Prof. Dr. Christoph Beierle, Prof. Dr. Gabriele Kern-Isberner

Kurs 01845

Methoden der Wissensrepräsentation und -verarbeitung

LESEPROBE

Fakultät für
Mathematik und Informatik

FernUniversität in Hagen

6.1.3 Die Semantik der Default-Logik

Während die Syntax das formale Aussehen von Formeln (in diesem Fall also von Defaults) festlegt, verleiht die Semantik den Formeln Bedeutung. Im logischen Sinne ist damit eine Charakterisierung der *Interpretationen* bzw. *Modelle* einer Theorie gemeint. Darüber hinaus interessiert aber immer auch die informelle, verständnisorientierte Bedeutung einer Formel. Die Beispiele in Abschnitt 6.1.1 gaben schon einen ersten Eindruck von der intuitiven Bedeutung eines Defaults. Hier wollen wir dies nun konkretisieren.

Ein Default $\dfrac{\varphi \ : \ \psi_1, \ldots, \psi_n}{\chi}$ kann in der folgenden Weise interpretiert werden:

> *Wenn φ bekannt ist, und wenn $\psi_1, \ldots, \psi_n$ konsistent angenommen werden können, dann folgere χ.*

Um diese Beziehungen formelmäßig umzusetzen, müssen zwei Dinge geklärt werden, die die grundlegende Problemstellung der Reiter'schen Default-Logik betreffen:

- Was heißt "*φ ist bekannt*"?
- Wann können $\psi_1, \ldots, \psi_n$ *konsistent angenommen* werden?

Da zu einer Default-Theorie immer eine (evtl. leere) Menge von Fakten gehört, liegt es nahe, beide Fragen vor dem Hintergrund dieser Faktenmenge zu beantworten, also φ als bekannt vorauszusetzen, wenn es aus den Fakten (klassisch-logisch) gefolgert werden kann, und weiterhin die Konsistenz von $\psi_1, \ldots, \psi_n$ mit den Fakten zu fordern.

Das folgende Beispiel zeigt, dass dieser Ansatz nicht weitreichend genug ist.

Beispiel 6.3 Wir betrachten das Default-Schema

$$\frac{\mathit{Freund(X,Y)} \wedge \mathit{Freund(Y,Z)} \ : \ \mathit{Freund(X,Z)}}{\mathit{Freund(X,Z)}} \tag{6.4}$$

zusammen mit den faktischen Informationen

$$\mathit{Freund(tom,bob)},\ \mathit{Freund(bob,sally)},\ \mathit{Freund(sally,tina)}$$

Mit Hilfe des Default-Schemas können wir (nichtmonoton) folgern, dass auch *Freund(tom,sally)* und *Freund(bob,tina)* gilt. Den naheliegenden Schluss *Freund(tom,tina)* können wir jedoch nicht ziehen, da *Freund(tom,sally)* und *Freund(bob,tina)* nur unsicher geschlossen wurden, also nicht zu den Fakten gehören. □

Selbsttestaufgabe 6.4 (Default-Interpretation) Interpretieren Sie das Default-Schema (6.4) in natürlicher Sprache. ■

Wir möchten also auch als *bekannt* voraussetzen, was mit Hilfe der Defaults geschlossen wurde. Zu diesem Zweck könnten wir nun vorsichtig unser faktisches Wissen auf eine Menge von Formeln erweitern, die – zunächst noch etwas diffus – als *aktuelle Wissensbasis* E in den Folgerungsprozess eingeht:

> *Wenn φ zur aktuellen Wissensbasis gehört, und alle $\psi_1, \ldots, \psi_n$ konsistent mit dieser aktuellen Wissensbasis sind, dann folgere χ. Die aktuelle Wissensbasis E entsteht aus den Fakten und aus den Konsequenzen bereits angewandter Defaults.*

Eine solche aktuelle Wissensbasis erweitert also die Menge der Fakten um "akzeptable" Thesen, die auf den zur Verfügung stehenden Defaults basieren, und wird daher als *Extension* (*extension*) bezeichnet. Extensionen repräsentieren mögliche Versionen der durch die gegebene Default-Theorie beschriebenen Welt und bestimmen die Semantik dieser Default-Theorie. Extension

Für das Folgende wichtig ist die formale Definition der Anwendbarkeit eines Defaults:

Definition 6.5 (Anwendbarkeit von Defaults) Sei $\delta = \dfrac{\varphi \ : \ \psi_1, \ldots, \psi_n}{\chi}$ ein Default, und sei E eine deduktiv abgeschlossene Menge von Formeln.

$$\delta \text{ ist } \textit{anwendbar auf } E \quad \text{gdw.} \quad \varphi \in E \text{ und } \neg\psi_1 \notin E, \ldots, \neg\psi_n \notin E$$

($\psi_1, \ldots, \psi_n$ können also konsistent mit E angenommen werden). □

Bevor wir in den nächsten Abschnitten Extensionen formal einführen, wollen wir einige wünschenswerte Eigenschaften von Extensionen E zusammentragen:

- Eine Extension sollte die Menge der Fakten enthalten: $W \subseteq E$.
- Eine Extension sollte deduktiv abgeschlossen sein, d.h. sie sollte abgeschlossen sein gegenüber klassisch-logischer Folgerung. Schließlich wollen wir mit Hilfe der Defaults *mehr* Wissen ableiten als auf klassische Weise und nicht etwa *weniger*.
- Eine Extension E sollte aber auch gegenüber der Anwendung von Defaults abgeschlossen sein, d.h. ist $\delta = \dfrac{\varphi \ : \ \psi_1, \ldots, \psi_n}{\chi}$ ein Default aus Δ und ist δ anwendbar auf E, so ist auch $\chi \in E$.

Das Problem liegt nun darin, dass wir eine korrekte Formalisierung des Begriffs einer Extension E (und damit der Default-Ableitung) nicht auf der *Konsistenz mit E* aufbauen können, da E zunächst ja noch gar nicht zur Verfügung steht (vielmehr ist es gerade das Ziel dieser Überlegungen, es zu definieren!). Dies macht es notwendig, zunächst zwischen der Menge, bzgl. der ein Default δ hinsichtlich seiner Voraussetzung $pre(\delta)$ überhaupt anwendbar ist, und der Menge, bzgl. der die *konsistente* Anwendung von δ geprüft wird (dem sog. *Kontext*), zu trennen. Durch die Definition von E als *Fixpunkt* wird diese Unterscheidung wieder aufgehoben und eine adäquate Realisierung des Begriffs einer Extension ermöglicht. Dies motiviert die folgende Definition:

Definition 6.6 (Anwendbarkeit bzgl. eines Kontextes) Sei F eine deduktiv abgeschlossene Menge von Formeln, sei K eine beliebige Formelmenge (der *Kontext*).

Ein Default $\delta = \dfrac{\varphi \;:\; \psi_1, \ldots, \psi_n}{\chi}$ heißt *anwendbar auf F bzgl. K* gdw. $\varphi \in F$ und $\neg\psi_1, \ldots, \neg\psi_n \notin K$. □

Der Fall $K = F$ beschreibt die normale Anwendbarkeit eines Defaults (vgl. Definition 6.5).

Zunächst werden nun die obigen Forderungen durch einen Operator Λ_T umgesetzt, der zusätzlich noch den Aspekt der Minimalität berücksichtigt:

Definition 6.7 (Operator Λ_T) Es sei $T = (W, \Delta)$ eine Default-Theorie. Für jede Menge geschlossener Formeln S sei $\Lambda_T(S)$ die kleinste Formelmenge F, die die folgenden drei Bedingungen erfüllt:

1. $W \subseteq F$;
2. $Cn(F) = F$;
3. Ist $\dfrac{\varphi \;:\; \psi_1, \ldots, \psi_n}{\chi}$ ein Default aus Δ, der auf F bzgl. S anwendbar ist, dann ist auch $\chi \in F$.

□

$\Lambda_T(S)$ ist also die kleinste deduktiv abgeschlossene Formelmenge, die die Menge der Fakten W enthält und die unter Default-Anwendung bzgl. des Kontextes S abgeschlossen ist.

Definition 6.8 (Extension) Eine Menge geschlossener Formeln E heißt *Extension einer Default-Theorie $T = (W, \Delta)$*, wenn gilt

$$\Lambda_T(E) = E$$

wenn also E ein *Fixpunkt* des Operators Λ_T ist. □

Dies ist die originale Definition eines Defaults, so wie man sie bei Reiter [Rei80] und üblicherweise in der Literatur findet. Sie ist jedoch *nicht konstruktiv*, da schon in der Definition des Operators Λ_T die Anwendbarkeit des Defaults vor dem Hintergrund einer zunächst nicht bekannten Menge $\Lambda_T(S)$ geprüft werden muss.