Multivariate translationsinvariante Räume

Ronny Bergmann

Institut für Mathematk, Universität zu Lübeck
bergmann@math.uni-luebeck.de

Die Betrachtung multivariater translationsinvanter Räume basiert auf sogenannten erzeugenden Mustern $\mathcal{P}(\mathbf{M})$, $\mathbf{M} \in \mathbb{Z}^{d\times d}$, $|\det \mathbf{M}| > 0$ [1]. Mit dem erzeugenden Muster und der dazugehörigen (dualen) erzeugenden Gruppe $\mathcal{G}(\mathbf{M})$ lässt sich eine Fourier-Matrix $\mathcal{F}(\mathbf{M})$ definieren , um eine diskrete Fourier-Transformation auf dem Muster zu realisieren. Dies stellt eine Verallgemeinerung des eindimensionalen Falles dar, in dem bereits periodische Wavelets betrachtet wurden [2, 3]. Für den Hilbertraum der quadratisch-integrierbaren Funktionen auf dem 2π-periodischen Torus $L^2(\mathbb{T}^d)$ werden translationsinvariante Teilräume $V \subset L^2(\mathbb{T}^d)$ vorgestellt, d.h.

$$\forall f \in V : T(\mathbf{y})f := f(\circ - 2\pi\mathbf{y}) \in V, \quad \forall \mathbf{y} \in \mathcal{P}(\mathbf{M})$$

Für die Charakterisierung dieser Räume ist die diskrete Fourier-Transformation eine wichtige Grundlage, wie etwa für eine Untersuchung der Enthaltenseinsbeziehung verschiedener translationsinvarianter Räume. Für die Berechnung einer Zerlegung in Unterräume ist zusätzlich eine schnelle Implementierung der Fourier-Transformation notwendig.

Literatur

[1] Langemann, D. ; Prestin, J.: Multivariate periodic wavelet analysis. In: *Applied and Computational Harmonic Analysis* 28 (2010), Nr. 1, S. 46–66

[2] Plonka, G. ; Tasche, M.: On the computation of periodic spline wavelets. In: *Applied and Computational Harmonic Analysis* 2 (1995), Nr. 1, S. 1–14

[3] Selig, K.: *Periodische Wavelet-Packets und eine gradoptimale Schauderbasis*, Universität of Rostock, Diss., 1998