Klausur Stochastik 01146 WiSe 11/12

Aufgabe 1

In Deutschland leidern 12 Prozent der Gesamtbevölkerung an Diabetes. Um diese Krankheit festzustellen wird ein Test durchgeführt. Dessen Sensitivität beträgt 72 Prozent und Spezifizität 73 Prozent.

1. Mit Welcher Wahrscheinlichkeit ist eine Person beim Vorliegen eines positiven Befunds, d. h. der Test zeigt eine Diabeteserkrankung, tatsächlich an Diabetes erkrankt?
2. Es wird versucht die Sensitivität des Tests bei gleichbleibender Spezifizität zu steigern. Wie hoch kann hierfür die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person beim Vorliegen eines positiven Befunds tätsächlich an Diabetes erkrankt ist, maximiert werden?

Aufgabe 2

Bestimmen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten beim 10-fachen Münzwurf:

1. mindestens 7 mal Kopf
2. abwechselnd 2 mal Kopf und 2 mal Zahl.
3. die ersten vier Würfe zeigen Kopf.
4. nicht nur Zahl aber höchstens dreimal Kopf.
5. die Anzahl der Würfe mit Ergebnis Zahl ist ein ganzzahliges Vielfaches der Anzahl der Würfe mit Ergebnis Kopf.

Hinweis: explizites Ausrechnen nicht notwendig.

Aufgabe 3

In einem Päckchen Papiertaschentücher befinden sich 10 Taschentücher. Bei einer Qualitätskontrolle eines Papiertaschentuchherstellers werden 2000 Päckchen der Produktion entnommen und geprüft. Es stellt sich heraus, dass davon 10 mit einer falschen Anzahl bestückt sind. Bestimmen sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für die Anzahl der korrekt bestückten Taschentuchpackungen wenn sich die Tagesproduktion auf 50 Mio. Stück beläuft. [die Angabe mit den 10 Tücher pro Packung ist wohl nur zur Verwirrung angegeben. Für volle Punktzahl muss man außerdem den ML Schätzer entwickeln und nicht nur das Ergebnis aus dem Kurs verwenden.]

Aufgabe 4

1. Sei X eine auf dem Intervall $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ gleichverteilte Zufallsvariable. Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen $cos(X)$.
2. Sei Y eine Gauss'sche Zufallsvariable mit Mittelwert μ und Varianz $\sigma > 0$. Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariable $exp(-Y^2)$.

Aufgabe 5

Durch eine Umfrage möchte das Ministerium für Gesundheit den Bevölkerungsanteil p der Bürger bestimmen, welche morgendlich Kaffee trinken. Wieviele Bürger müssen mindestens befragt werden, damit die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler von höchstens 3% mindestens 98% beträgt? Dabei sei angenommen, dass die Beteiligten unabhängig antworten.

Hinweis: Als Ergebnis genügt die Angabe eines Ausdrucks wie z. B. $\sqrt{3500/3} \cdot 1,645$ [Es war außerdem eine kleine Tabelle mit Werten von $\Phi(x)$ gegeben.]