Musterlösung zur Einsendearbeit: Kurs 41881, Public Choice, Sommersemester 2018

a) Paarweise Abstimmung zur Ermittlung des Condorcet-Gewinners. *(10 Punkte)*

a vs. b - **9**:**13** $\Rightarrow b$
a vs. c - **10**:**12** $\Rightarrow c$
a vs. d - **4**:**18** $\Rightarrow d$
a vs. e - **14**:**8** $\Rightarrow a$

b vs. c - **6**:**16** $\Rightarrow c$
b vs. d - **9**:**13** $\Rightarrow d$
b vs. e - **14**:**8** $\Rightarrow b$

c vs. d - **12**:**10** $\Rightarrow c$
c vs. e - **17**:**5** $\Rightarrow c$

d vs. e - **18**:**4** $\Rightarrow d$

Da Alternative c jede paarweise Abstimmung gewinnt, ist sie der Condorcet-Gewinner. Gruppenpräferenz: $cPdPbPaPe$. *(4 Punkte)*

insgesamt 14 Punkte

b) Beim Plurality Voting gibt jeder Wähler seiner Erstpräferenz genau einen Punkt. Beim Approval Voting gibt jeder Wähler so vielen Alternativen wie er möchte jeweils genau einen Punkt. Die vergebenen Punkte aller Wähler werden jeweils aufaddiert und es gewinnt jeweils die Alternative mit den meisten Punkten. *(6 Punkte)*

Beim Plurality Voting können die Wähler aus strategischen Gründen Anreize haben, nicht ihre Erstpräferenz zu wählen, wenn deren Erfolgswahrscheinlichkeit sehr gering ist. Dies ist beim Approval Voting nicht der Fall. *(4 Punkte)*

Plurality Voting: $d = 9, c = 8, a = 4, b = 1, e = 0 \Rightarrow d$ gewinnt, Gruppenpräferenz: $dPcPaPbPe$. *(4 Punkte)*

Approval Voting: $d = 18, c = 16, b = 14, a = 10, e = 8 \Rightarrow d$ gewinnt, Gruppenpräferenz: $dPcPbPaPe$. *(8 Punkte)*

Weder beim Plurality Voting noch beim Approval Voting wird der Condorcet-Gewinner gewählt. *(2 Punkte)*

insgesamt 24 Punkte

c) Folgende Eigenschaften müssen erfüllt sein:

a Reflexivität: Jede Alternative wird mindestens so hoch eingeschätzt wie sie selbst (für alle $x \in Z$ gilt: xR_ix). *(4 Punkte)*

b Transitivität: Es dürfen keine Zyklen beim binären Vergleich zwischen den Alternativen entstehen (für alle $x, y, z \in Z$ gilt: $[xR_iy$ und $yR_iz] \implies xR_iz$). *(4 Punkte)*

c Vollständigkeit: Alle Alternativen müssen miteinander vergleichbar sein (für alle $x, y \in Z$ gilt: $x \neq y \implies xR_iy$ oder yR_ix). *(4 Punkte)*

Definition: Eine soziale Wohlfahrtsfunktion im Arrowschen Sinne ist eine kollektive Entscheidungsregel mit der Eigenschaft, dass die resultierende Gruppenpräferenz für alle zulässigen Kombinationen von zulässigen Präferenzordnungen ebenfalls wieder eine Präferenzordnung ist. *(4 Punkte)*

insgesamt 16 Punkte

d) Borda-Regel: $w = 47, x = 50, y = 42, z = 31 \Rightarrow x$ gewinnt, Gruppenpräferenz: $xPwPyPz$. *(10 Punkte)*

Platzierung	w	x	y	z
1	4	6	5	2
2	9	4	4	0
3	0	7	2	8
4	4	0	6	7
Punkte	47	50	42	31

Paarweise Abstimmung zur Ermittlung des Condorcet-Gewinners. *(6 Punkte)*

w vs. x - **11**:**6** $\Rightarrow w$
w vs. y - **8**:**9** $\Rightarrow y$
w vs. z - **11**:**6** $\Rightarrow w$

x vs. y - **12**:**5** $\Rightarrow x$
x vs. z - **15**:**2** $\Rightarrow x$

y vs. z - **11**:**6** $\Rightarrow y$

Es gibt keine Alternative, die gegen alle anderen Alternativen gewinnt. Somit ist die Gruppenpräferenz intransitiv (Condorcet-Paradoxon) und es gibt keinen Condorcet-Gewinner. *(4 Punkte)*

insgesamt 20 Punkte

e) Das Runoff Voting zählt wie das Plurality Voting nur Erstpräferenzen. Gibt es nach einer Abstimmung keine absolute Mehrheit für eine Alternative, wird die Alternative mit den wenigsten Punkten gestrichen und über die restlichen erneut abgestimmt. Dieses Procedere wird so lange wiederholt, bis eine Alternative die absolute Mehrheit bekommt. *(6 Punkte)*

Runoff Voting.

1. Runde: $w = 4, x = 6, y = 5, z = 2 \Rightarrow$ keine absolute Mehrheit, z wird eliminiert
2. Runde: $w = 6, x = 6, y = 5 \Rightarrow$ keine absolute Mehrheit, y wird eliminiert
3. Runde: $w = 11, x = 6 \Rightarrow w$ hat absolute Mehrheit und gewinnt

Gruppenpräferenz: $wPxPyPz$. *(8 Punkte)*

Durch die modifizierte Präferenzordnung ändert sich das Ergebnis des Runoff Voting.

1. Runde: $w = 6, x = 4, y = 5, z = 2 \Rightarrow$ keine absolute Mehrheit, z wird eliminiert
2. Runde: $w = 8, x = 4, y = 5 \Rightarrow$ keine absolute Mehrheit, x wird eliminiert
3. Runde: $w = 8, y = 9 \Rightarrow y$ hat absolute Mehrheit und gewinnt

Gruppenpräferenz: $yPwPxPz$. *(8 Punkte)*

Das Pareto-Prinzip beziehungsweise das Axiom der Monotonie wird verletzt, da Alternative w in den individuellen Präferenzordnungen aufsteigt, in der kollektiven Entscheidung aber schlechter abschneidet.

(4 Punkte)

insgesamt 26 Punkte