

# AUFGABENTEIL

Modul-Abschlussklausur zum

**B-Modul Nr. 31531, Theorie der Leistungserstellung**

**Termin: 26. September 2013, 9:00 bis 11:00 Uhr**

**Prüfer: Prof. Dr. Dr. h. c. Günter Fandel**

<b>Aufgabe</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b><math>\Sigma</math></b>
<b>maximale Punktzahl</b>	30	28	25	37	120

**Diesen Aufgabenteil können Sie abtrennen und mitnehmen!**

## HINWEISE ZUR BEARBEITUNG

- Die Klausur besteht aus einem Aufgabenteil und einem Lösungsteil. Überprüfen Sie zunächst, ob Sie die korrekte **Anzahl an Seiten (insgesamt 21 Seiten)** erhalten haben. Melden Sie sich unverzüglich bei einer der aufsichtsführenden Personen, falls das nicht der Fall sein sollte.
- Füllen Sie nun den Kopf des Deckblattes und der nachfolgenden Seiten aus!
- Die Klausur umfasst **vier Aufgaben**. Die gesamte **Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten**. Bei jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben. Insgesamt können maximal 120 Punkte erreicht werden.
- Die Lösungen müssen in die dafür **vorgesehenen Lösungsbögen** eingetragen werden. Bei Platzproblemen verwenden Sie bitte die Rückseiten und verweisen auf diese. Eigene mitgebrachte Blätter dürfen nicht verwendet werden!
- **Schreiben Sie bitte weder mit Bleistift** (Ausnahme: Zeichnungen) **noch mit Rotstift!**
- Bitte schreiben Sie leserlich! Unlesbarkeiten gehen zu Ihren Lasten.
- Sie können den Aufgabenteil abtrennen, aber trennen Sie bitte keine einzelnen Seiten aus dem Lösungsteil ab!
- Als **Hilfsmittel** sind – neben Schreib- und Zeichengeräten – ausschließlich die folgenden Taschenrechner zugelassen: Casio-fx86 DE Plus, Texas Instruments TI 30 X II S, Texas Instruments TI 30 X II B, Sharp EL-W531 XGPK, Sharp EL-W531 XGYR, Sharp EL-W531 XGVL, Sharp EL-W531 XHGR und Sharp EL-W531 XHVL.
- **Unterschreiben** Sie vor der Abgabe Ihre Klausur auf der letzten von Ihnen beschriebenen Seite!
- **Teilen Sie sich Ihre Zeit ein!** Als Anhaltspunkt für die Bearbeitungszeit der Aufgaben gilt: Ein Punkt entspricht etwa einer Minute.

**Viel Erfolg!**

**Aufgabe 1: Multiple Choice****30 Punkte**

Kreuzen Sie in der Tabelle **auf Seite 8** an, ob die dort abgedruckten Aussagen richtig oder falsch sind. Sie erhalten für jede korrekte Antwort zwei Punkte; im Falle einer nicht korrekten Antwort werden zwei Punkte abgezogen. Die minimale Punktzahl dieser Aufgabe beträgt null Punkte.

**Aufgabe 2: Substitutionale Produktionsmodelle****28 Punkte**

Gegeben sei die folgende Produktionsfunktion:

$$x = f(r_1; r_2) = 16 \cdot r_1^{\frac{3}{4}} + 4 \cdot r_2.$$

Für die Faktorpreise gelte  $q_1 = 9$  Geldeinheiten/Mengeneinheit (GE/ME) und  $q_2 = 6$  GE/ME.

- a) Bestimmen Sie allgemein die Isoquantengleichung. Zeichnen Sie anschließend die Isoquante für das Produktionsniveau  $\bar{x} = 256$  in das  $r_1$ - $r_2$ -Koordinatensystem **auf Seite 9** ein. Erläutern Sie kurz verbal, wie sich die Lage der Isoquanten ändert, wenn das Produktionsniveau erhöht wird. **7 Punkte**
- b) Welche Art der Substitutionalität liegt vor? **2 Punkte**
- c) Bestimmen Sie nun die Faktormengen zur kostenminimalen Herstellung der Outputniveaus  $\bar{x}^I = 320$  und  $\bar{x}^{II} = 128$ . **9 Punkte**
- d) Betrachten Sie jedes mögliche Produktionsniveau  $x$  im Intervall  $[0; \infty)$ . Wie lautet die Kostenfunktion in Abhängigkeit vom Produktionsniveau? **10 Punkte**

## Aufgabe 3: Limitationale Produktionsmodelle mit indirektem Input-Output-Bezug 25 Punkte

In einem Unternehmen können zur Herstellung eines Produktes zwei kostenverschiedene, aber funktionsgleiche Maschinen eingesetzt werden. Beide Maschinen können mit einer Leistungsintensität zwischen null und zehn und maximal für acht Zeiteinheiten eingesetzt werden. Für Maschine 1 gelte die folgende Kostenleistungsfunktion:

$$k_1(\lambda_1) = 64 \cdot \lambda_1^2 - 480 \cdot \lambda_1 + 2\,520$$

Von Maschine 2 ist bekannt, dass sie in Abhängigkeit von der Leistungsintensität  $\lambda_2$  verschiedene Mengen der Produktionsfaktoren 1, 2 und 3 verbraucht. Die Verbräuche sind durch die jeweiligen Faktorverbrauchsfunktionen gegeben:

$$\text{Faktor 1} \quad a_{12}(\lambda_2) = \rho_{12}(\lambda_2) = 2 \cdot \lambda_2^2 - 15 \cdot \lambda_2 + 50$$

$$\text{Faktor 2} \quad a_{22}(\lambda_2) = \rho_{22}(\lambda_2) = 10 \cdot \lambda_2^2 - 60 \cdot \lambda_2 + 150$$

$$\text{Faktor 3} \quad a_{32}(\lambda_2) = \rho_{32}(\lambda_2) = 6 \cdot \lambda_2^2 - 6 \cdot \lambda_2 + 22$$

- a) Berechnen Sie für Maschine 1 die Optimalintensität  $\lambda_1^*$  und bestimmen Sie die Kostenfunktion  $K_1(x_1)$  und die Grenzkostenfunktion  $K'_1(x_1)$ , wenn Maschine 1 sowohl rein zeitlich als auch intensitätsmäßig angepasst werden kann. 7 Punkte
- b) Berechnen Sie die Kostenleistungsfunktion  $k_2(\lambda_2)$  von Maschine 2, wenn die Faktorpreise mit  $q_1 = 4$  Geldeinheiten (GE),  $q_2 = 6$  GE und  $q_3 = 10$  GE gegeben sind. 6 Punkte  
**Hinweis:** Sollten Sie in in diesem Aufgabenteil kein Ergebnis erhalten, rechnen Sie mit der Funktion  $k_2(\lambda_2) = 107,52 \cdot \lambda_2^2 - 403,2 \cdot \lambda_2 + 2\,088$  weiter.
- c) Bestimmen Sie für Maschine 2 die Kostenfunktion  $K_2(x_2)$  und die Grenzkostenfunktion  $K'_2(x_2)$ , wenn die Maschine sowohl rein zeitlich als auch intensitätsmäßig angepasst werden kann. 6 Punkte
- d) Zur kostenoptimalen Produktion von insgesamt  $x = 100$  Mengeneinheiten (ME) des Produktes werden beide Maschinen intensitätsmäßig angepasst. Berechnen Sie, welche Mengen Maschine 1 und Maschine 2 jeweils produzieren. 6 Punkte  
**Hinweis:** Für die Lösung ist es nicht erforderlich, das komplette Verfahren der voroptimierten Grenzkostenfunktionen durchzuführen oder diverse Anpassungsintervalle zu berechnen.

**Hinweis:** Nutzen Sie für Ihre Zeichnungen keinesfalls einen Rotstift!

**Aufgabe 4: Erweiterungen****37 Punkte**

Ein Unternehmen produziert genau eine Produktart durch Einsatz von zwei Produktionsfaktoren, wobei zwei effiziente und kombinierbare Prozesse mit den jeweilig angegebenen Inputfunktionen zur Verfügung stehen:

$$\begin{array}{lll} \text{Prozess I} & r_1^I = 6 \cdot x^I & r_2^I = 4 \cdot x^I \text{ und} \\ \text{Prozess II} & r_1^{II} = 2 \cdot x^{II} & r_2^{II} = 12 \cdot x^{II} . \end{array}$$

Es bezeichne  $x^\pi$  die mit Prozess  $\pi$  hergestellten Outputmengen und  $r_i^\pi$  die jeweils von Faktor  $i$  zur Produktion verwendete Menge. Die Faktorpreise betragen  $q_1 = 3$  Geldeinheiten/Mengeneinheit (GE/ME) für Faktor 1 und  $q_2 = 2$  GE/ME für Faktor 2.

- a) Zeichnen Sie die Prozessstrahlen beider Produktionsprozesse in das Koordinatensystem **auf Seite 17** ein, und stellen Sie die Kostenfunktionen beider Prozesse auf. Welchen Prozess sollte das Unternehmen aus wirtschaftlichen Gründen zur Produktion auswählen?

**7 Punkte**

Der produktive Einsatz beider Faktoren erzeugt CO<sub>2</sub>-Emissionen. Die zugehörigen Schadstofffunktionen lauten:

$$x_1^{U,1} = 4 \cdot r_1 \text{ und } x_2^{U,1} = r_2 .$$

Dabei bezeichnet  $x_i^{U,1}$  die Menge an CO<sub>2</sub>, die durch Einsatz des Faktors  $i$  in der Produktion entsteht. Für das Unternehmen ist maximal eine Emission von  $\bar{S}_1 = 140$  ME CO<sub>2</sub> zulässig.

- b) Stellen Sie die Schadstoffisoquante für CO<sub>2</sub> zum Niveau  $\bar{S}_1 = 140$  in der Form  $S_1(r_1; r_2)$  auf und zeichnen Sie diese in das Koordinatensystem **auf Seite 17** ein. Welche maximalen Produktionsmengen sind mit den beiden Prozessen unter Einhaltung des Grenzwerts jeweils maximal möglich?
- c) Geben Sie die kostenoptimalen Faktoreinsätze  $r_i^M(x)$  und die Kostenfunktion  $K^M(x)$  unter Beachtung des Grenzwerts für CO<sub>2</sub> an.

**6 Punkte****8 Punkte**

Das Unternehmen stellt fest, dass der Einsatz der beiden Faktoren ebenfalls Feinstaubemissionen erzeugt. Für die gesamte Schadstoffmenge  $S_2$  gilt:

$$S_2(r_1; r_2) = 26 \cdot r_1 + 9 \cdot r_2 .$$

Gehen Sie nun davon aus, dass in der Produktion sowohl der o. g. CO<sub>2</sub>-Grenzwert als auch der Grenzwert für Feinstaub in Höhe von  $\bar{S}_2 = 1\,080$  einzuhalten ist.

- d) Zeichnen Sie die Schadstoffisoquante für den Feinstaubgrenzwert  $\bar{S}_2$  in das Koordinatensystem **auf Seite 17** ein. Welche Mengen der Faktoren werden eingesetzt, wenn beide Grenzwerte maximal ausgenutzt werden? Wie hoch ist der zugehörige Output? Welcher Output ist unter Berücksichtigung der beiden Grenzwerte maximal möglich?

**10 Punkte**

- e) Wie verändern sich die kostenoptimalen Faktoreinsätze  $r_i^M(x)$  aus Aufgabenteil c, wenn das Unternehmen beide Grenzwerte in der Produktion beachten muss?

**6 Punkte**

NAME: \_\_\_\_\_

VORNAME: \_\_\_\_\_

MATRIKELNUMMER: \_\_\_\_\_

# LÖSUNGSTEIL

Modul-Abschlussklausur zum

B-Modul Nr. 31531, Theorie der Leistungserstellung

Termin: 26. September 2013, 9:00 – 11:00 Uhr

Prüfer: Prof. Dr. Dr. h. c. Günter Fandel

Aufgabe	1	2	3	4	$\Sigma$
maximale Punktzahl	30	28	25	37	120
erreichte Punktzahl					

Note:

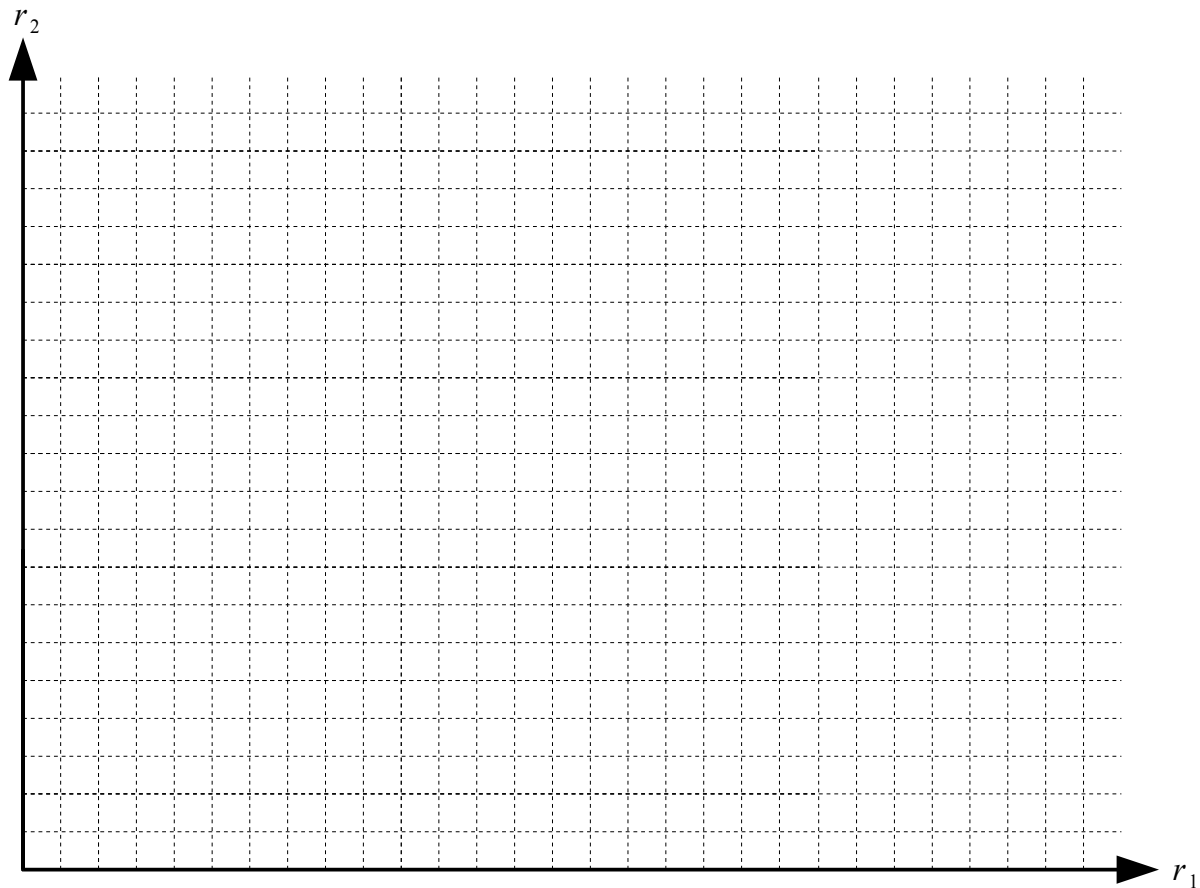
\_\_\_\_\_  
Datum\_\_\_\_\_  
Unterschrift des Prüfers

**Tabelle zu Aufgabe 1**

Nr.	Aussage	Richtig	Falsch
1	Produktionskoeffizienten stellen die Relation von Output zur Faktoreinsatzmenge dar.		
2	Man kann von der Produktionstheorie nicht verlangen, dass sie bei der Formulierung von Produktionsfunktionen gleichzeitig die Vielfalt aller empirisch feststellbaren Produktionsprozesse berücksichtigt.		
3	Bei der C-D-Produktionsfunktion ist die Skalenelastizität zweier Faktoren konstant gleich Eins.		
4	Pagatorische Kosten beruhen auf dem innerbetrieblichen Knappheitsgrad der im Produktionsprozess einzusetzenden Faktoren.		
5	Mit dem Begriff der z-Situation bezeichnet Gutenberg sämtliche technische Eigenschaften eines Potenzialgutes – außer seiner Intensität. Für seine weiteren Analysen trifft er die Annahme, dass diese konstant sind, so dass der Verbrauch eines Produktionsfaktors lediglich von der gewählten Intensität abhängt.		
6	Progressive Kosten steigen überproportional mit der Erhöhung der Produktion.		
7	Nach Heinen gibt der Verteilungsparameter den Anteil der Produktmenge an, der mit einer bestimmten Elementarkombination gefertigt wurde.		
8	Löst man die Produktionsfunktion einer Mehrproduktunternehmung nach der Produktionsmenge des dritten Outputs auf, erhält man eine Produktfunktion, die die produzierbaren Mengen des dritten Outputs angibt.		
9	In seinem Flugzeugmodell versucht Ferguson den Kraftstoffverbrauch unter Berücksichtigung von Starts, Flügen, Landungen und Rollvorgängen zu bestimmen.		
10	Die Grenzrate der Substitution gibt ausgehend von einem beliebigen Produktionspunkt an, um wie viele Einheiten die Einsatzmenge des einen Faktors verringert werden kann, wenn der Einsatz eines anderen Faktors um eine infinitesimale kleine Einheit erhöht wird und bei Konstanz aller übrigen Faktoren dieselbe Ausbringung erzielt werden soll.		
11	Neoklassische Produktionsfunktionen verlaufen bei partieller Faktorvariation für steigende Ausbringungsniveaus immer streng konkav.		
12	Neben stetigen Veränderungen der Faktorqualitäten und ihren mehr kontinuierlich verlaufenden Auswirkungen auf die Kostenhöhe sind auch plötzliche Kostenverschiebungen durch mutative Veränderungen der Faktorqualitäten denkbar.		
13	Um den Verbrauch von Hilfs- und Betriebsstoffen zu bestimmen, geht Heinen nicht von einer konstanten Intensität während der Dauer einer Elementarkombination, sondern von in der Zeit laufend schwankenden Intensitäten aus.		
14	Im Gegensatz zu Fixkosten sind sprungfixe Kosten von der Produktionsmenge abhängig, da sie nur für bestimmte Output-Intervalle konstant sind.		
15	Das von Bücher formulierte Gesetz von der Massenproduktion gilt dann nicht mehr, wenn aufgrund nicht-linearer Gesamtkostenverläufe die Stückgesamtkosten ab einer bestimmten Ausbringungsmenge wieder zunehmen.		



**Koordinatensystem zu Aufgabenteil 2**



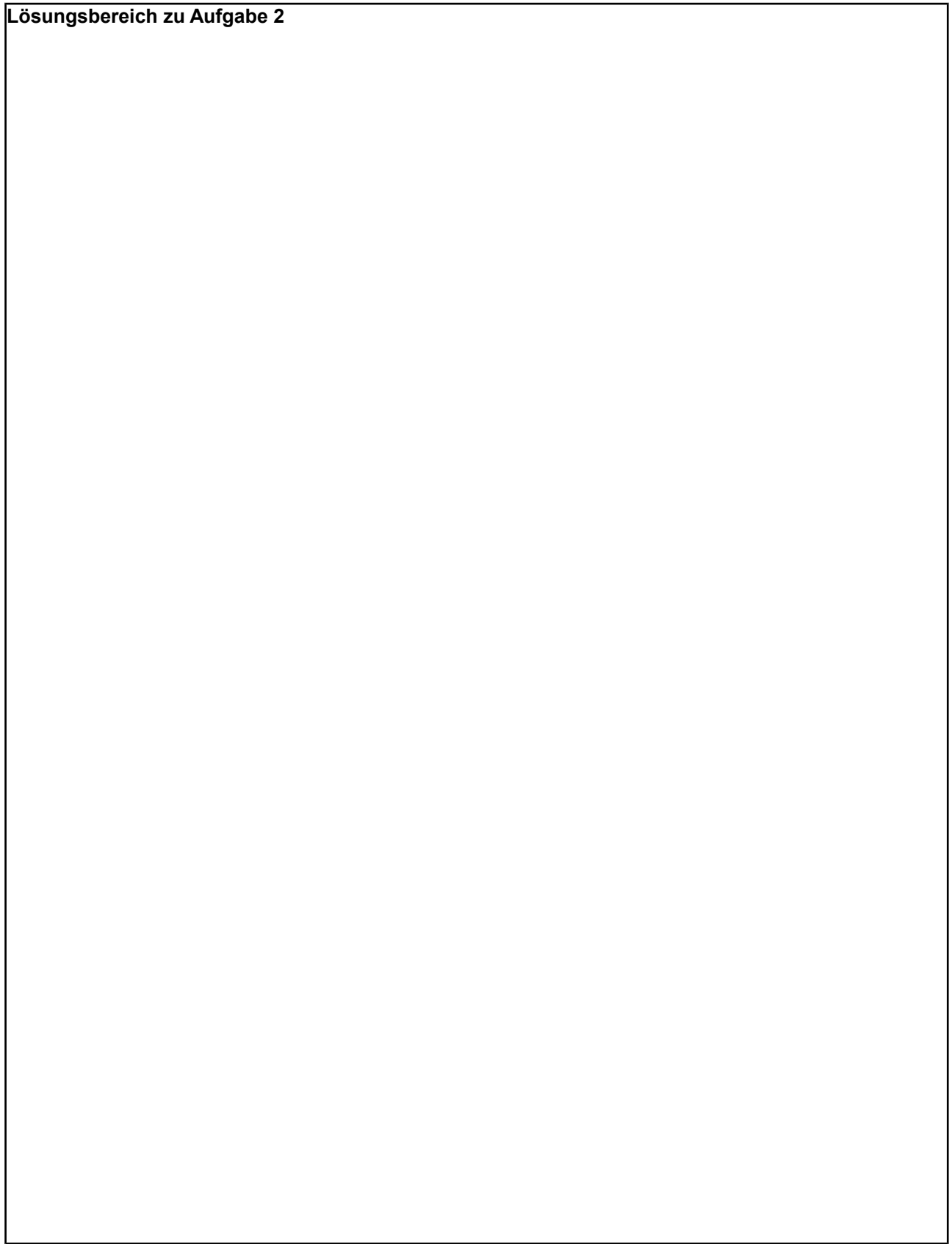
**Hinweis:** Wählen Sie den Maßstab so, dass ein Kästchen fünf Mengeneinheiten entspricht.

**Lösungsbereich zu Aufgabe 2**

**Lösungsbereich zu Aufgabe 2**

Empty solution area for Aufgabe 2.

**Lösungsbereich zu Aufgabe 2**



**Lösungsbereich zu Aufgabe 2**

**Lösungsbereich zu Aufgabe 3**

**Lösungsbereich zu Aufgabe 3**

A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to write their solution to the task. It occupies most of the page below the header.

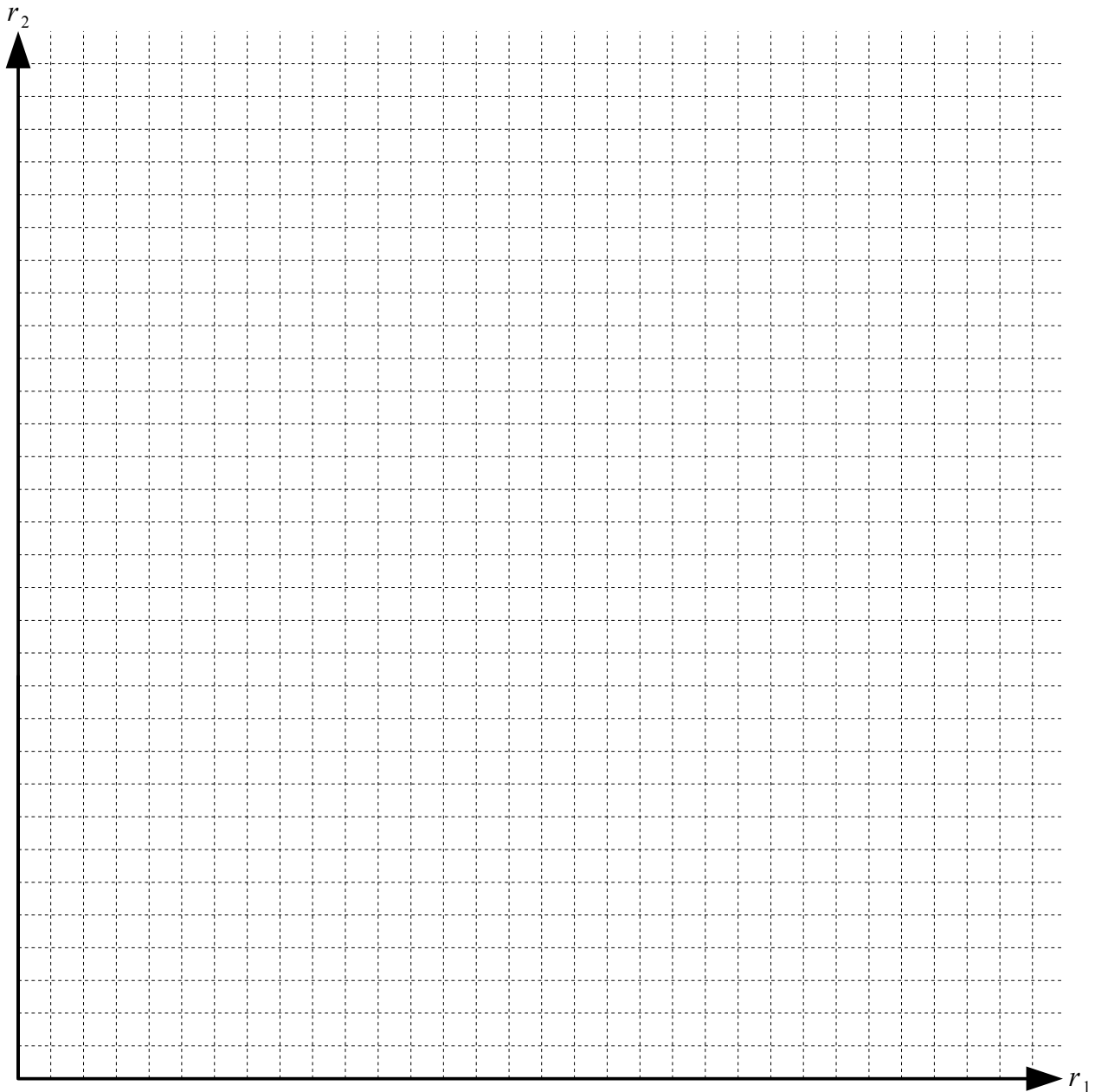
**Lösungsbereich zu Aufgabe 3**

A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to write their solution to the task. It occupies most of the page's vertical space.

**Lösungsbereich zu Aufgabe 3**



**Koordinatensystem zu Aufgabe 4**



**Hinweis:** Wählen Sie den Maßstab so, dass zwei Kästchen zehn Mengeneinheiten entsprechen.

**Lösungsbereich zu Aufgabe 4**

**Lösungsbereich zu Aufgabe 4**

Empty solution area for Aufgabe 4.

**Lösungsbereich zu Aufgabe 4**

Empty box for the solution to Aufgabe 4.

**Lösungsbereich zu Aufgabe 4**

