Aufgabe 1

Ein Anbieter produziert das Gut X gemäß der Produktionsfunktion

$$X(\ell) = \alpha\ell^2$$

mit $\alpha > 0$. Dabei wird eine Einheit Arbeit zum Lohnsatz w eingesetzt.

(a) Bestimmen Sie die Durchschnitts- sowie Grenzkosten des Anbieters. Ein natürliches Monopol hat die Eigenschaft, dass die Durchschnittskosten in der produzierten Menge sinken. Für welche Werte von α ist diese Eigenschaft erfüllt?

Gehen Sie nun davon aus, dass der Produzent gemäß der Kostenfunktion

$$K(x) = \beta x + \gamma$$

mit $\beta > 0, \gamma > 0$ produziert. Die Nachfrage nach Gut X sei durch die Nachfragefunktion

$$D^x(p_x) = \frac{a - p_x}{b}$$

gegeben, wobei p_x den Preis des Gutes bezeichnet. Es gilt zudem $a > \beta$ und $b > 0$.

(b) Ermitteln Sie die effiziente Allokation (p_x^*, x^*). Was fällt Ihnen beim Preis p_x^* auf? Erläutern Sie knapp.

(c) Welche Preis-Mengen-Kombinationen (p_x^M, x^M) wählt der Monopolist. Zeigen Sie, dass $p_x^M > p_x^*$ gilt. Ermitteln Sie den Wohlfahrtsverlust im Monopol.

(d) Erläutern Sie knapp, wie die effiziente Allokation durch eine staatliche Regulierung des Monopolisten sichergestellt werden kann. Was würde sich daran ändern, wenn die Produktionsfunktion konvex wäre und die Fixkosten Null wären?

Im Folgenden produziere der Monopolist nicht nur das Gut X, sondern auch das Gut Y. Die zugehörige Kostenfunktion sei $K(x, y) = \beta(x + y) + \gamma$. Die Nachfragefunktion bezüglich Y ist durch

$$D^y(p_y) = \frac{c - p_y}{d}$$

mit $c > 0, d > 0$ gegeben, während die Nachfragefunktion hinsichtlich des Gutes X unverändert durch $D^x(p_x)$ beschrieben wird. Dabei bezeichnet p_y den Preis des Gutes Y. Beide Güter werden von einem natürlichen Monopolisten in öffentlicher Hand produziert. Der soziale Planer setzt die Preise gemäß der Ramsey-Regel

$$\frac{p_i - k_v}{p_i} = -\frac{\lambda}{1+\lambda} \cdot \frac{1}{\varepsilon_i(i)} \quad \text{für } i = x, y. \tag{1}$$

wobei $\varepsilon_i(i) := \frac{p_i D^i_{p_i}}{i}$ die Preiselastizität der Nachfrage ist. Das Unternehmen erwirtschaftet dabei einen Nullgewinn.

(e) Interpretieren Sie die Ramsey-Regel knapp.

(f) Ermitteln Sie die entsprechenden Preise, die der soziale Planer setzt, sowie die daraus resultierenden Mengen der beiden Güter. Wann gilt $p_y > p_x$? (*Hinweis: Nehmen Sie an, dass $\lambda = 2$ sei.*)

Aufgabe 2

Betrachten Sie eine Ökonomie mit drei Individuen $i = 1, 2, 3$ mit *homogenen* Präferenzen $U(x_i, z)$, wobei x_i die individuell nachgefragte Menge des Konsumgutes X und z die bereitgestellte Menge des öffentlichen Gutes Z kennzeichnen. Zwei Indifferenzkurven $\bar{u}^A$ und $\bar{u}^B$ sowie die individuellen Budgetgeraden B^i sind in der Abbildung 1 auf der folgenden Seite dargestellt.

(a) Welcher Typ von Nutzenfunktionen wird durch die gegebenen Indifferenzkurven charakterisiert? Begründen Sie dies knapp.

(b) Leiten Sie die individuellen Vorteilskurven grafisch her. Vervollständigen Sie dazu die Abbildung und kennzeichnen Sie die vom jeweiligen Individuum präferierte Menge z_i. Erläutern Sie knapp, welches Individuum den Medianwähler repräsentiert.

Im folgenden seien die Präferenzen der *heterogenen* Individuen $h = 1, 2, 3$ durch die Nutzenfunktionen

$$U^h(x_h, z) = x_h + \frac{2}{h} \ln z - 1$$

beschrieben. Die jeweiligen Budgetrestriktionen lauten

$$x_h + p_h \cdot z = y_h,$$

wobei $y_h = 10h$ das Einkommen des Konsumenten h sei. Zudem sei die gesamtwirtschaftliche Transformationsfunktion durch

$$T(z) = 100 - \frac{1}{3} z$$

gegeben.

(c) Bestimmen Sie die Grenzzahlungsbereitschaften (GZB) der Individuen für das öffentliche Gut Z. Ermitteln Sie ferner die effiziente Menge z^*.

(d) Skizzieren Sie Ihr Ergebnis unter (c). Welche Werte nehmen die GZB der Individuen bei der optimalen Menge z^* des öffentlichen Gutes an?

(e) Nehmen Sie an, über die Bereitstellung des öffentlichen Gutes wird durch Mehrheitswahl entschieden. Die Finanzierung des öffentlichen Gutes erfolge über eine proportionale Einkommensteuer, so dass für den impliziten Kaufpreis des öffentlichen Gutes

$$p_h = \frac{p \cdot y_h}{\sum_{h=1}^{3} y_h}$$

gilt. Der Angebotspreis des öffentlichen Gutes sei durch p gegeben. Welche Mengen des öffentlichen Gutes z_h fragen die Individuen bei dem impliziten Kaufpreis p_h nach? Welche Menge des öffentlichen Gutes z_m gewinnt die Mehrheitswahl? Tritt im Rahmen der Mehrheitswahl eine Über- order Unterversorgung auf? Begründen Sie dies knapp.

(f) Nehmen Sie an, der Angebotspreis des öffentlichen Gutes sei $p = 1$. Zeigen Sie rechnerisch am Beispiel des Medianwählers, dass das Mehrheitswahlgleichgewicht z_m individuell anreizverträglich ist, wenn über z_1, z_2 und z_3 abgestimmt wird.

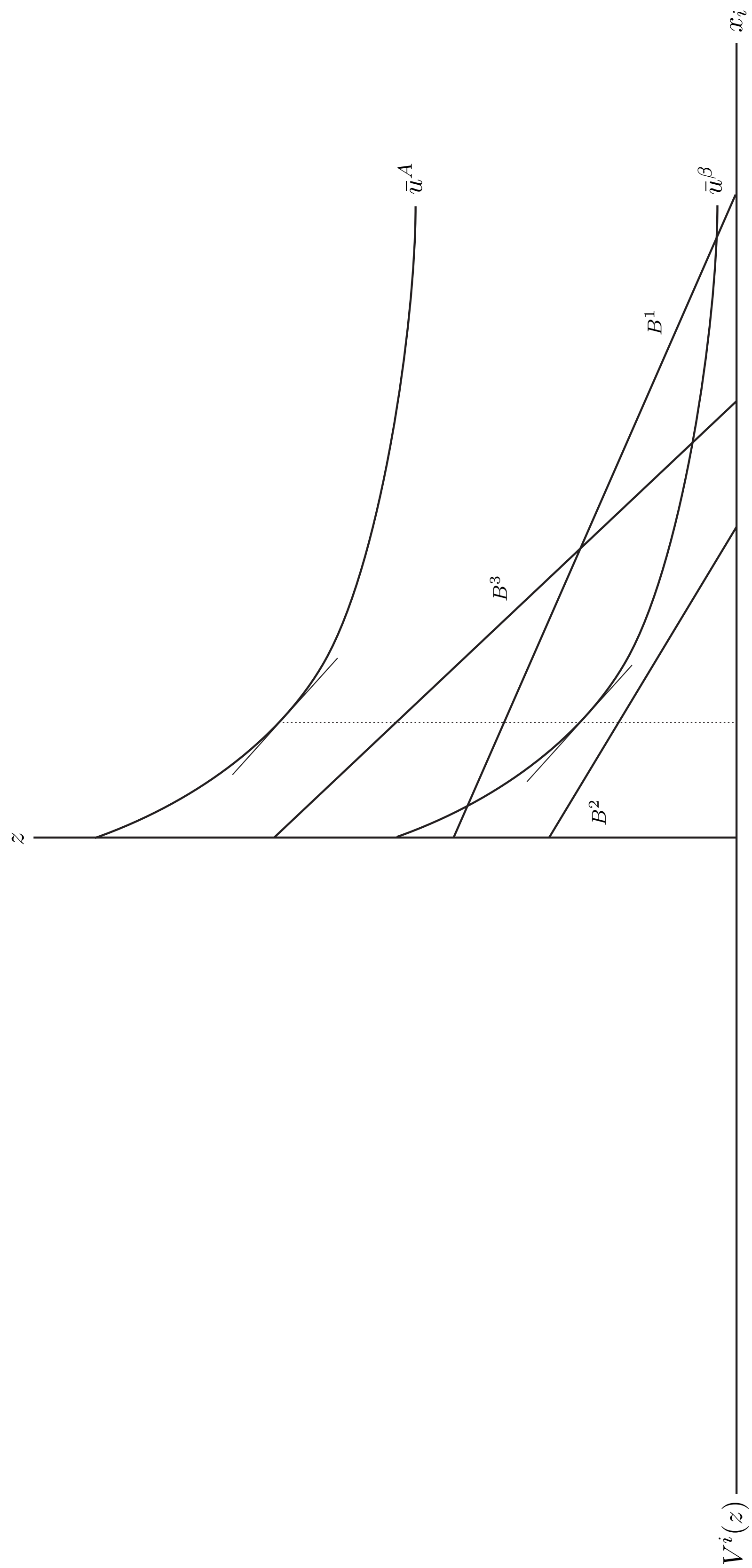

Abbildung 1: Aufgabenteile (a) und (b)