Musterlösung zur Einsendearbeit: Kurs 00694KE1, Einkommensteuer und Arbeitsangebot

Aufgabe 1

Der Nutzen des repräsentativen Individuums einer Volkswirtschaft hängt gemäß der Nutzenfunktion

$$U(y^n, F) = \sqrt{y^n F}$$

von der Freizeit F und dem Nettoeinkommen y^n ab. Das Einkommen wird für den Kauf eines Konsumgutes zum Preis $p = 1$ verwendet. Das Individuum beziehe sein Bruttoeinkommen y einzig aus Arbeit h. Pro Arbeitseinheit werde der Lohnsatz w gezahlt. Der Haushalt kann seine Arbeitszeit frei bestimmen, wobei die maximal zur Verfügung stehende Zeit Z sei. Die nicht für Arbeit verwendete Zeit entspricht der Freizeit F. Der Staat erhebe auf das Arbeitseinkommen die Wertsteuer t. Zudem zahlt der Staat dem Individuum einen Pauschaltransfer M.

a) Leiten Sie gewöhnliche (Marshall'sche) und die einkommenskompensierte (Hicks'sche) Arbeitsangebotsfunktion her.

(44 Punkte)

b) Die Regierung möchte mit Hilfe des Pauschaltransfers M erreichen, dass der Nutzen des Individuums $\bar{U}$ beträgt. Bestimmen Sie die notwendige Höhe der Transferzahlung in Abhängigkeit vom Nettolohn und $\bar{U}$.
Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass $Z = 16$, $w = 6$, $\bar{U} = 18,5$ und $t = \frac{1}{3}$ ist. Bestimmen Sie die Höhe der Transferzahlung, das Arbeitsangebot und den Budgetsaldo (Steuereinnahmen - Transferzahlung) der Regierung. *(12 Punkte)*
Hinweis: Die gemachten Angaben gelten auch in den folgenden Teilaufgaben, solange keine anders lautenden Angaben gemacht werden.

c) Die Regierung erwägt die Wertsteuer t abzuschaffen und den Transfer M so anzupassen, dass der Nutzen des Individuums unverändert $\bar{U} = 18,5$ beträgt. Ermitteln Sie den Budgetsaldo nach erfolgter Reform. Sollte das Vorhaben umgesetzt werden, wenn die Regierung einen möglichst hohen Budgetsaldo anstrebt? *(8 Punkte)*

d) Alternativ zur Abschaffung der Wertsteuer t wird eine Absenkung auf $t = \frac{1}{4}$ diskutiert, wobei für den Transfer $M = 10$ gelten soll. Zeigen Sie welche Wirkung die Steuersenkung auf das Arbeitsangebot, das Nutzenniveau und den Budgetsaldo hat. Stellen Sie Ihr Ergebnis bezüglich der ersten beiden Größen grafisch dar und machen Sie den Einkommenseffekt und den Substitutionseffekt kenntlich. *(36 Punkte)*

Hinweis: Runden Sie bei Bedarf auf zwei Nachkommastellen genau. Verwenden Sie nach Möglichkeit Brüche.

a) Zur Bestimmung der gewöhnlichen Nachfragefunktion wird die folgende Lagrangefunktion benötigt:

$$L = \sqrt{y^n F} + \lambda \left[w(1-t)(Z-F) + M - y^n \right].$$

Die Bedingungen erster Ordnung sind

$$\frac{\partial L}{\partial y^n} = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{y^n} \right)^{0,5} - \lambda = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial F} = \frac{1}{2} \left(\frac{y^n}{F} \right)^{0,5} - \lambda w(1-t) = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = w(1-t)(Z-F) + M - y^n = 0. \tag{3}$$

Aus (1) und (2) folgt $y^n = Fw(1-t)$. Einsetzen in (3) ergibt

$$F^* = \frac{Z}{2} + \frac{M}{2w(1-t)}$$

und damit die gewöhnliche Arbeitsangebotsfunktion $h^* = \frac{Z}{2} - \frac{M}{2w(1-t)}$.

Die Berechnung der einkommenskompensierten Arbeitsangebotsfunktion erfordert die Minimierung des Nichtlohneinkommens des Individuums $M = y^n - w(1-t)(Z-F)$ unter der Nebenbedingung eines konstanten Nutzens. Die Lagrangefunktion lautet

$$L = y^n - w(1-t)(Z-F) + \theta \left[\sqrt{y^n F} - \bar{U} \right].$$

Die Bedingungen erster Ordnung sind

$$\frac{\partial L}{\partial y^n} = 1 + 0,5\theta \left(\frac{F}{y^n} \right)^{0,5} = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial L}{\partial F} = w(1-t) + 0,5\theta \left(\frac{y^n}{F} \right)^{0,5} = 0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = \sqrt{y^n F} - \bar{U} = 0. \tag{6}$$

Aus (4) und (5) folgt $y^n = Fw(1-t)$. Einsetzen in (6) ergibt

$$F^+ = \frac{\bar{U}}{\sqrt{w(1-t)}}$$

und damit die einkommenskompensierte Arbeitsangebotsfunktion $h^+ = Z - \frac{\bar{U}}{\sqrt{w(1-t)}}$.

(44 Punkte)

b) Die Höhe der Transferzahlung beträgt $M = y^n - w(1-t)(Z-F) = w(1-t)F - w(1-t)(Z-F) = 2w(1-t)F - w(1-t)Z$. Einsetzen von F^+ liefert $M = 2w(1-t)\frac{\bar{U}}{\sqrt{w(1-t)}} - w(1-t)Z = 2\sqrt{w(1-t)}\bar{U} - w(1-t)Z$.

Für die konkrete Berechnung der Transferzahlung M wird $Z = 16$, $w = 6$, $\bar{U} = 18,5$ und $t = \frac{1}{3}$ berücksichtigt. Es folgt $M = 2\sqrt{6 \cdot \frac{2}{3}} \cdot 18,5 - 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 16 = 10$. Für das Arbeitsangebot ergibt sich $h = 16 - \frac{18,5}{2} = 8 - \frac{10}{8} = 6,75$. Der Budgetsaldo der Regierung ist durch $T = twh - M = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6,75 - 10 = 3,5$ gegeben.

(12 Punkte)

c) Mit $t = 0$ ergeben sich für den Transfer und den Budgetsaldo:

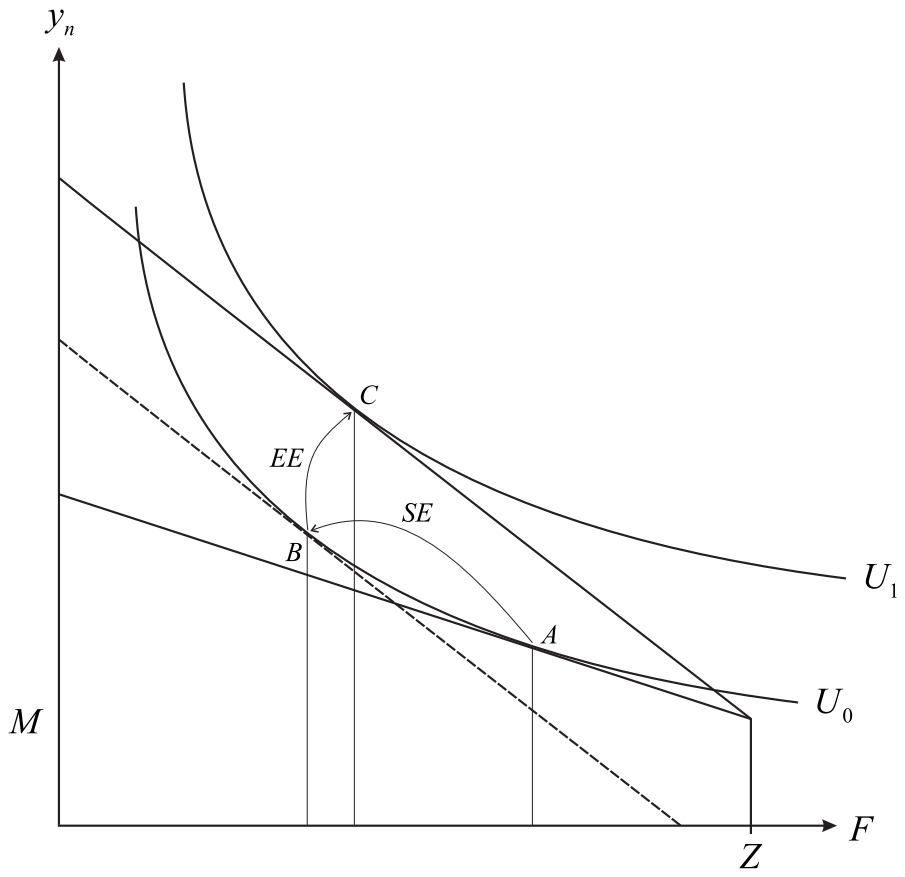
$$M = 2\sqrt{w}\bar{U} - wZ = 2 \cdot \sqrt{6} \cdot 18,5 - 6 \cdot 16 = -5,37,$$
$$T = -M = 5,37 > 3,5.$$

Die Regierung erhebt ohne Lohnsteuer eine Pauschalsteuer in Höhe von $5,37$. Dadurch ergibt sich ein größerer Budgetsaldo als im Fall der Lohnsteuer, so dass das Projekt umgesetzt werden sollte.

(8 Punkte)

d) Mit einem Steuersatz von $t = 0,25$ ergibt sich für das Arbeitsangebot $h = \frac{16}{2} - \frac{10}{2 \cdot 6 \cdot 0,75} = \frac{62}{9} \approx 6,89$. Damit gilt für die Freizeit und für das Nettoeinkommen $F = 16 - \frac{62}{9} = \frac{82}{9} \approx 9,11$ bzw. $y^n = w(1-t)h + M = 6 \cdot 0,75 \cdot \frac{62}{9} + 10 = 41$. Der Nutzen ergibt sich zu $U = \sqrt{y^n F} = \sqrt{41 \cdot \frac{82}{9}} = 19,33$. Der Budgetsaldo der Regierung beträgt nun $T = wht - M = 6 \cdot \frac{62}{9} \cdot 0,25 - 10 = \frac{1}{3}$.

Die Steuersenkung erhöht den Nutzen von U_0 auf U_1. Das Arbeitsangebot steigt vom Wert des Punktes A auf den Wert des Punktes C. Dabei wirkt der Substitutionseffekt (SE) angebotssteigernd, während der Einkommenseffekt (EE) die Nachfrage nach Freizeit und Konsum steigert, d.h. das Arbeitsangebot mindert.



(36 Punkte)