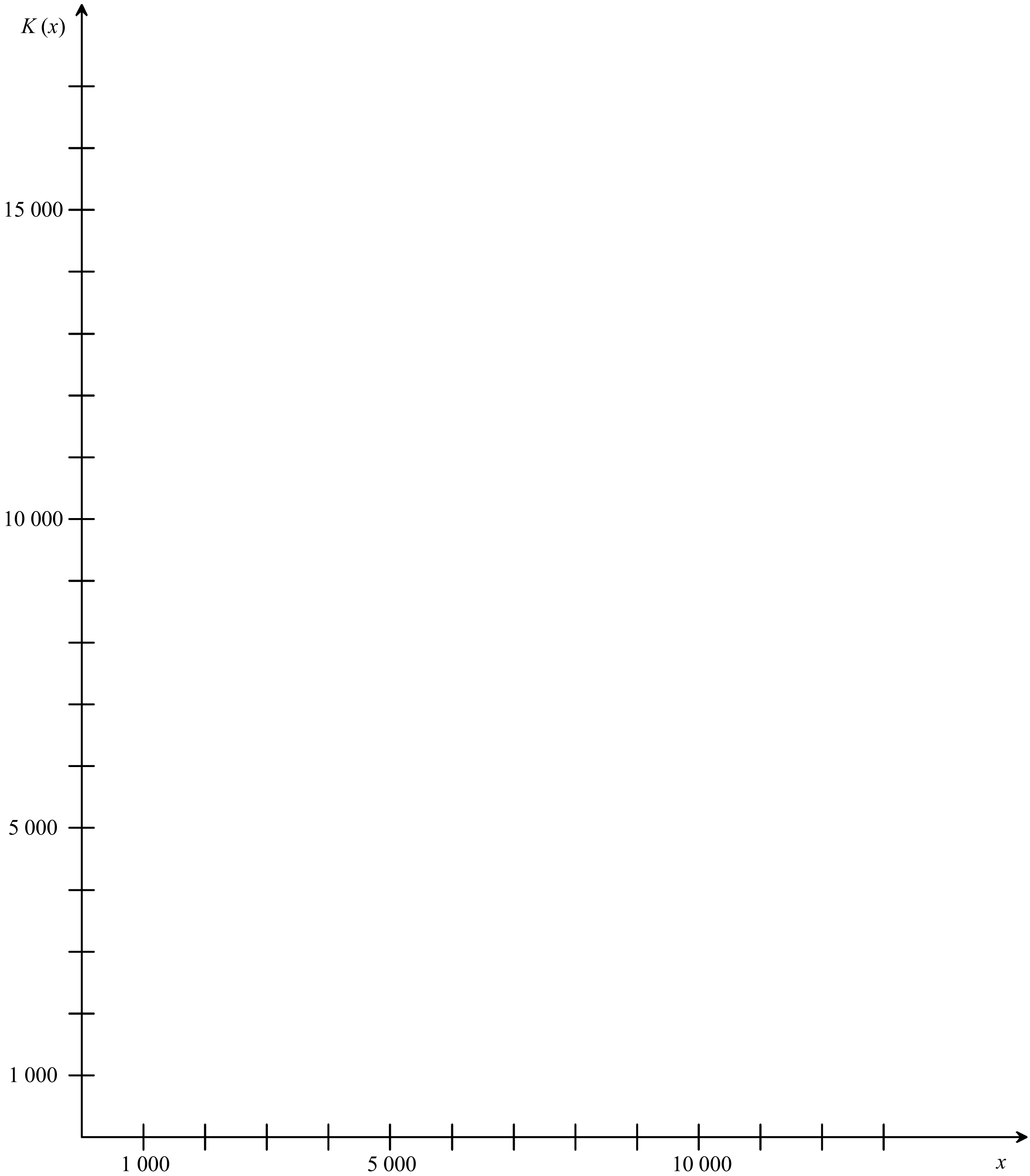
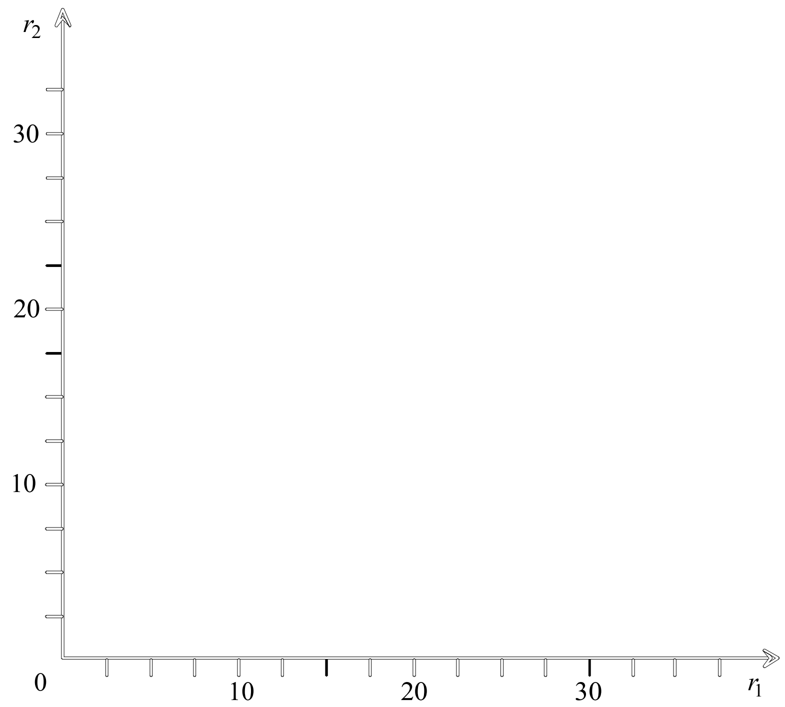


Diagramm zu Aufgabenteil 3c)



Lösungsbereich zu Aufgabe 3

Lösungsbereich zu Aufgabe 3

Lösungsbereich zu Aufgabe 3

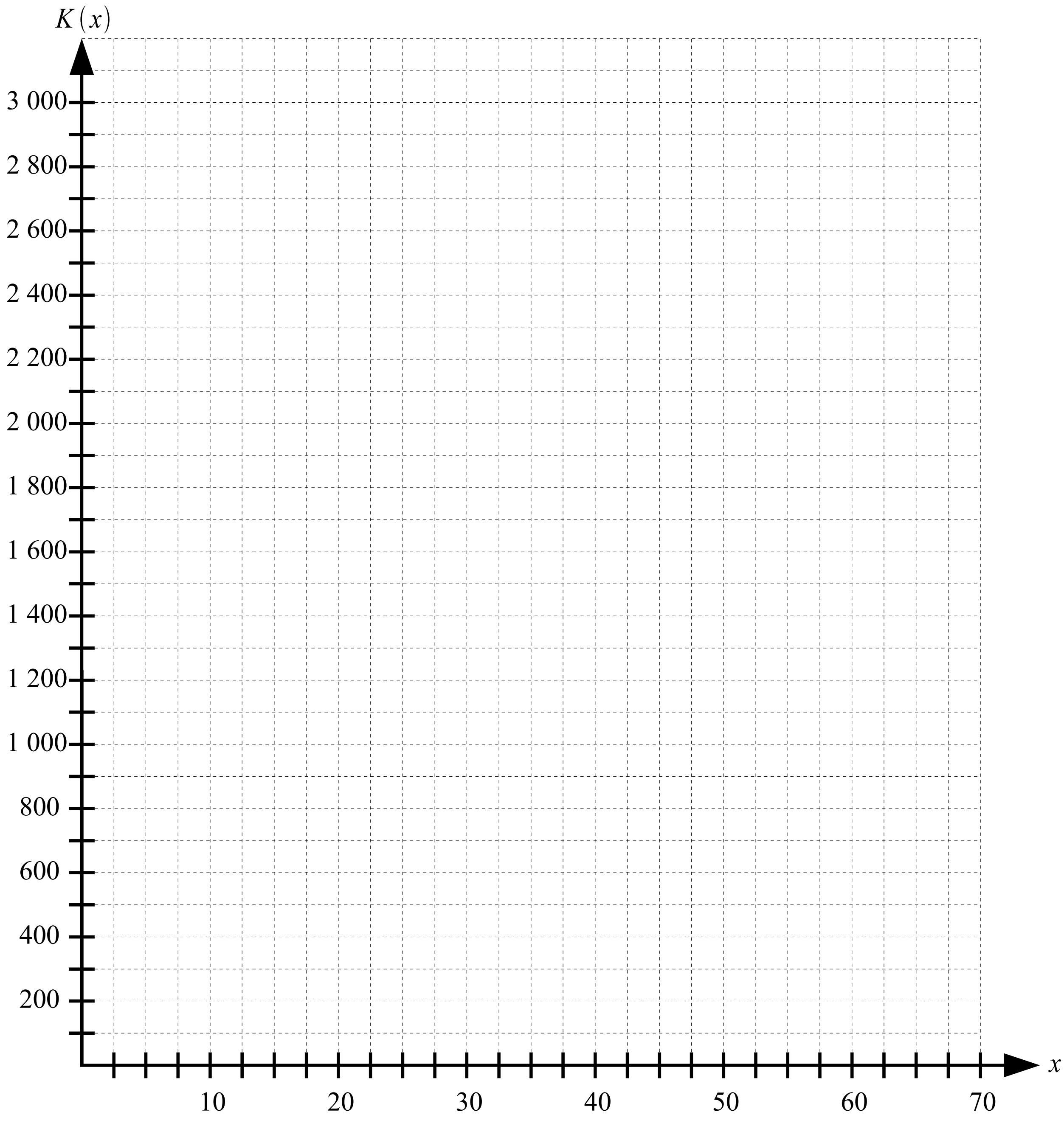
Lösungsbereich zu Aufgabe 3

Lösungsbereich zu Aufgabe 4

Lösungsbereich zu Aufgabe 4

Lösungsbereich zu Aufgabe 4

Koordinatensystem zu Aufgabe 5)



Lösungsbereich zu Aufgabe 5

Lösungsbereich zu Aufgabe 5

Lösungsbereich zu Aufgabe 5