Modul 32521: Finanz- und bankwirtschaftliche Modelle (Kurs 42000)

Lösungshinweise zur Einsendearbeit Nr. 2 im WS 2019/2020

Aufgabe 1 — 30 Punkte

Eine Maschine mit einer Maximallaufzeit von T = 5 Jahren kann bei fünfjähriger Nutzung durch folgende Projektzahlungsreihe abgebildet werden:

(-500; 135; 125; 115; 105; 95).

Die Maschine ist nach 5 Jahren wertlos, wird linear abgeschrieben und kann an jedem Jahresende zum jeweiligen Restbuchwert veräußert werden. Der Kalkulationszinssatz beträgt durchgängig 6 % p. a.

a) Bestimmen Sie mit möglichst wenigen expliziten Kapitalwertberechnungen die Nutzungsdauer, die bei einmaligem Maschinenkauf und -einsatz zum maximal erreichbaren Kapitalwert führt! **(10 P.)**

Lösungshinweis:

Der Investor hat die Wahl zwischen fünf einander ausschließende Alternativen:

	0	1	2	3	4	5
(1)	–500	535	-	–	–	–
(2)	–500	135	425	–	–	–
(3)	–500	135	125	315	–	–
(4)	–500	135	125	115	205	–
(5)	–500	135	125	115	105	95

Für die Differenzzahlungsreihen „benachbarter“ Varianten gilt:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
(5 ./. 4)				-100	+95
(4 ./. 3)			-200	+205	
(3 ./. 2)		-300	+315		
(2 ./. 1)	-400	+425			

Eine fünfjährige Projektlaufzeit kann von vornherein ausgeschlossen werden, da der Nominalwert der zugehörigen Differenzzahlungsreihen negativ ist, der Kapitalwert des Investitionsprojektes folglich (ausgehend von einer Projektlaufzeit von vier Jahren) für jeden positiven Kalkulationszinssatz bei Verlängerung der Projektlaufzeit von vier auf fünf Jahre sinkt. Eine drei- oder vierjährige Projektlaufzeit kann ebenfalls ausgeschlossen werden, da die Kapitalwerte der zugehörigen Differenzzahlungsreihen beim maßgeblichen Kalkulationszinsfuß von 6% negativ sind und folglich (ausgehend von einer Projektlaufzeit von zwei bzw. drei Jahren) bei Verlängerung der Projektlaufzeit von zwei auf drei bzw. von drei auf vier Jahre ebenfalls sinkt.

Zu prüfen ist folglich nur, ob der Kapitalwert der Differenzzahlungsreihe (2 ./. 1) beim Zinssatz von 6 % p. a. positiv oder negativ ist. Da sowohl der Kapitalwert dieser Differenzzahlungsreihe als auch der Kapitalwert der zweijährigen Variante positiv sind, führt die zweijährige Projektlaufzeit zum maximal erreichbaren Kapitalwert und das Investitionsprojekt sollte in der zweijährigen Variante durchgeführt werden. Der maximal erreichbare Kapitalwert beträgt: $(-500 + 135 \cdot 1,06^{-1} + 425 \cdot 1,06^{-2} =)\ 5,607$.

b) Unterstellen Sie, der Investor habe die Möglichkeit, das Projekt in der einjährigen Variante als sechsfache Kette, in der zweijährigen Variante als dreifache Kette oder in der dreijährigen Variante als zweifache Kette zu realisieren. Für welche Kette sollte sich der Investor entscheiden, wenn er einen maximal hohen Kapitalwert erzielen will? Berechnen Sie die Höhe des maximal erreichbaren Kapitalwertes! **(10 P.)**

Lösungshinweis:

Da alle Investitionsketten mit 6 Jahren die gleiche Gesamtlaufzeit aufweisen, führt diejenige Kette zum höchsten Gesamtkapitalwert bzw. zu dem höchsten Endvermögenszuwachs, deren Einzelprojekt den höchsten Wert für die projektindividuelle Annuität aufweist. Da $e^*(1) = 5 \;>\; e^*(2) = 3{,}0585$ gilt und die Annuität e*(3) zwingend kleiner als e*(2) ist, sollte der Investor unter der Zielsetzung Endvermögensmaximierung folglich das Projekt als sechsfache Kette in der einjährigen Variante durchführen. Der maximal erzielbare (Gesamt–) Kapitalwert beträgt unter den für Teilaufgabe b) relevanten Rahmenbedingungen

$$KK^{(6)} \;=\; e^*(6) \cdot RBF(6J.;6\%) = 5 \cdot \frac{1-1{,}06^{-6}}{0{,}06} = 24{,}5866.$$

c) Ist die in Teilaufgabe b) ermittelte Lösung bei einer vorgegebenen Gesamtlaufzeit der Investitionskette von exakt 8 Jahren bereits das „Optimum Optimorum“? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 P.)**

Lösungshinweis:

Da gilt: e*(1) > e*(2) > e*(4) > 0, folgt sofort, dass das maximale Endvermögen bzw. gleichbedeutend der maximale Kapitalwert von 24,5866 durch die sechsfache Kette in der einjährigen Variante erzielt wird.

d) Wie hoch dürfte in den beiden nachfolgend angegebenen Fällen der maßgebliche Kalkulationszinssatz maximal sein, damit die optimale Projektlaufzeit bei einmaliger Durchführung **(6 P.)**

Fall 1: zwei Jahre
Fall 2: drei Jahre

beträgt? Geben Sie Ihre Ergebnisse für die beiden Fälle als Dezimalzahlen mit 4 Nachkommastellen an und begründen Sie kurz Ihre Antwort!

Lösungshinweis:

Die beiden gesuchten Grenzzinssätze lassen sich unmittelbar aus den Differenzzahlungsreihen (3 ./. 2) bzw. (4 ./. 3) ableiten und betragen im Fall 1: 0,0499 ($r < 315/300 - 1$) und im Fall 2: 0,0249 ($r < 205/200 - 1$). Ausgehend von einer Projektlaufzeit von zwei (drei) Jahren ist die Fortführung des Projektes für ein weiteres Jahr nur dann vorteilhaft, wenn der Kapitalwert der jeweiligen Differenzzahlungsreihe (3 ./. 2) bzw. (4 ./. 3) positiv ist.

Aufgabe 2: **20 Punkte**

Ein Investitionsprojekt mit einmaliger Anschaffungsauszahlung in $t = 0$ in Höhe von A und maximaler Projektlaufzeit T kann im Fall der Anschaffung an jedem Jahresende während der Investitionslaufzeit zum Restbuchwert gemäß linearer Abschreibung veräußert werden. Bekannt ist, dass der Einzahlungsüberschuss in $t = 1$ bei Investitionsdurchführung einen Wert von X aufweist und für Folgezeitpunkte bis zur Liquidation gilt: $e_t = e_{t-1} - Y$, der Einzahlungsüberschuss also in jeder Periode um einen konstanten Betrag Y sinkt. Der Kalkulationszinssatz beträgt $r = Z$ % p. a. Auf Basis konkreter Vorgaben für A, T, X, Y und Z wurde für das Investitionsprojekt ein optimaler Liquidationszeitpunkt und damit eine optimale Laufzeit t* ermittelt, für die gilt: $1 < t^* < T$.

Nachfolgend finden Sie jeweils Informationen zu konkret vorgegebenen Änderungen der Ausgangsparameter. Geben Sie unter Berücksichtigung der jeweils vorliegenden Informationen an, ob Sie folgende Aussage

– für eindeutig richtig halten (R),

– für eindeutig falsch halten (F) oder

– nicht eindeutig als richtig oder falsch beurteilen können, da Ihnen beurteilungsrelevante Angaben fehlen (?)!

Begründen Sie jeweils Ihre Einschätzung!

Aussage 1:

Eine Erhöhung der Anschaffungsauszahlung führt von der Tendenz her c. p. zu einem späteren Liquidationszeitpunkt.

Aussage 2:

Eine Erhöhung der Anschaffungsauszahlung A bei gleichzeitiger Erhöhung des ersten Einzahlungsüberschusses X führt von der Tendenz her c. p. zu einem früheren Liquidationszeitpunkt.

Aussage 3:

Eine Erhöhung des Kalkulationszinssatzes führt von der Tendenz her c. p. zu einem späteren Liquidationszeitpunkt.

Aussage 4:

Eine Verminderung der Anschaffungsauszahlung bei gleichzeitiger Verminderung des Kalkulationszinssatzes führt von der Tendenz her c. p. zu einem späteren Liquidationszeitpunkt.

Aussage 5:

Eine Verminderung der Anschaffungsauszahlung bei gleichzeitiger Erhöhung des Kalkulationszinssatzes führt von der Tendenz her c. p. zu einem späteren Liquidationszeitpunkt.

Lösungshinweis:

Ausgehend von einem beliebigen Zeitpunkt t' (t' < T) ist die Verlängerung der Laufzeit um ein Jahr vorteilhaft (führt zu einer Erhöhung des Kapitalwertes), wenn der zusätzliche Vorteil (also der zusätzliche Einzahlungsüberschuss im Zeitpunkt t' + 1 zuzüglich des Liquidationserlöses in t' + 1) größer als der mit der Verlängerung verbundene Nachteil (also der auf den Zeitpunkt t' + 1 aufgezinste Liquidationserlös des Zeitpunktes t') ist.

Der optimale Liquidationszeitpunkt ist also (bei Vernachlässigung der Unterlassensalternative) durch den Zeitpunkt t = t* bestimmt, für den erstmalig gilt:

$(A-\frac{A}{T}\cdot t^*)\cdot(1+\frac{Z}{100})>(A-\frac{A}{T}\cdot(t^*+1))+X-Y\cdot t^*$, für den also der um eine Periode aufgezinste Liquidationserlös des Zeitpunktes t* erstmalig größer wird als der im Falle des Verzichtes auf die Liquidation im Zeitpunkt t* zusätzlich realisierbare Gesamteinzahlung, also $L_{t^*+1}+e_{t^*+1}$. Eine einfache Umformung führt zu: $(A-\frac{A}{T}\cdot t^*)\cdot\frac{Z}{100}+\frac{A}{T}>X-Y\cdot t^*$.

Zu überprüfen ist also, ob angegebene Parameteränderungen zu Wertänderungen auf nur einer oder auf beiden Seiten der letzten Ungleichung führen und ob diese Wertänderung eindeutig mit Werterhöhungen oder eindeutig mit Wertminderungen auf der/den betrachteten Seite(n) der Ungleichung führen. Steigt (sinkt) z. B. der Wert der linken Seite der Ungleichung, dann wird bei konstantem Wert der rechten Seite der Ungleichung tendenziell eine frühere (spätere) Liquidierung des Investitionsprojektes vorteilhaft.

A1: Eine Erhöhung der Anschaffungsauszahlung führt c. p. zu einer Erhöhung des links vom Relationszeichen stehenden Ausdrucks und damit tendenziell zu einem niedrigeren t*. Die Aussage 1 ist also falsch.

A2: Eine Erhöhung der Anschaffungsauszahlung bei gleichzeitiger Erhöhung des ersten Einzahlungsüberschusses führt c. p. einerseits zu einer Erhöhung des links vom Relationszeichen stehenden Ausdrucks und andererseits zu einer Erhöhung des rechts vom Relationszeichen stehenden Ausdrucks ab. Ob t* sich vermindert oder erhöht hängt nicht nur von den konkreten Wertänderungen der betrachteten Parameter A und X ab, sondern auch von den ebenfalls nicht bekannten Ausprägungen der anderen Parameter T, Y und Z ab. Die Aussage 2 kann also nicht eindeutig als richtig oder falsch beurteilt werden.

A3: Eine Erhöhung des Kalkulationszinssatzes führt c. p. zu einer Erhöhung des links vom Relationszeichen stehenden Ausdrucks und damit tendenziell zu einem niedrigeren t*. Die Aussage 3 ist also falsch.

A4: Eine Verminderung der Anschaffungsauszahlung bei gleichzeitiger Verminderung des Kalkulationszinssatzes führt c. p. zu einer Verminderung des links vom Relationszeichen stehenden Ausdrucks und damit tendenziell zu einem höheren t*. Die Aussage 4 ist folglich richtig.

A5: Eine Verminderung der Anschaffungsauszahlung bei gleichzeitiger Erhöhung des Kalkulationszinssatzes führt c. p. einerseits zu einer Erhöhung und andererseits zu einer Verminderung des links vom Relationszeichen stehenden Ausdrucks. Ob t* sich vermindert oder erhöht hängt von der Stärke der beiden entgegen gerichteten Änderungen und damit nicht nur von den konkreten Wertänderungen der betrachteten Parameter A und Z, sondern auch von den ebenfalls nicht bekannten Ausprägungen der anderen Parameter T, Y und Y ab. Die Aussage 5 kann also nicht eindeutig als richtig oder falsch beurteilt werden.