

18 Punkte Aufgabe 1 (Grundstück-Algebra)

Wir wollen einen Datentyp *lot* (=Parzelle) für Grundstücksparzellen betrachten. Parzellen werden als achsenparallele, zweidimensionale Rechtecke dargestellt.

Mittels einer Operation *createLot* und zwei Paaren (Datentyp *pair*) von Koordinaten (Datentyp *coord*) kann man eine Parzelle erzeugen. Der Operator *empty* erzeuge eine leere Parzelle.

Zwei Parzellen heißen benachbart (*neighboured*), wenn sie mindestens eine gemeinsame Kante haben. Eine leere Parzelle ist mit jeder beliebigen Zelle benachbart. Man kann zwei benachbarte Rechtecke vereinigen (*merge*) sowie eine Parzelle vertikal (*splitX*) und horizontal (*splitY*) an einer Koordinate in ein Paar von (benachbarten) Parzellen zerteilen. Falls zwei Parzellen nicht benachbart sind, sei deren Vereinigung eine leere Parzelle. Soll eine Parzelle mittels einer Splitoperation an einer Koordinate geteilt werden, die nicht innerhalb der Parzelle liegt, so ist die entsprechende Parzelle im Ergebnispaar leer.

Für eine Parzelle kann man deren Fläche (*area*) und Umfang (*perimeter*) bestimmen. Eine leere Parzelle hat eine Fläche und einen Umfang von 0.

Auf die Komponenten eines Paares, das man mittels *createPair* aus zwei Elementen gleichen Typs erzeugt, kann man mittels *first* und *second* zugreifen.

12 Punkte

(a) Geben Sie eine Algebra *landregister* an, die Parzellen sowie Hilfstypen gemäß der obigen Beschreibung modelliert. Die Algebra soll alle beschriebenen Operationen enthalten.

Geben Sie zunächst eine Signatur mit Sorten und geeigneten Operationen an, und definieren Sie anschließend die Trägermengen und Funktionen. (Achtung: Geben Sie die Funktionsdefinitionen in mathematischer Notation mit ihrer Wirkung auf die Trägermengen an! Algorithmen oder gar Java-Methoden sind auf jeden Fall zu vermeiden!) Spezifizieren Sie den beschriebenen Datentypen als Algebra.

6 Punkte

(b) Geben Sie mindestens 12 Axiome für einen dieser Algebra entsprechenden ADT an. Verwenden Sie dabei alle genannten Operatoren. Die Axiome sollen die oben beschriebenen Eigenschaften der Operatoren abbilden. Sie dürfen dabei davon ausgehen, dass auf der Trägermenge von *coord* die Ordnungsrelationen \geq und \leq definiert sind.

15 Punkte Aufgabe 2 (Hashing)

Fügen Sie die unten aufgeführten Länder in eine Hashtabelle mit $m=10$ unter Zuhilfenahme quadratischen Sondierens (Grundform) und der Mittel-Quadrat-Methode als Hashfunktion ein. Dabei werden den Ländern zur Berechnung der Hashfunktion als Wert jeweils die Summe der Buchstabenwerte ihrer ersten 3 Zeichen zugeordnet, wobei A mit 1, B mit 2, ..., Z mit 26 bewertet ist. Geben Sie für jedes eingefügte Land die Folge der Behälternummern an, die getestet wird. Wie lautet der Inhalt der finalen Hashtabelle?

Deutschland, Frankreich, Griechenland, Italien, Niederlande, Polen, Portugal, Schweden, Spanien, Tschechien

Als Hilfestellung beim Lösen der Aufgabe finden Sie hier eine Tabelle mit den Quadratzahlen von 1-50:

N	N^2	N	N^2	N	N^2
1	1	18	324	35	1225
2	4	19	361	36	1296
3	9	20	400	37	1369
4	16	21	441	38	1444
5	25	22	484	39	1521
6	36	23	529	40	1600
7	49	24	576	41	1681
8	64	25	625	42	1764
9	81	26	676	43	1849
10	100	27	729	44	1936
11	121	28	784	45	2025
12	144	29	841	46	2116
13	169	30	900	47	2209
14	196	31	961	48	2304
15	225	32	1024	49	2401
16	256	33	1089	50	2500
17	289	34	1156		

Aufgabe 3 (Sortieren)

16 Punkte

- (c) Sortieren Sie unten angegebene Zahlenfolge F_1 aufsteigend mittels Quicksort unter Verwendung des Standardverfahrens zur Ermittlung des Splitelements (Funktion *findx* aus dem Kurstext). Zeichnen Sie den Baum der rekursiven Aufrufe und markieren Sie in jedem Knoten das Splitelement. Die Mergeoperation braucht nicht mit angegeben zu werden.

10 Punkte

$$F_1 = 16 - 23 - 1 - 19 - 89 - 91 - 45 - 56 - 1 - 18 - 67 - 43 - 3$$

- (d) Sortieren Sie die Zahlenfolge F_2 mittels Radixsort. Geben Sie für jede Phase die Inhalte der nicht-leeren Behälter an.

6 Punkte

$$F_2 = 123 - 12 - 900 - 63 - 555 - 567 - 187 - 29 - 200 - 321 - 666 - 987 - 1$$

17 Punkte Aufgabe 4 (B-Bäume)

- 9 Punkte (a) Fügen Sie die unten angegebenen Schlüsselwerte in einen B-Baum der Ordnung 2 ein. Zeichnen Sie den Baum immer dann, wenn eine Strukturänderung nötig ist und erläutern Sie diese.

23, 13, 18, 12, 3, 8, 4, 9, 15, 2, 11, 22, 16, 1, 17, 21, 10, 19, 20, 6

- 8 Punkte (b) Löschen Sie aus dem Ergebnisbaum aus Aufgabenteil (a) nacheinander die Schlüssel 6, 23 und 2 und zeichnen Sie die Ergebnisbäume nach jeder Strukturänderung.

Hinweis: Ein Balancieren oder Merge ist mit dem linken Nachbarknoten durchzuführen, sofern dies möglich ist.