

Compressed Sensing mittels zufälliger Faltungen

FELIX KRAHMER

Institut für Numerische und Angewandte Mathematik, Universität Göttingen

Die Theorie des *Compressed Sensing* beschäftigt sich mit folgender Fragestellung: Gegeben sei eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und ein dünn-besetztes Signal x , also $x_i = 0$ für alle bis auf s Indizes i . Für welche Matrizen A kann x eindeutig und effizient aus dem Vektor aus linearen Messungen $y = Ax$ rekonstruiert werden, obwohl $m \ll n$? Eine hinreichende Bedingung dafür, dass das möglich ist, ist die *Restricted Isometry Property* (RIP). A hat die RIP, wenn ihre Einschränkung auf wenige Spalten sich fast wie eine Isometrie verhält.

Wir untersuchen Matrizen A bezüglich der RIP, die die Faltung von x mit einem Zufallsvektor und eine anschließende Einschränkung auf einen Teil der Einträge beschreiben. Wir führen die Frage auf die Abschätzung von Zufallsvariablen der Form $\sup_{A \in \mathcal{A}} |\|A\epsilon\|_2^2 - \mathbb{E}\|A\epsilon\|_2^2|$ zurück, wobei \mathcal{A} eine Menge von Matrizen und ϵ ein Rademacher-Vektor ist, also ein Vektor, der aus unabhängigen Zufallsvariablen der Verteilung $\mathbb{P}(\epsilon_i = \pm 1) = \frac{1}{2}$ besteht. Wir entwickeln eine allgemeine Abschätzung für Zufallsvariablen dieser Form und zeigen damit, dass die betrachteten Matrizen mit hoher Wahrscheinlichkeit die RIP haben, wenn $m \geq Cs \log(n)^4$.

Die vorgestellten Ergebnisse wurden in Zusammenarbeit mit Shahar Mendelson und Holger Rauhut entwickelt.