

Fourier-Rekonstruktion von Translaten bivariater Funktionen aus dünn besetzten Daten

M. Wischerhoff

Institut für Numerische und Angewandte Mathematik
Georg-August-Universität Göttingen

In diesem Vortrag wird das Problem untersucht, wie eine Funktion f der Form

$$f(v) = \sum_{j=1}^M c_j \Phi(\|v - v_j\|_2), \quad v \in \mathbb{R}^2, v_j \in \mathbb{R}^2 \text{ (paarweise verschieden)}, c_j \in \mathbb{R}_+, M \in \mathbb{N}$$

aus möglichst wenig Fourier-Daten rekonstruiert werden kann. Hierbei wird als bivariate Funktion $\Phi(\|\cdot\|_2)$ die Verknüpfung der univariaten Gauß-Funktion Φ mit der euklidischen Norm $\|\cdot\|_2$ betrachtet, wobei

$$\Phi : \mathbb{R} \rightarrow (0, 1], \quad \Phi(r) = e^{-\alpha r^2} \text{ mit festem Parameter } \alpha > 0.$$

Der Vortrag wird zeigen, dass es bei der Annahme, dass f eine Linearkombination von „wenigen“ Funktionen der Form $\Phi(\|\cdot - v_j\|_2)$ ist, möglich ist, die Funktion f aus Fourier-Daten, die auf vier radialen Linien äquidistant abgetastet wurden, zu rekonstruieren.

Hierzu werden die *approximative Prony-Methode* sowie ein geometrischer Ansatz verwendet, um die Punkte v_j (und damit die Anzahl M) sowie die Amplituden c_j zu bestimmen.

Literatur

- [1] PETER ; POTTS ; TASCHE: Nonlinear approximation by sums of exponentials and translates.
In: *SIAM J. Sci. Comput.* 33 (2011), Nr. 4, S. 1920–1944