
Modul 32521: Finanz- und bankwirtschaftliche Modelle (42000)

Lösungshinweise zur Einsendearbeit Nr. 1 im SS 2021

Risikoanreizproblem

50 Punkte

Eine Kapitalgesellschaft soll gegründet und nach einem Jahr aufgelöst und liquidiert werden. Den Gesellschaftern der Kapitalgesellschaft, die 200.000 GE als Gesellschaftereinlage erbracht haben, stehen im Zeitpunkt $t = 0$ die beiden alternativen Investitionsprojekte A und B zur Auswahl. In Abhängigkeit vom Erfolg der Projekte stehen die in nachfolgender Übersicht zusammengefassten Beträge zur Verteilung an alle Financiers zur Verfügung (Angaben in TGE). Alle relevanten Geldgeber sind risikoneutral und unterstellen dieselben, in der Tabelle wiedergegebenen Rückflussbeträge und -wahrscheinlichkeiten (homogene Erwartungen):

Anfangsauszahlung in $t = 0$	Rückfluss bei Projekt A in $t = 1$	Rückfluss bei Projekt B in $t = 1$	Wahrscheinlichkeit des Rückflussbetrages
-500	+ 650	+ 1.300	0,1
	+ 600	+ 800	0,2
	+ 550	+ 500	0,4
	+ 500	+ 300	0,1
	+ 400	0	0,2

Die Kredit-AG bietet sich an, die fehlenden 300.000 GE als Darlehen zur Verfügung zu stellen, sofern der noch festzulegende Kreditzinssatz von den Gesellschaftern der Kapitalgesellschaft akzeptiert wird. Sollte es zu keiner Einigung mit der Kredit-AG kommen, könnte die Kapitalgesellschaft Mittel in beliebiger Höhe zu 2 % am Finanzmarkt sicher anlegen.

- a) Angenommen, die Gesellschafter würden – abweichend von der beschriebenen Ausgangssituation – über die für die Projektdurchführung benötigten 500.000 GE verfügen. Für welches Projekt würden sich die Gesellschafter dann entscheiden? Begründen Sie Ihre Antwort! (6 P.)

Lösungshinweis:

Da die Gesellschafter risikoneutral sind, werden sie sich für das Projekt entscheiden, das den höchsten erwarteten Rückfluss aufweist. Da $\mu_A = 535 > \mu_B = 520$ ist und der erwartete Rückfluss bei Durchführung von Projekt A auch den erwarteten Rückfluss bei Durchführung der Unterlassensalternative übersteigt ($\mu_A = 535 > \mu_U = 510$), würden sich die Gesellschafter zur Durchführung von Projekt A entschließen.

- b) Angenommen, die Gesellschafter benötigen – der beschriebenen Ausgangssituation entsprechend – zur Projektdurchführung noch weitere 300.000 GE und die Kredit-AG würde diese Mittel als Darlehen zur Verfügung stellen, wenn ein so hoher Kreditzinssatz vereinbart werden kann, dass sich unter Berücksichtigung möglicher Ausfallrisiken eine erwartete Rendite auf die eingesetzten Mittel in Höhe von 10 % ergibt. Welchen Kreditzinssatz r würde die Kredit-AG jeweils fordern, wenn sichergestellt werden könnte, dass nach Kreditgewährung tatsächlich das der konkreten Finanzierungsvereinbarung zugrundeliegende Projekt A bzw. Projekt B realisiert würde? Begründen Sie Ihre Antwort und zeigen Sie rechnerisch auf, wie Sie die beiden relevanten risikoäquivalenten Kreditzinssätze ermitteln! (10 P.)

Lösungshinweis:

Da die Kredit-AG bei einem Kreditbetrag in Höhe von 300 TGE und einem vereinbarten Kreditzinssatz in Höhe von r nur für Gesamtrückflüsse $R \geq 300 \cdot (1 + r)$ die Gesamtforderung tatsächlich auch in voller Höhe realisieren kann, muss der kreditvertraglich vereinbarte Zinssatz r immer dann höher als die geforderte erwartete Rendite von 10 % sein, wenn bei einer Projektdurchführung auch Umweltzustände auftreten, für die gilt: $R \leq 300 \cdot 1,1 = 330$. Solche Umweltzustände treten nur bei Projekt B auf. Der risikoäquivalente Kreditzinssatz bei Durchführung von Projekt A entspricht daher, da die Kreditvergabe unter den gegebenen Annahmen für die Kredit-AG risikolos ist, der geforderten Rendite von 10 %.

Durch eine Erhöhung des vereinbarten Kreditzinssatzes, also durch einen Aufschlag auf den bei einer sicheren Kreditvergabe verlangten Kreditzinssatz, kann bei Durchführung eines für den Kreditgeber risikobehafteten Investitionsprojektes erreicht werden, dass Zahlungsausfälle des Kreditgebers in den „ungünstigen“ Umweltzuständen kompensiert werden durch Zusatzzahlungen in den „günstigen“ Umweltzuständen. Für die zu bestimmenden risikoäquivalenten Kreditzinssätze gilt im konkreten Fall:

$$\text{Projekt B: } 300 \cdot (1 + r^B) \cdot 0,7 + 300 \cdot 0,1 = 330 \Rightarrow r^B = 0,42857.$$

Bei Durchführung von Projekt A würde die Kredit-AG folglich einen Kreditzinssatz von $r^A = 10\%$ und bei Durchführung des risikoreicheren Projektes B einen Kreditzinssatz von (gerundet) $r^B = 42,86\%$ verlangen.

Folgende Kontrollrechnung zeigt, dass die Kredit-AG bei Vereinbarung dieser risikoäquivalenten Kreditzinssätze eine erwartete Rendite in Höhe der geforderten 10 % erzielt:

$$\text{Projekt A: } 300 \cdot 1,1 \cdot (0,1 + 0,2 + 0,4 + 0,2 + 0,1) = 300 \cdot 1,1 = 330$$

$$\text{Projekt B: } 300 \cdot 1,4286 \cdot 0,7 + 300 \cdot 0,1 = 300 \cdot 1,1 = 330.$$

- c) Angenommen, die Kredit-AG würde anbieten, entweder Projekt A zum in Teilaufgabe b) ermittelten risikoäquivalenten Kreditzinssatz r_A oder Projekt B zum in Teilaufgabe b) ermittelten risikoäquivalenten Kreditzinssatz r_B zu finanzieren. Für welches Projekt würden sich die Gesellschafter entscheiden, wenn das der konkreten Finanzierungsvereinbarung zugrundeliegende Projekt A bzw. Projekt B auch tatsächlich realisiert werden müsste? Begründen Sie Ihre Antwort! (6 P.)

Lösungshinweis:

Laut Teilaufgabe a) gilt: $\mu_A = 535 > \mu_B = 520$. Diese erwarteten Rückflüsse verteilen sich auf die Kredit-AG und die Gesellschafter. Laut Teilaufgabe b) erzielen die Kreditgeber bei vertraglicher Vereinbarung des jeweiligen risikoäquivalenten Kreditzinses aber in beiden Fällen erwartete Rückflüsse von 330 GE. Für die auf die Gesellschafter entfallenden erwarteten Rückflüsse gilt daher: $\mu_A^G = 535 - 330 = 205 > \mu_B^G = 520 - 330 = 190$. Da der erwartete Rückfluss bei Durchführung von Projekt A auch den erwarteten Rückfluss bei Durchführung der Unterlassensalternative übersteigt ($\mu_A^G = 205 > \mu_U^G = 204$), würden sich die Gesellschafter zur Durchführung von Projekt A entschließen.

- d) Angenommen, die Kredit-AG könnte nach Vertragsabschluss die Projektwahlentscheidung der Gesellschafter der Kapitalgesellschaft nicht beobachten. Erläutern Sie mit Bezug auf das konkrete numerische Beispiel, warum es unter dieser Voraussetzung nicht zur Projektfinanzierung mittels Einsatzes eines idealtypischen Kreditvertrages kommen wird! (10 P.)

Lösungshinweis:

Die Gesellschafter ersuchen zunächst um einen Kredit zur Finanzierung von Projekt A. Verlässt sich die Kredit-AG darauf, dass tatsächlich Projekt A realisiert wird, so kann sie die 300 TGE zu einem Kreditzinssatz von 10 % vergeben (vgl. Teilaufgabe b)). Aufgrund der bekannten Delegationsrisiken entscheidet sich die Kredit-AG aber, diesen idealtypischen Kredit nicht zu einem Kreditzins von 10 % zur Verfügung zu stellen, da sie antizipiert, dass die Gesellschafter nach Vereinbarung eines Kreditzinssatzes von 10 % aus Eigeninteresse nicht Projekt A, sondern Projekt B durchführen werden. Um bei Durchführung von Projekt B eine erwartete Verzinsung in Höhe von 10 % zu erzielen, müsste ein Kreditzins von 42,86 % vereinbart werden (vgl. Teilaufgabe b)). Bei diesem Kreditzins wäre aus Sicht der Gesellschafter jedoch weder die Durchführung von Projekt A

$$\begin{aligned}(\mu_A^{G'} &= (650 - 428,58) \cdot 0,1 + (600 - 428,58) \cdot 0,2 + (550 - 428,58) \cdot 0,4 \\ &+ (500 - 428,58) \cdot 0,1 = 112,14 < \mu_U^G = 200 \cdot 1,02 = 204)\end{aligned}$$

noch die Durchführung von Projekt B

$$(\mu_B^G = 190 < \mu_U^G = 204, \text{ vgl. Teilaufgabe c})$$

vorteilhaft. Eine Kooperation auf Basis eines idealtypischen Kreditvertrages ist aufgrund bestehender Delegationsrisiken nicht möglich. Das eigentlich vorteilhafte Projekt A wäre folglich nicht realisierbar.

- e) Angenommen, die Kredit-AG könnte nach Vertragsabschluss die Projektwahlentscheidung der Gesellschafter der Kapitalgesellschaft zwar weiterhin nicht beobachten, wäre aber bereit, die Hälfte des erforderlichen Gesamtbetrages als Kredit zu 12 % und die andere Hälfte in Form einer idealtypischen Beteiligung zur Verfügung zu stellen, sofern eine erwartete Rendite auf die insgesamt eingesetzten Mittel in Höhe von 10 % erzielt wird. Wie hoch wäre in diesem Fall die der Kredit-AG einzuräumende Beteiligungsquote? Wäre ein solcher „Mischvertrag“ für die Gesellschafter der Kapitalgesellschaft akzeptabel? (10 P.)

Lösungshinweis:

Eine Möglichkeit, die mit Finanzkontrakten generell verbundenen Delegationsrisiken zu vermeiden oder zumindest zu reduzieren und dadurch eigentlich vorteilhafte Kooperationen zu ermöglichen, könnte darin bestehen, die mit dem Finanzkontrakt verbundenen Risiken und Chancen zwischen den Gesellschaftern und der Kredit-AG so zu verteilen, dass ein Projektwechsel für die Gesellschafter uninteressant wird.

Durch einen „Mischvertrag“ der skizzierten Art soll erreicht werden, dass die asymmetrische Verteilung von Risiken und Chancen zwischen Eigen- und Fremdkapitalgebern abgeschwächt wird, da nun die Kredit-AG über ihre zusätzliche quotale Beteiligung zusätzlich auch an den hohen Projektrückflüssen beteiligt wird.

Bei Durchführung des gemessen am Erwartungswert „besseren“ Projekts A errechnet sich die der Kredit-AG mindestens einzuräumende Beteiligungsquote von $b = 0,4414$ aus folgender Gleichung: $150 \cdot 1,12 + b \cdot (535 - 150 \cdot 1,12) = 330$. Bei einer Beteiligungsquote von $b = 0,4414$ an allen Rückflüssen, die die kreditvertragliche und damit vorrangige Forderung der Kredit-AG in Höhe von 168 TGE übersteigen, erzielt die Kredit-AG einen erwarteten Rückfluss von 330 TGE und damit die erwartete Mindestrendite von 10 %.

Insgesamt verteilen sich die Rückflüsse wie folgt:

$$\mu_A^{Kredit-AG} = 330$$

$$\mu_A^G = 535 - 330 = 205 > \mu_U^G = 204.$$

Zu prüfen ist jetzt noch, ob bei diesem Mischvertrag der Anreiz für die Gesellschafter verloren geht, auf das riskantere Projekt B zu wechseln. Wechseln die Gesellschafter nach Vertragsabschluss zu Projekt B erzielen Sie folgende erwartete Rückflüsse:

$$\mu_B^G = 520 - 168 \cdot 0,8 - (520 - 168 \cdot 0,8) \cdot 0,4414 = 215,40 > \mu_A^G = 205.$$

Der erwartete Rückfluss für die Kredit-AG bei Durchführung von Projekt B betrüge 304,60 (= 520 - 215,40) und würde damit zu einer erwarteten Rendite führen, die deutlich niedriger als die geforderte Mindestrendite der Kredit-AG von 10 % wäre. Die Kredit-AG würde sich folglich nicht auf den skizzierten Mischvertrag einlassen. Eine Kooperation wäre auf Basis des konkret zu untersuchenden Mischvertrages nicht möglich.

- f) Erläutern Sie in allgemeiner Form mit Ihren eigenen Worten die Funktionsweise eines sogenannten „anreizkompatiblen Vertrages mit Straffunktion“! (8 P.)

Lösungshinweis:

Bei einem „anreizkompatiblen Kreditvertrag mit Straffunktion“ wird zwischen dem Kreditgeber und dem Kreditnehmer vereinbart, dass der Kreditnehmer immer dann eine (nicht monetäre) Strafe in Höhe der Differenz zwischen dem vertraglich vereinbarten Rückzahlungsbetrag und dem tatsächlich geleisteten Rückzahlungsbetrag zu tragen hat, wenn die o. g. Differenz positiv ist. Durch die Vereinbarung einer solchen nicht monetären Strafe wird erreicht, dass der Kreditnehmer nur dann die Rückzahlung nicht in der vereinbarten Höhe leistet, wenn die Gesamtrückflüsse zur Kreditbedienung nicht ausreichen. Ein Anreiz zur Falschmeldung des tatsächlich erzielten Projektergebnisses wird durch die Vereinbarung der Strafe beseitigt.