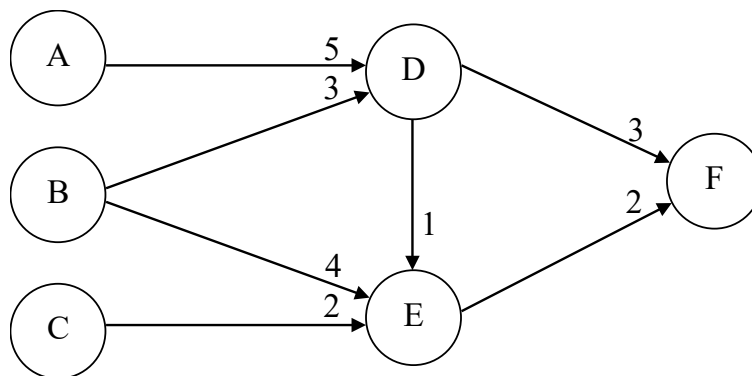


LÖSUNGSHINWEISE ZUR ÜBUNG 1

– EINFÜHRUNG IN DIE BETRIEBSWIRTSCHAFTSLEHRE FÜR JURISTEN –

Aufgabe 1: Programmgebundene Bedarfsplanung mittels Gozinto-Graphen

Nachstehende Abbildung zeigt den Gozinto-Graphen, dessen Elemente sich wie folgt interpretieren lassen: Der Graph besteht aus Knoten, die durch Pfeile (auch gerichtete Kanten genannt) miteinander verbunden sind. Während die fremdbezogenen Rohstoffe A, B und C mit Hilfe von Knoten dargestellt werden, von denen Pfeile ausschließlich ausgehen, kennzeichnen in den Knoten lediglich einmündende Pfeile das Endprodukt F. Zur Illustration der Zwischenprodukte D und E werden Knoten verwendet, in die Pfeile ein- und von denen Pfeile ausgehen. Die Mengenbeziehungen zwischen den Komponenten (Direktbeziehungen) sind durch die Zahlen (Produktionskoeffizienten) an den Pfeilen angegeben. Sie offenbaren demzufolge die Menge eines Rohstoffs oder Zwischenprodukts, die für die Herstellung einer ME eines Zwischenprodukts oder des Endprodukts notwendig ist.



Aus dem Gozinto-Graphen lassen sich durch retrograde Auswertung die Gesamtbedarfe M_j ($j = A, B, C, D, E, F$) wie folgt ableiten:

$$M_F = 50;$$

$$M_E = 2 \cdot M_F = 100;$$

$$M_D = 3 \cdot M_F + 1 \cdot M_E = 3 \cdot 50 + 1 \cdot 100 = 250;$$

$$M_A = 5 \cdot M_D = 5 \cdot 250 = 1.250;$$

$$M_B = 3 \cdot M_D + 4 \cdot M_E = 3 \cdot 250 + 4 \cdot 100 = 1.150;$$

$$M_C = 2 \cdot M_E = 2 \cdot 100 = 200.$$

Aufgabe 2: Verbrauchsgebundene Bedarfsplanung

Lösung zu Aufgabe 2 a)

Der zukünftige Materialbedarf P_6^{am} lautet unter Rückgriff auf den *arithmetischen Mittelwert*:

$$P_6^{\text{am}} = \frac{1}{5} \cdot (206 + 211 + 200 + 215 + 203) = 207.$$

Lösung zu Aufgabe 2 b)

Der zukünftige Materialbedarf P_6^{gm} lautet unter Einbezug der letzten drei Vergangenheitswerte:

$$P_6^{\text{gm}} = \frac{1}{3} \cdot (200 + 215 + 203) = 206.$$

Lösung zu Aufgabe 2 c)

Der zukünftige Materialbedarf P_6^{ggm} ergibt sich wie folgt:

$$P_6^{\text{ggm}} = 0,25 \cdot 215 + 0,75 \cdot 203 = 206.$$

Aufgabe 3: Homogenität

Der Homogenitätsgrad der Produktionsfunktion $M = 3r_1 \cdot 2r_2^2$ kann wie folgt ermittelt werden:

$$M(\lambda) = (\lambda \cdot 3\tilde{r}_1)^1 \cdot (\lambda \cdot 2\tilde{r}_2)^2 = \lambda^{(1+2)} \cdot (3\tilde{r}_1 \cdot 2\tilde{r}_2^2) = \lambda^3 \cdot \tilde{M}.$$

Die obige Produktionsfunktion ist homogen. Da der Homogenitätsgrad $t = 3 > 1$ beträgt, liegt eine durch steigende Skalenerträge gekennzeichnete überlinearhomogene Produktionsfunktion vor.

Aufgabe 4: Isoquantengleichung

Die Isoquantengleichung der Produktionsfunktion $M = 3r_1 \cdot 2r_2^2$ lautet:

$$2r_2^2 = \frac{M}{3r_1} \Leftrightarrow r_2^2 = \frac{M}{6r_1} \Leftrightarrow r_2 = \sqrt{\frac{M}{6r_1}}.$$

Aufgabe 5: Minimalkostenkombination

Lösung zu Aufgabe 5 a)

Die *Grenzrate der Substitution (GRS)* gibt das marginale Faktoraustauschverhältnis an, d.h. die Einsatzmenge eines Produktionsfaktors, welche bei konstanter Ausbringungsmenge notwendig ist, um eine infinitesimal kleine Einheit eines anderen Faktors zu ersetzen. Mathematisch wird die Grenzrate der Substitution des Faktors r_2 durch den Faktor r_1 ($GRS_{2,1}$) durch den Differentialquotienten dr_2/dr_1 ausgedrückt:

$$GRS_{2,1} = \frac{dr_2}{dr_1}.$$

Zur Bestimmung der $GRS_{2,1}$ ist zunächst die Isoquantengleichung der Produktionsfunktion $M = 3r_1^2 \cdot 2r_2$ aufzustellen:

$$r_2 = \frac{M}{6r_1^2} = \frac{M}{6} \cdot r_1^{-2}.$$

Die erste Ableitung dieser Gleichung nach r_1 liefert $GRS_{2,1}$.

$$GRS_{2,1} = \frac{dr_2}{dr_1} = -\frac{M}{3r_1^3} = -\frac{M}{3} \cdot r_1^{-3}.$$

Der *Expansionspfad* ist der geometrische Ort aller Minimalkostenkombinationen, die sich bei konstanten Faktorpreisen und sukzessiver Variation der Ausbringungsmenge M ergeben. Er gibt daher das optimale Faktoreinsatzverhältnis bei variabler Beschäftigung M an. Zu seiner Bestimmung muß daher die Beziehung, die im Kostenminimum zwischen der $GRS_{2,1}$ und den Faktorpreisen q_1 und q_2 gilt, bekannt sein.

Diese lautet: $\frac{dr_2}{dr_1} = -\frac{q_1}{q_2}.$

$$\Rightarrow -\frac{M}{3r_1^3} = -\frac{5}{10} = -\frac{3r_1^2 \cdot 2r_2}{3r_1^3} = -\frac{5}{10} = -\frac{2r_2}{r_1} = -\frac{5}{10}.$$

$$\Rightarrow r_2 = \frac{1}{4}r_1 = \text{Expansionspfad.}$$

Lösung zu Aufgabe 5 b)

Im folgenden sind die Faktoreinsatzmengen r_1 und r_2 zu bestimmen, mit denen die vorgegebene Menge $M = 750$ kostenminimal erzeugt wird.

$$M = 3r_1^2 \cdot 2r_2 = 3r_1^2 \cdot \frac{2}{4}r_1 = \frac{6}{4}r_1^3 = \frac{3}{2}r_1^3 = 750.$$

$$\Rightarrow r_1 = 7,94. \Rightarrow r_2 = \frac{1}{4}r_1 = 1,98.$$

Mit $r_1 = 7,94$ und $r_2 = 1,98$ wird die vorgegebene Menge $M = 750$ kostenminimal hergestellt.

Die sich dabei ergebenden minimalen Kosten betragen:

$$K = q_1 \cdot r_1 + q_2 \cdot r_2 = 5 \cdot 7,94 + 10 \cdot 1,98 = 59,53.$$

Literaturhinweise

- *HERING, TH., TOLL, CH.*: BWL-Klausuren, 5. Aufl., Berlin/Boston 2022.
- *HERING, TH., TOLL, CH.*: BWL kompakt, 2. Aufl., Berlin/Boston 2025.
- *TOLL, CH., HERING, TH.*: eLearning-Kurs BWL: Beschaffung – 100 Fragen und Antworten (Mobilgerät- und Desktop-Applikation), Tübingen 2025.
- *TOLL, CH., HERING, TH.*: eLearning-Kurs BWL: Produktionstheorie – 100 Fragen und Antworten (Mobilgerät- und Desktop-Applikation), Tübingen 2025.
- *TOLL, CH., HERING, TH.*: eLearning-Kurs BWL: Kostentheorie – 100 Fragen und Antworten (Mobilgerät- und Desktop-Applikation), Tübingen 2025.
- *WÖHE, G., DÖRING, U., BRÖSEL, G.*: Einführung in die Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, 28. Aufl., München 2023.

© Copyright: Urheberrechtshinweis

Alle Inhalte dieses Werkes, insbesondere Texte, Grafiken etc., sind urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, einschließlich der Vervielfältigung, Veröffentlichung, Bearbeitung und Übersetzung, bleiben vorbehalten.

Wer gegen das Urheberrecht verstößt (z.B. Texte, Grafiken etc. unerlaubt kopiert), macht sich gem. §§ 106 ff. UrhG strafbar, wird zudem kostenpflichtig abgemahnt und ist zum Schadensersatz verpflichtet (§ 97 UrhG).