LÖSUNGSHINWEISE ZUR ÜBUNG 2

– EINFÜHRUNG IN DIE BETRIEBSWIRTSCHAFTSLEHRE –

Teil: Moduleinheit 2

Aufgabe 1: Losgrößenplanung bei offener Produktion

Lösung zu Aufgabe 1 a)

Optimale Losgröße:

$$y^{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot V \cdot Cr}{Cl \cdot \left(1 - \frac{V}{P}\right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 300 \cdot 5}{0{,}1 \cdot \left(1 - \frac{300}{1.200}\right)}} = 200 \text{ Stück.}$$

Optimale Rüsthäufigkeit:

$n^{opt}_{Monat} = R_{Monat}/y^{opt} = 300/200 = 1{,}5$ pro Monat.

$n^{opt}_{Jahr} = R_{Jahr}/y^{opt} = 3.600/200 = 18$ pro Jahr.

Maximaler Lagerbestand:

$$L_{max} = (P - V) \cdot t_P = (P - V) \cdot \frac{y}{P} = y \cdot \left(1 - \frac{V}{P}\right) = 200 \cdot \left(1 - \frac{300}{1.200}\right) = 150 \text{ Stück.}$$

Lagerkosten:

$$K_L(y) = \frac{L_{max}}{2} \cdot Cl \cdot T = \frac{y}{2} \cdot \left(1 - \frac{V}{P}\right) \cdot Cl \cdot T = \frac{200}{2} \cdot \left(1 - \frac{300}{1.200}\right) \cdot 0{,}1 \cdot 12 = 90 \text{ € pro Jahr.}$$

Rüstkosten:

$$K_R(y) = n^{opt}_{Jahr} \cdot Cr = \frac{V \cdot T}{y} \cdot Cr = \frac{300 \cdot 12}{200} \cdot 5 = 90 \text{ € pro Jahr.}$$

Lösung zu Aufgabe 1 b)

Optimale Losgröße:

$$y^{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot Cr}{Cl \cdot \left(1 - \frac{P}{V}\right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 5}{0{,}1 \cdot \left(1 - \frac{200}{400}\right)}} = 200 \text{ Stück.}$$

Optimale Rüsthäufigkeit:

$n^{opt}{}_{Monat} = R_{Monat}/y^{opt} = 200/200 = 1$ pro Monat.

$n^{opt}{}_{Jahr} = R_{Jahr}/y^{opt} = 2.400/200 = 12$ pro Jahr.

Maximaler Lagerbestand:

$$L_{max} = (V-P)\cdot t_V = (V-P)\cdot \frac{y}{V} = y\cdot\left(1-\frac{P}{V}\right) = 200\cdot\left(1-\frac{200}{400}\right) = 100 \text{ Stück.}$$

Lagerkosten:

$$K_L(y) = \frac{L_{max}}{2}\cdot Cl\cdot T = \frac{y}{2}\cdot\left(1-\frac{P}{V}\right)\cdot Cl\cdot T = \frac{200}{2}\cdot\left(1-\frac{200}{400}\right)\cdot 0{,}1\cdot 12 = 60 \text{ € pro Jahr.}$$

Rüstkosten:

$$K_R(y) = n^{opt}_{Jahr}\cdot Cr = \frac{P\cdot T}{y}\cdot Cr = \frac{200\cdot 12}{200}\cdot 5 = 60 \text{ € pro Jahr.}$$

Aufgabe 2: Losgrößenplanung bei geschlossener Produktion

Lösung zu Aufgabe 2 a)

Optimale Losgröße:

$$y^{opt} = \sqrt{\frac{2\cdot V\cdot Cr}{Cl\cdot\left(1+\frac{V}{P}\right)}} = \sqrt{\frac{2\cdot 500\cdot 6}{0{,}5\cdot\left(1+\frac{500}{2.500}\right)}} = 100 \text{ Stück.}$$

Optimale Rüsthäufigkeit:

$n^{opt}{}_{Monat} = R_{Monat}/y^{opt} = 500/100 = 5$ pro Monat.

$n^{opt}{}_{Jahr} = R_{Jahr}/y^{opt} = 6.000/100 = 60$ pro Jahr.

Maximaler Lagerbestand:

$$L_{max} = y = 100 \text{ Stück.}$$

Minimaler Lagerbestand:

$$L_{min} = y - t_f\cdot V = y-(t_V - t_P)\cdot V = y - \left(\frac{y}{V}-t_P\right)\cdot V = t_P\cdot V = \frac{y}{P}\cdot V = \frac{100}{2.500}\cdot 500 = 20 \text{ Stück.}$$

Durchschnittlicher Lagerbestand:

$$L_{durch} = \frac{(L_{max} + L_{min})}{2} = \left(\frac{y + t_P \cdot V}{2}\right) = \frac{y}{2} \cdot \left(1 + \frac{t_P \cdot V}{y}\right)$$

$$= \frac{y}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{y} \cdot t_P \cdot V\right) = \frac{y}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{y} \cdot \frac{y}{P} \cdot V\right) = \frac{y}{2} \cdot \left(1 + \frac{V}{P}\right) = \frac{100}{2} \cdot \left(1 + \frac{500}{2.500}\right) = 60 \text{ Stück.}$$

Lagerkosten:

$$K_L(y) = \frac{y}{2} \cdot \left(1 + \frac{V}{P}\right) \cdot Cl \cdot T = \frac{100}{2} \cdot \left(1 + \frac{500}{2.500}\right) \cdot 0,5 \cdot 12 = 360 \text{ € pro Jahr.}$$

Rüstkosten:

$$K_R(y) = n^{opt}_{Jahr} \cdot Cr = \frac{V \cdot T}{y} \cdot Cr = 60 \cdot 6 = \frac{500 \cdot 12}{100} \cdot 6 = 360 \text{ € pro Jahr.}$$

Lösung zu Aufgabe 2 b)

Optimale Losgröße:

$$y^{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot Cr}{Cl \cdot \left(1 + \frac{P}{V}\right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 540 \cdot 6}{0,5 \cdot \left(1 + \frac{540}{900}\right)}} = 90 \text{ Stück.}$$

Optimale Rüsthäufigkeit:

$n^{opt}{}_{Monat} = R_{Monat}/y^{opt} = 540/90 = 6$ pro Monat.

$n^{opt}{}_{Jahr} = R_{Jahr}/y^{opt} = 6.480/90 = 72$ pro Jahr.

Maximaler Lagerbestand:

$$L_{max} = y = 90 \text{ Stück.}$$

Minimaler Lagerbestand:

$$L_{min} = y - t_f \cdot V = y - (t_P - t_V) \cdot P = y - \left(\frac{y}{P} - t_V\right) \cdot P = t_V \cdot P = \frac{y}{V} \cdot P = \frac{90}{900} \cdot 540 = 54 \text{ Stück.}$$

Durchschnittlicher Lagerbestand:

$$L_{durch} = \frac{(L_{max} + L_{min})}{2} = \left(\frac{y + t_V \cdot P}{2}\right) = \frac{y}{2} \cdot \left(1 + \frac{t_V \cdot P}{y}\right)$$

$$= \frac{y}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{y} \cdot t_V \cdot P\right) = \frac{y}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{y} \cdot \frac{y}{V} \cdot P\right) = \frac{y}{2} \cdot \left(1 + \frac{P}{V}\right) = \frac{90}{2} \cdot \left(1 + \frac{540}{900}\right) = 72 \text{ Stück.}$$

Lagerkosten:

$$K_L(y) = \frac{y}{2} \cdot \left(1 + \frac{P}{V}\right) \cdot Cl \cdot T = \frac{90}{2} \cdot \left(1 + \frac{540}{900}\right) \cdot 0{,}5 \cdot 12 \ = 432 \text{ € pro Jahr.}$$

Rüstkosten:

$$K_R(y) = n_{Jahr}^{opt} \cdot Cr = \frac{P \cdot T}{y} \cdot Cr = \frac{540 \cdot 12}{90} \cdot 6 \ = 432 \text{ € pro Jahr.}$$

Aufgabe 3: Produktionsprogrammplanung

Lösung zu Aufgabe 3 a)

Die Deckungsspannen ergeben sich wie folgt:

$$DS_j = p_j - \sum_{i=A}^{B} PK_{ij} \cdot q_i > 0 \qquad \left[\frac{GE}{ME}\right].$$

$DS_1 = 120 - 5 \cdot 6 - 5 \cdot 11 = 35 > 0$ → Vorteilhaft!

$DS_2 = 150 - 3 \cdot 6 - 8 \cdot 11 = 44 > 0$ → Vorteilhaft!

Lösung zu Aufgabe 3 b)

Die absoluten Kapazitätsbeanspruchungen der Rohstoffe A und B durch die vorteilhaften Produkte 1 und 2 betragen:

$$y_i = \sum_{j \in \{1,2\}} PK_{ij} \cdot x_j^{max} \leq y_i^{max} \qquad [ME].$$

$y_A = 5 \cdot 200 + 3 \cdot 100 \ = 1.300 > 1.200$ → Möglicher Engpaß!

$y_B = 5 \cdot 200 + 8 \cdot 100 \ = 1.800 > 1.000$ → Möglicher Engpaß!

Wie zu sehen ist, ergeben sich zwei mögliche Engpässe. Sowohl Rohstoff A als auch Rohstoff B beschränken also möglicherweise die Herstellung der maximal absetzbaren Mengen der Produkte. In dieser Situation kann jedoch auch der Fall eintreten, daß die Kapazitätsbeanspruchung pro Faktoreinheit des potentiell knappen Rohstoffs (relative Kapazitätsbeanspruchung) für einen Rohstoff bei beiden Produkten immer höher ist als für den anderen Rohstoff, so daß dann lediglich der Rohstoff, dessen relative Kapazitätsbeanspruchung bei allen Produkten den maximalen Wert annimmt, zum Engpaß wird.

Lösung zu Aufgabe 3 c)

Um herauszufinden, ob sich die obige Beispielsituation auf einen eindeutigen wirksamen Engpaß zurückführen läßt, müssen die relativen Kapazitätsbeanspruchungen der möglichen Engpässe bestimmt werden.

Relative Kapazitätsbeanspruchung PK_{ij}/y_i^{max}	Rohstoff A $PK_{Aj}/1.200$		Rohstoff B $PK_{Bj}/1.000$
Produkt 1	5/1.200 = 0,0042	<	5/1.000 = 0,005
Produkt 2	3/1.200 = 0,0025	<	8/1.000 = 0,008

Obige Tabelle macht deutlich, daß die relative Kapazitätsbeanspruchung des Rohstoffs B bei beiden vorteilhaften Produkten 1 und 2 immer höher ist als die des Rohstoffs A. Da unabhängig von der Zusammensetzung des Produktionsprogramms immer zuerst der Rohstoff B an seine Kapazitätsgrenze stößt, kann der Engpaß also im voraus bestimmt werden. Mithin ist lediglich der Rohstoff B als wirksamer Engpaß zu betrachten. Die Planung des optimalen Produktionsprogramms kann daher weiterhin anhand des Kriteriums der relativen Deckungsspanne erfolgen.

Lösung zu Aufgabe 3 d)

Zur Lösung des Planungsproblems wird auf relative Deckungsspannen zurückgegriffen, die pro Einheit des Engpasses mit den jeweiligen Produkten erzielt werden können.

Für den Beispielsfall ergeben sich die relativen Deckungsspannen der Produkte j wie folgt:

$$\text{relative DS} = \frac{DS}{PK_{\text{Engpaß}}} \qquad \left[\frac{GE}{FE}\right].$$

$$\text{relative } DS_j = \frac{DS_j}{PK_B}.$$

relative $DS_1 = 35/5 = 7$ $\rightarrow$ Rang 1!

relative $DS_2 = 44/8 = 5{,}5$ $\rightarrow$ Rang 2!

Diese Rangfolge gibt die Reihenfolge an, nach der die Produkte 1 und 2 in das Produktionsprogramm aufzunehmen sind, um die beschränkt verfügbare Menge des Rohstoffs B optimal auszunutzen. Als erstes ist demnach Produkt 1 in das optimale Produktionsprogramm aufzunehmen. Da die Produktion der maximal von diesem Produkt absetzbaren 200 Mengeneinheiten genau 1.000 Faktoreinheiten des Rohstoffs B erfordert, ist die Herstellung von Produkt 2 nicht möglich.

Das optimale bzw. deckungsbeitragsmaximale Produktionsprogramm lautet also:

$x_1 = 200$ ME, $\quad x_2 = 0$ ME.

Der zugehörige Gesamtdeckungsbeitrag GDB beträgt:

$$\text{GDB} = \sum_{j\in\{1,2\}} \text{DS}_j \cdot x_j = \sum_{j\in\{1,2\}} \text{DB}_j \qquad [\text{GE}].$$

$$\text{GDB} = 35 \cdot 200 + 44 \cdot 0 = 7.000 + 0 = 7.000 \text{ GE}.$$

Aufgabe 4: Preispolitik im Monopol

Lösung zu Aufgabe 4 a)

Die Gewinnfunktion lautet wie folgt:

$G(x) = U(x) - K(x)$, wobei

$U(x) = p \cdot x = (a - b \cdot x) \cdot x = a \cdot x - b \cdot x^2.$

$K(x) = K_f + k_v \cdot x.$

Speziell gilt: $U'(x) = K'(x) \;\Leftrightarrow\; a - 2b \cdot x = k_v \;\Leftrightarrow\; x = \dfrac{a - k_v}{2b} = x^*.$

Einsetzen in die Preisabsatzfunktion liefert: $p = a - b \cdot x^* = \dfrac{a + k_v}{2} = p^*.$

Lösung zu Aufgabe 4 b)

Die Preiselastizität der Nachfrage ist definiert als:

$$\eta_{x,p} = p \cdot \frac{dx}{dp} \cdot \frac{1}{x}.$$

Demnach beschreibt $\eta_{x,p}$ die relative Mengenänderung, welche bezogen auf eine relative Preisänderung gemäß der Preisabsatzfunktion eintritt. Eine Änderung des Preises um 1% führt näherungsweise zu einer Nachfrageänderung von $\eta_{x,p}$%.

Lösung zu Aufgabe 4 c)

Nach Amoroso und Robinson bzw. der Produktregel der Differentialrechnung gilt folgende Beziehung zwischen Grenzumsatz U′ und Preiselastizität der Nachfrage $\eta_{x,p}$:

$$U = p \cdot x = p(x) \cdot x \;\Rightarrow\; U'(x) = \frac{dp}{dx} \cdot x + p = p \cdot \left(1 + \frac{dp}{dx} \cdot x \cdot \frac{1}{p}\right) = p \cdot \left(1 + \frac{1}{\eta_{x,p}}\right).$$

Lösung zu Aufgabe 4 d)

$$\eta_{x,p} = p \cdot \frac{dx}{dp} \cdot \frac{1}{x}.$$

$$p(x) = a - b \cdot x \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{a}{b} - \frac{p}{b} = \frac{1}{b} \cdot \left(a - p\right).$$

$$\eta_{x,p} = p \cdot \left(-\frac{1}{b}\right) \cdot \frac{1}{\frac{1}{b} \cdot \left(a - p\right)} = -\frac{p}{\left(a - p\right)} = \frac{p}{p - a}.$$

Lösung zu Aufgabe 4 e)

Analytische Lösung entweder über die in c) hergeleitete Amoroso-Robinson-Formel:

Im Umsatzmaximum gilt notwendig $U'(x) = 0$, d.h.

$$U'(x) = p \cdot \left(1 + \frac{1}{\eta_{x,p}}\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \eta_{x,p} = -1.$$

Rechnerische Lösung mit der gegebenen Preisabsatzfunktion:

$$U(x) = p \cdot x = (a - b \cdot x) \cdot x = a \cdot x - b \cdot x^2.$$

$$U'(x) = a - 2b \cdot x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = a/2b.$$

Einsetzen in die Preisabsatzfunktion liefert:

$$p = a - b \cdot x^* = p = a - b \cdot a/2b = a - a/2 = a/2.$$

x und p in $\eta_{x,p}$ einsetzen liefert:

$$\eta_{x,p} = \frac{p}{p - a} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a}{2} - a} = \frac{\frac{a}{2}}{-\frac{a}{2}} = -\frac{\frac{a}{2}}{\frac{a}{2}} = -1.$$

Aufgabe 5: Beispiel zur Preispolitik im Monopol

Lösung zu Aufgabe 5 a)

Die Gewinnfunktion lautet wie folgt:

$G(x) = U(x) - K(x)$, wobei

$U(x) = p \cdot x = (a - b \cdot x) \cdot x = a \cdot x - b \cdot x^2$.

$K(x) = K_f + k_v \cdot x$.

Speziell gilt: $U'(x) = K'(x) \quad \Leftrightarrow \quad a - 2b \cdot x = k_v \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{a - k_v}{2b} = x^* = \frac{60 - 8}{2 \cdot 0{,}5} = 52$.

Einsetzen in die Preisabsatzfunktion liefert: $p = a - b \cdot x^* = \frac{a + k_v}{2} = p^* = \frac{60 + 8}{2} = 34$.

Lösung zu Aufgabe 5 b)

$$\eta_{x,p} = p \cdot \frac{dx}{dp} \cdot \frac{1}{x}.$$

$$p(x) = a - b \cdot x \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{a}{b} - \frac{p}{b} = \frac{1}{b} \cdot (a - p).$$

$$\eta_{x,p} = p \cdot \left(-\frac{1}{b}\right) \cdot \frac{1}{\frac{1}{b} \cdot (a - p)} = -\frac{p}{(a - p)} = \frac{p}{p - a} = \frac{34}{34 - 60} = -1{,}307692308.$$

Lösung zu Aufgabe 5 c)

Rechnerische Lösung mit der gegebenen Preisabsatzfunktion $p(x) = 60 - 0{,}5 \cdot x$:

$U(x) = p \cdot x = 60 \cdot x - 0{,}5 \cdot x^2$.

$U'(x) = 60 - 1 \cdot x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 60/1 = 60$.

Das Einsetzen von $x = 60$ in die gegebene Preisabsatzfunktion liefert:

$p(x) = 60 - 0{,}5 \cdot x = 60 - 0{,}5 \cdot 60 = 30$.

Setzt man nun die umsatzmaximalen Werte in die bereits in b) angegebene Formel für die Preiselastizität der Nachfrage ein, führt dies zu:

$$\eta_{x,p} = p \cdot \left(-\frac{1}{b}\right) \cdot \frac{1}{\frac{1}{b} \cdot (a - p)} = -\frac{p}{(a - p)} = \frac{p}{p - a} = \frac{30}{30 - 60} = -1.$$

Literaturhinweise

- *HERING, TH., TOLL, CH.*: BWL-Grundlagen 1-3 – 300 Lernkarten zur Güterwirtschaft, Konstanz/ München 2017.
- *HERING, TH., TOLL, CH.*: BWL-Grundlagen 4-6 – 300 Lernkarten zur Güterwirtschaft, Konstanz/ München 2018.
- *HERING, TH., TOLL, CH.*: BWL kompakt, Berlin/Boston 2019.
- *HERING, TH., TOLL, CH.*: BWL-Klausuren, 5. Aufl., Berlin/Boston 2022.

© Copyright: Urheberrechtshinweis