

LÖSUNGSHINWEISE ZUR ÜBUNG 4 ZUM MODUL 32581

– INVESTITIONSTHEORIE UND UNTERNEHMENSBEWERTUNG –

Teil: Unternehmensbewertung

Aufgabe 1 (Voraussetzungen für arbitragefreie Bewertung):

1. *Vollkommenheit des Marktes.* Allen Marktteilnehmern ist für jeden möglichen Umweltzustand bekannt, welchen finanziellen Rückfluß die am Markt gehandelten Wertpapiere (Zahlungsströme) liefern. Höhe und Struktur der Rückflüsse eines Zahlungsstroms sind für alle Marktteilnehmer gleich. Jeder Zahlungsstrom kann ohne Transaktionskosten zum gleichen Preis in unbegrenztem Umfang gekauft oder verkauft werden.
2. *Vollständigkeit des Marktes.* Die gehandelten Zahlungsströme spannen den gesamten Umweltzustandsraum auf, d.h., sie können beliebig strukturierte andere Zahlungsströme durch Linearkombination nachbilden. Für einen gegebenen zu bewertenden Zahlungsstrom genügt die schwächere Voraussetzung, daß er im von den gehandelten Zahlungsströmen aufgespannten Vektorraum liegt, also von ihnen nachgebildet werden kann (sog. „Spanning“-Eigenschaft).
3. *Vollständigkeit des Wettbewerbs.* Die Marktteilnehmer haben im Gleichgewicht keinen Einfluß auf die Marktpreise der gehandelten Zahlungsströme. Neue Zahlungsströme ändern nicht die am Markt herrschenden Preise, weil die Marktteilnehmer lediglich als Mengenanpasser agieren können (sog. „Competitivity“-Eigenschaft).

Aufgabe 2 (Arbitragefreie Bewertung von Optionen):

Lösung zu Aufgabe 2 a)

Es gelte $B = 113,5$, $K = 100$, $K^+ = 130$, $K^- = 70$ und $i = 10\%$.

Zustand 1: Die Kaufoption hat in einem Jahr den Wert $KO^+ = \max \{K^+ - B; 0\} = \max \{130 - 113,5; 0\} = 16,5$, wenn der Aktienkurs steigt.

Zustand 2: Bei ungünstiger Entwicklung gilt hingegen $KO^- = \max \{K^- - B; 0\} = \max \{70 - 113,5; 0\} = 0$ (Option verfällt).

Lösungsweg A: Nach der Formel

$$KO = \frac{1}{1+i} \cdot \left(\frac{K \cdot (1+i) - K^-}{K^+ - K^-} \cdot KO^+ + \frac{K^+ - K \cdot (1+i)}{K^+ - K^-} \cdot KO^- \right) = p^*$$

ergibt sich:

$$KO = \frac{1}{1,1} \cdot \left(\frac{100 \cdot 1,1 - 70}{130 - 70} \cdot 16,5 + \frac{130 - 100 \cdot 1,1}{130 - 70} \cdot 0 \right) = \frac{1}{1,1} \cdot 11 = 10 = p^*.$$

Lösungsweg B: Wegen

$$a = (KO^+ - KO^-)/(K^+ - K^-) = 16,5/60$$

kann ein risikoloses Portefeuille aus z.B. 165 Aktien und dem Verkauf von 600 Kaufoptionen gebildet werden, das in beiden künftigen Umweltzuständen den gleichen Wert aufweist: $165 \cdot 130 - 600 \cdot 16,5 = 165 \cdot 70 - 600 \cdot 0 = 11.550$. Ein sicherer Rückfluß von 11.550 resultiert aber ebensogut aus einer Geldanlage zum Kalkulationszins 10%, so daß das Portefeuille bei Arbitragefreiheit den Marktwert $11.550/1,1 = 10.500$ besitzen muß. Hieraus ergibt sich der gesuchte heutige Preis der Kaufoption: $165 \cdot 100 - 600 \cdot KO = 10.500 \Leftrightarrow KO = 10 = p^*$.

Lösung zu Aufgabe 2 b)

Der nachstehende Finanzplan zeigt, daß in $t = 2$ eine Entnahme von $G_2 = 143$ möglich ist, während die Zustände $t = 0$ und $t = 1$ leer ausgehen.

Papier	t = 0	t = 1	t = 2
Fix	10	30	50
Aktie	232,5	-302,25	-162,75
Anlage	-232,5	255,75	255,75
Option	-10	16,5	0
G_t	0	0	143

Lösung zu Aufgabe 2 c)

Lösungsweg A:

$$\rho_0 = 1.$$

$$\text{Aktie: } 232,5 = 302,25\rho_1 + 162,75\rho_2$$

$$\text{Anlage: } 232,5 = 255,75\rho_1 + 255,75\rho_2$$

$$\Rightarrow \rho_1 = 10/16,5 = 0,606060606060606, \quad \rho_2 = 5/16,5 = 0,303030303030303.$$

Lösungsweg B:

$$\rho_0 = 1.$$

$$\text{Option: } 10 = 16,5\rho_1 \Rightarrow \rho_1 = 10/16,5 = 0,606060606060606.$$

$$\text{a) Aktie: } 232,5 = 302,25 \cdot 10/16,5 + 162,75\rho_2 \Rightarrow \rho_2 = 5/16,5 = 0,303030303030303.$$

Oder:

$$\text{b) Anlage: } 232,5 = 255,75 \cdot 10/16,5 + 255,75\rho_2 \Rightarrow \rho_2 = 5/16,5 = 0,30303030303030.$$

Lösung zu Aufgabe 2 d)

$$p^* = \sum_{t=1}^n g_{Kt} \cdot \rho_t = 16,5 \cdot 10/16,5 + 0 \cdot 5/16,5 = 10.$$

Aufgabe 3 (Irrelevanzthese von MODIGLIANI/MILLER):

Die Irrelevanzthese von MODIGLIANI/MILLER geht von den folgenden Voraussetzungen aus:

1. Rationalität der Marktwertmaximierung (Vollkommenheit und Vollständigkeit des Marktes, vollständige Konkurrenz);
2. keine Konditionenunterschiede zwischen privater Verschuldung und Kreditaufnahmen durch Unternehmen;
3. Indifferenz der Anleger zwischen privater Verschuldung und Beteiligung an einem verschuldeten Unternehmen;
4. Abwesenheit von Illiquiditätsgefahren: keine Konkurskosten, keine Abhängigkeit des Fremdkapitalzinses vom Verschuldungsgrad;
5. keine Unterschiede in der steuerlichen Behandlung von Eigen- und Fremdkapital.

Aufgabe 4 (Kapitalmarkttheoretische Unternehmensbewertung):

Lösung zu Aufgabe 4 a)

$$\text{Berechnungsformel: } APV = V = \frac{FCF^e}{k^e} + s \cdot FK = \frac{FCF^e}{k^e} + \frac{s \cdot i \cdot FK}{i}.$$

$$FCF^e = FCF^{br} - s \cdot i \cdot FK.$$

Der freie Brutto-Cash-flow, der an Eigen- und Fremdkapitalgeber ausgeschüttet wird, beträgt

$$FCF^{br} = FCF + i \cdot FK = 130 + 5\% \cdot 1.000 = 180.$$

Ohne die steuerliche Abzugsfähigkeit der Sollzinsen wäre FCF^{br} um

$$s \cdot i \cdot FK = 40\% \cdot 5\% \cdot 1.000 = 20$$

kleiner, d.h., bei hypothetischer reiner Eigenfinanzierung könnte an die Eigner ein Betrag von

$$FCF^e = FCF^{br} - s \cdot i \cdot FK = 180 - 20 = 160$$

ausgeschüttet werden. Nach MODIGLIANI und MILLER errechnet sich dann der Grundbarwert als

$$V^e = \frac{FCF^e}{k^e} = \frac{160}{0,1} = 1.600$$

und der Barwert des Steuerschildes als

$$s \cdot FK = 40\% \cdot 1.000 = 400,$$

woraus als APV ein Gesamtwert von

$$APV = V = \frac{FCF^e}{k^e} + s \cdot FK = \frac{FCF^e}{k^e} + \frac{s \cdot i \cdot FK}{i} = 1.600 + 400 = 2.000$$

resultiert. Der Wert des Eigenkapitals stellt sich residual auf

$$EK = V - FK = 2.000 - 1.000 = 1.000.$$

Wie den Eigenkapitalgebern (nachträglich) klar wird, beträgt ihre Renditeerwartung also

$$i_{EK} = \frac{FCF}{EK} = \frac{130}{1.000} = 13\% \text{ p.a.}$$

Diese Zahl erklärt sich auch aus einem linear mit dem Verschuldungsgrad steigenden Zuschlag zur Grundforderung k^e :

$$i_{EK} = k^e + (1-s) \cdot (k^e - i) \cdot \frac{FK}{EK} = 10\% + (1-40\%) \cdot (10\% - 5\%) \cdot \frac{1.000}{1.000} = 13\%.$$

Steuerschild und Konsequenz bei Marktwertmaximierung:

Die bei Fremdkapitalfinanzierung anfallenden Fremdkapitalzinsen reduzieren die Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer. Der durch Arbitrage nicht eliminierbare zusätzliche Wertbeitrag des Fremdkapitals wird in der Gleichgewichtstheorie am deutlichsten an dem Steuerschild ersichtlich, welcher den freien Cash-flow gegen den Zugriff des Fiskus abschirmt. Theoretisch erfordert die Zielsetzung Marktwertmaximierung dann allerdings eine vollständige Fremdfinanzierung.

Lösung zu Aufgabe 4 b)

$$\text{Berechnungsformel: } V = \frac{FCF^e}{k} = \frac{FCF + (1-s) \cdot i \cdot FK}{i_{EK} \cdot \frac{EK}{V} + (1-s) \cdot i \cdot \frac{FK}{V}}.$$

Für das eingeführte Zahlenbeispiel ergaben sich nach dem APV-Ansatz $i_{EK} = 13\%$ und $V = 2.000$. Wer diesen Gesamtwert über den WACC-Ansatz errechnen möchte (obwohl er ihn ja schon aus dem APV-Ansatz kennt), mag verifizieren:

$$\text{„WACC“} = k = i_{EK} \cdot \frac{EK}{V} + (1-s) \cdot i \cdot \frac{FK}{V} = 13\% \cdot \frac{1.000}{2.000} + (1-40\%) \cdot 5\% \cdot \frac{1.000}{2.000} = 8\%.$$

$$\Rightarrow V = \frac{160}{8\%} = 2.000.$$

Zirkularitätsproblem:

Die zur Berechnung erforderlichen Gewichte (und auch der „Eigenkapitalkostensatz“ i_{EK}) enthalten bereits die erst als Endergebnis zu ermittelnden Größen V und/oder EK .

Lösung zu Aufgabe 4 c)

Berechnungsformel: $EK = \frac{FCF}{i_{EK}}$.

Falls sich i_{EK} in Übereinstimmung mit den Prämissen und in Kenntnis der Ergebnisse des APV-Ansatzes nach der MODIGLIANI-MILLER-Formel

$$i_{EK} = k^e + (1-s) \cdot (k^e - i) \cdot \frac{FK}{EK}$$

bestimmt, also $i_{EK} = 13\%$ angesetzt wird, folgt

$$EK = \frac{130}{0,13} = 1.000.$$

Aufgabe 5 (Irrelevanz der Irrelevanzthese von MODIGLIANI/MILLER):

Prämissenkritik der Irrelevanzthese:

1. Reale Kapitalmärkte sind unvollkommen und unvollständig, wodurch Zweifel an der Begründbarkeit des Ziels Marktwertmaximierung entstehen. Nicht alle Geldanleger haben Zugang zum Kapitalmarkt, so daß als Folge die Opportunitätskosten der Eigentümer eines Unternehmens differieren. Ein und dieselbe Eigenkapitalrendite kann für Privatpersonen attraktiv sein, während sie institutionellen Anlegern nicht genügt, um eine Beteiligung zu rechtfertigen. Ob also Eigenkapital zugeführt oder abgezogen wird, hängt mit von den individuellen Zielsetzungen und Entscheidungsfeldern der Eigner ab. Unvollkommenheiten im Entscheidungsfeld wie z.B. Geld-Brief-Spannen, Transaktionskosten und Steuern zerstören aber den Bewertungsmechanismus der arbitragefreien Zustandspreise. Damit bricht der Arbitragebeweis zusammen, und die Irrelevanzthese verliert ihre Begründung.
2. In der Realität ist mit Konditionenunterschieden zwischen privater Verschuldung und Kreditaufnahmen durch Unternehmen zu rechnen. Die Ansätze der Neuen Institutionenökonomik erklären derartige Marktunvollkommenheiten mit der Existenz von Informationsasymmetrien und Transaktionskosten.
3. Die Annahme, Geldanleger seien indifferent zwischen privater Verschuldung und Beteiligung an einem verschuldeten Unternehmen, ist unreal. Während natürliche Personen mit ihrem gesamten Privatvermögen für ihre Schulden haften, gehen sie bei einer Beteiligung an einem rechtsformbedingt haftungsbeschränkten Unternehmen nur ein geringeres Risiko ein. Der Käufer einer Aktie empfindet z.B. die Schuldenlast der Aktiengesellschaft nicht als Einschränkung

seines persönlichen Handlungsspielraums, ganz im Gegensatz etwa zu einer Hypothek auf sein Haus.

4. Von Konkurskosten kann ebensowenig abstrahiert werden wie von Reaktionen des Fremdkapitalzinses auf einen steigenden Verschuldungsgrad.
5. Von der Kapitalmarkttheorie nach wie vor unbeantwortet ist die Frage nach der optimalen Kapitalstruktur. Einigkeit herrscht allerdings darüber, daß zumindest angesichts der steuerlichen Benachteiligung des Eigenkapitals gegenüber dem Fremdkapital kein Zweifel an der Relevanz des Verschuldungsgrades für den Gesamtwert des Unternehmens besteht. Der durch Arbitrage nicht eliminierbare zusätzliche Wertbeitrag des Fremdkapitals wird in der Gleichgewichtstheorie am deutlichsten an dem Steuerschild ersichtlich, welcher den freien Cash-flow gegen den Zugriff des Fiskus abschirmt. Theoretisch erfordert die Zielsetzung Marktwertmaximierung dann allerdings eine vollständige Fremdfinanzierung. Diese radikale Konsequenz mißachtet vor allem die Verlustausgleichs- und Kreditwürdigkeitsfunktion des Eigenkapitals; der Vorschlag stellt somit keine praktikable Lösung des Kapitalstrukturproblems dar.

Literaturhinweise:

- *HERING, TH.*: Das einperiodige Binomialmodell als Spezialfall des Zustands-Grenzpreismodells, in: *HERING, TH., KLINGELHÖFER, H.E., KOCH, W.* (Hrsg.), *Unternehmungswert und Rechnungswesen*, Festschrift für M.J. Matschke, Wiesbaden 2008, S. 41-53.
- *HERING, TH.*: *Unternehmensbewertung*, 4. Aufl., Berlin/Boston 2021.
- *MATSCHKE, M.J., BRÖSEL, G., TOLL, CH.*: *Unternehmensbewertung*, 5. Aufl., Wiesbaden 2024.