

Ungewissheit versus Unsicherheit in Sozialen Netzwerken

Wilhelm Rödder*, Andreas Dellnitz** und Ivan Gartner***

Diskussionsbeitrag Nr. 493

Februar 2016

Diskussionsbeiträge der Fakultät für Wirtschaftswissenschaft
der FernUniversität in Hagen

Herausgegeben vom Dekan der Fakultät

Alle Rechte liegen bei den Verfassern

* Forschungsbereich OR
** Lehrstuhl für Wirtschaftsmathematik und Quantitative Methoden
*** Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de Brasília

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Präliminarien	2
2.1	Syntax, Netzrahmen und Netzbelegung	2
2.2	MinREnt-Belegung und Evidenz	3
3	Eigenschaften von Belegungen	4
3.1	Nicht-Brauchbarkeit und Nicht-Eindeutigkeit von Netzbelegungen	4
3.2	Ungewissheit in Netzbelegungen	7
3.3	Relevanz und Irrelevanz	10
4	Gewissheitsanalyse eines mittelgroßen Netzes	14
5	Zusammenfassung und Ausblick	15

Abbildungsverzeichnis

1	Netzrahmen und Soziales Netz; mögliche Weitergaben ($--\rightarrow$) und Weitergaben (\rightarrow) im SN.	3
2	Unbrauchbare Belegung mit 2 Akteuren.	4
3	Unbrauchbare Belegung mit 3 Akteuren.	5
4	2-er Netz mit nicht eindeutiger Belegung.	5
5	3-er Netz mit nicht eindeutiger Belegung.	6
6	Gewissheit für $k i$	8
7	4-er Netz mit partieller Ungewissheit.	9
8	Behebung partieller Ungewissheit.	9
9	3-er Netz mit sequentieller Struktur.	10
B.1	Stammbaum der Familie.	18
B.2	Informationsfluss in der Familie.	20
B.3	CM2 informiert die Familie.	20

Tabellenverzeichnis

1	Ausgewählte Belegungen zu Abbildung 4.	6
2	Ausgewählte Belegungen zu Abbildung 5.	6
3	MaxEnt Belegung für ein 3-er Netz.	7
4	Weitere Belegungen zu Abbildung 4.	10
5	Ausgewählte Belegungen zu Abbildung 10.	11
6	Weitere Belegungen zu Abbildung 10.	11
7	Q^* zu Beispiel 1 ii).	13
8	Q^* zu Beispiel 3 i).	13
9	Ir/relevanz der Empfangswahrscheinlichkeiten ausgewählter Paare. 14	
A.1	Simplextableau zu 3 i).	17
B.1	Regeltabelle zum Familienbeispiel.	19

1 Einführung

Ein Soziales Netzwerk bedeutet umgangssprachlich eine Gruppe von Akteuren und ihr vielfältiges Beziehungsgeflecht. Die Soziologie trieb schon früh die Frage um, warum vernetzte Akteure in unserer Gesellschaft erfolgreicher als andere sind. Émile Durkheim formulierte bereits 1885 den Satz „Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile“ [1]. Um dieses „mehr“ im Netz zu ergründen, entspann sich eine intensive wissenschaftliche Diskussion, über deren historischen Ablauf Jansen [2] in Kapitel 2 ihres Buches einen kompetenten Überblick gibt. Jakob Moreno, ein Soziologe der Wiener Schule, wanderte in die USA aus und „erfand“ in der Form von Soziogrammen eine graphentheoretische Repräsentationsform von Sozialen Netzen [3]. Seine Idee wurde weltweit aufgenommen und führte zu einer quantitativen Netzwerkanalyse, der Soziometrie. Akteure im Netz werden hierin durch ihre Zentralität, ihre Einbindung, ihre Brückenfunktion oder ihre Rolle gemäß graphentheoretischer Methoden charakterisiert. Einen guten Überblick gibt wiederum Jansen [2] oder auch Scott [4]; für den eher mathematisch orientierten Leser verweisen wir auf Newman [5].

Eine neuere Form der Modellierung von Netzen und der Netzwerkanalyse lehnt sich an die graphentheoretische Sicht an, interpretiert aber einen Pfeil als Konditional: wenn–dann. Immer dann, wenn eine Nachricht, ein immaterielles Gut oder eine Attitüde im Netz weitergegeben werden soll und die Akteure bzgl. ihres Einflusses über solche Weitergaben oder Vererbungen charakterisiert werden sollen, bietet sich diese Modellierung an; siehe [6], [7], [8]. Eine jüngere Arbeit beschreibt den Fall, dass die Weitergabe von Nachrichten unsicher ist [9]. Hier setzt die vorliegende Schrift an. Auf der Menge aller Zustände des Netzes – Akteure kennen die Nachricht oder kennen sie nicht – wird eine Wahrscheinlichkeitsverteilung aufgebaut, die dem Prinzip Maximaler Entropie bzw. Minimaler Relativer Entropie oder Kullback-Leibler Divergenz zur Gleichverteilung genügt. Für diese Begrifflichkeiten vergleiche man [10, 11, 12]. Mittels einer solchen Verteilung lässt sich jede (bedingte) Wahrscheinlichkeit im Netz unverzerrt berechnen. Manche solcher Wahrscheinlichkeiten sind jedoch nur Vermutungen, ihre wirklichen Werte sind noch ungewiss. So kann insbesondere die Wahrscheinlichkeit, dass ein nicht unmittelbar benachbarter Akteur j eine Nachricht von Akteur i erhält, sich mit zunehmender Vermaschung des Netzes noch ändern. Diese unbefriedigende Situation kann man jedoch teilweise heilen: Es lassen sich Ungewissheitsintervalle für diese Wahrscheinlichkeiten bestimmen.

Der Aufbau der Arbeit ist wie folgt: In Kapitel 2 werden Syntax – Abschnitt 2.1 – und die Wissensverarbeitung nach dem Prinzip Maximaler Entropie (MaxEnt) bzw. Minimaler Relativer Entropie (MinREnt) – Abschnitt 2.2 – eingeführt. Kapitel 3 ist dem Studium von Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf Netzen gewidmet. In Abschnitt 3.1 behandeln wir Fragen der Brauchbarkeit und Mehrdeutigkeit solcher Verteilungen, in den Abschnitten 3.2 und 3.3 die aus der Mehrdeutigkeit resultierende (Un-)Gewissheit bzw. (Ir-)Relevanz gewisser Netzauswertungen. Das alles mündet dann in eine Demonstration der erarbeiteten

ten Ergebnisse anhand eines mittelgroßen Netzes in Kapitel 4. Kapitel 5 ist eine Zusammenfassung und versucht einen Ausblick auf zukünftige Untersuchungen.

2 Präliminarien

2.1 Syntax, Netzrahmen und Netzbelegung

Man betrachte eine Menge von n Akteuren a_1, \dots, a_n . Jeder Akteur a_i wird im Netz mittels einer binären Variablen V_i mit Ausprägungen $V_i = v_i$ und $v_i = i/\bar{i}$ dargestellt. $v = (v_1, \dots, v_n)$ sind somit entsprechende Konfigurationen. Für Paare von Akteuren heißen die Ausdrücke $V_j = j \mid V_i = i$ Konditionale, auch abgekürzt als $j \mid i$; \mid ist der Konditionaloperator. Für eine ausgiebige Diskussion von Konditionalen siehe z. B. Calabrese in [13] oder auch [7].

Die Semantik der vereinbarten Symbole ist die folgende: $V_i = i/\bar{i}$ ist die Proposition Akteur a_i kennt die Nachricht oder hat eine gewisse Attitüde (i) oder nicht (\bar{i}). Die Konditionale bedeuten die Weitergabe: Wenn a_i sie hat, dann auch a_j . Grundsätzlich ist die Weitergabe von jedem a_i zu jedem a_j möglich, es werden also alle Konditionale $V_j = j \mid V_i = i$ für $i, j = 1, \dots, n$ und $i \neq j$ betrachtet. In graphentheoretischem Duktus betrachten wir mithin einen vollständigen gerichteten Graphen mit den V_i als Knoten und $V_j = j \mid V_i = i$ als Pfeilen. Wegen der potentiellen Weitergabe von Nachrichten von jedem zu jedem Akteur ist dieser Graph vollständig in dem Sinne, dass es zwischen je zwei Akteuren einen Pfeil in Hin- und einen in Rückrichtung gibt. Solch ein Graph wie auch seine konditionale Entsprechung heißt *Netzrahmen*.

Durch soziologische Erhebungen sind nun für einige Paare von Akteuren (a_i, a_j) Wahrscheinlichkeiten p_{ij} der Nachrichtenweitergabe bekannt, für andere sind sie es nicht. In den Netzrahmen wird hierdurch ein Soziales Netz (SN) eingebettet. Das Soziale Netz besteht also aus einer Teilmenge $N \subseteq \{1, \dots, n\} \times \{1, \dots, n\}$ und den dazugehörigen Konditionalen und Wahrscheinlichkeiten

$$V_j = j \mid V_i = i \text{ mit } p_{ij} \text{ für } (i, j) \in N. \quad (1)$$

Gesucht wird nun nach einer Wahrscheinlichkeitsverteilung Q auf $\mathcal{V} = \{v\}$, die die Weitergabewahrscheinlichkeiten – kurz WWn – respektiert:

$$Q(V_j = j \mid V_i = i) = p_{ij} \text{ für } (i, j) \in N. \quad (2)$$

Solch eine Verteilung wird *Netzbelegung* genannt.

Die folgende Abbildung 1 visualisiert die Zusammenhänge anhand eines Beispiels mit 4 Akteuren, dem vollständigen Netzrahmen und einem eingebetteten Sozialen Netz.

Die linke Variante in Abbildung 1 zeigt den Netzrahmen mit SN, die rechte nur das SN. In der vorliegenden Schrift werden stets nur SN dargestellt; die noch unbekanntes Nachrichtenweitergaben im Netzrahmen sind also unterdrückt, aber über andere Akteure oder bei potentiellen (zukünftigen) Netzerweiterungen möglich. So kann in Abbildung 1 eine Nachricht von Akteur a_l über

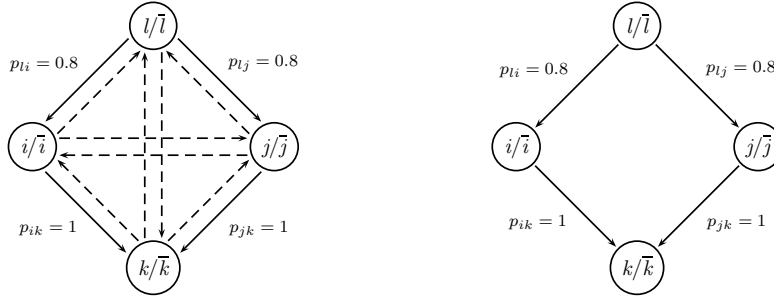


Abbildung 1: Netzrahmen und Soziales Netz; mögliche Weitergaben (\dashrightarrow) und Weitergaben (\longrightarrow) im SN.

a_j oder a_i zu a_k fließen. Ergebnis einer zukünftigen soziologischen Untersuchung mag aber auch sein, dass der a_k den a_j oder sogar den a_l informieren kann. Dieser Beitrag schließt solche potentiellen Weitergaben modelltheoretisch ein und beantwortet die Frage, inwieweit die entsprechenden WWn bereits durch die bisher bekannte Netzstruktur festliegen oder ob sie noch völlig ungewiss sind.

2.2 MinREnt-Belegung und Evidenz

Die Expertensystemshell SPIRIT [14] gestattet den Aufbau von MinREnt-Belegungen auf einem Netz [15]. Sind die gewünschten Weitergaben $V_j = j \mid V_i = i$ mit Wahrscheinlichkeiten p_{ij} für $(i, j) \in N$ gegeben, so löst sie das Optimierungsproblem

$$\mathbf{Q}^* = \arg \min R(\mathbf{Q}, \mathbf{P}^0) = \sum_v \mathbf{Q}(v) \log_2 \frac{\mathbf{Q}(v)}{\mathbf{P}^0(v)} \quad (3)$$

u. d. N. $\mathbf{Q}(V_j = j \mid V_i = i) = p_{ij}, (i, j) \in N.$

Die Aufgabe (3) respektiert also die p_{ij} und baut die Belegung \mathbf{Q}^* minimaler relativer Entropie bzw. Kullback-Leibler Divergenz R zur Gleichverteilung \mathbf{P}^0 auf \mathcal{V} auf. Die Minimierung in (3) ist bekanntlich äquivalent zur Maximierung der Entropie $H = -\sum_v \mathbf{Q}(v) \log_2 \mathbf{Q}(v)$. Daher spricht man gleichermaßen von MinREnt- und MaxEnt-Belegung. \mathbf{Q}^* ist eine in der KI als Wissensbasis über die gesamte Netzstruktur gebräuchliche Verteilung [9]; ihr Aufbau gemäß (3) erfährt eine strenge axiomatische Rechtfertigung z. B. in [12].

Ist diese Belegung berechnet, stellt sich die Frage nach konkreten Weitergaben einer Nachricht/eines Gutes, falls ein Akteur a_i sie/es abschickt: $V_i = i$. Im Zusammenhang unseres Kontextes heißt dieser Vorgang Evidenzierung.

Falls also Akteur a_i die Nachricht abschickt, durchdringt sie das Netz entsprechend der festgelegten Konditionalstruktur. Dieser Vorgang der Evidenzierung

erfolgt in SPIRIT durch Lösen der Aufgabe

$$Q^{**} = \arg \min R(Q, Q^*) = \sum_v Q(v) \log_2 \frac{Q(v)}{Q^*(v)} \quad (4)$$

u. d. N. $Q(V_i = i) = 1$.

Q^{**} ist die Belegung auf dem Netz minimaler relativer Entropie unter der Bedingung, dass $V_i = i$ ist. Evidenzieren ist also das Konditionieren einer ganzen Verteilung. Hat man Q^{**} , ist damit auch $Q^{**}(V_j = j)$ für jedes $j \neq i$ berechenbar. $Q^{**}(V_j = j)$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass a_j die Nachricht empfängt, falls a_i sie abschickt. Angesichts der Überlegungen des vorigen Abschnitts kann a_j ein Nachbar von a_i sein oder nicht. Ja selbst für einen im SN nicht-„erreichbaren“ a_j stellt sich ein $Q^{**}(V_j = j)$ ein. Ob dieser Wert aber durch die Wahrscheinlichkeitsstruktur des bekannten SN bestimmt ist oder ob er noch eine völlig ungewisse Vermutung ist, wird im nächsten Kapitel zu untersuchen sein.

3 Eigenschaften von Belegungen

3.1 Nicht-Brauchbarkeit und Nicht-Eindeutigkeit von Netzbelegungen

Belegungen Q heißen brauchbar, wenn für alle i $0 < Q(V_i = i) < 1$ gilt, sonst heißen sie unbrauchbar. Eine ausgiebige Begründung für diese Forderung findet sich in [9]. Es leuchtet jedoch sofort ein, dass für z. B. $Q(V_i = i) = 0$ bzw. $Q(V_i = \bar{i}) = 0$ die bedingte Wahrscheinlichkeit $Q(V_j = j \mid V_i = i)$ bzw. $Q(V_j = j \mid V_i = \bar{i})$ stets entartet ist. Solche Belegungen sind für unsere Zwecke ungeeignet. Das folgende Beispiel ist der zitierten Arbeit entnommen; wir wiederholen es, um die Unbrauchbarkeit von Belegungen transparent zu machen.

Beispiel 1.

i)

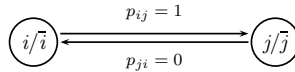


Abbildung 2: Unbrauchbare Belegung mit 2 Akteuren.

Für jede die konditionalen Forderungen ans Netz erfüllende Belegung Q gilt $Q(V_i = i) = 0$.

ii)

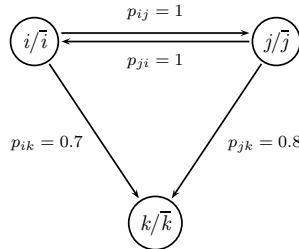


Abbildung 3: Unbrauchbare Belegung mit 3 Akteuren.

Für jede die konditionalen Forderungen ans Netz erfüllende Belegung Q gilt $Q(V_i = i) = Q(V_j = j) = 0$.

Die Beweise sind trivial und werden hier ausgespart.

Beispiel 1 zeigt eindringlich, dass eine unbedachte Vergabe von p_{ij} zu nicht brauchbaren Belegungen führen kann. Die Autoren zeigen jedoch in [9] die Existenz von brauchbaren Belegungen für $p_{ij} = p \forall (i, j)$. Sind also alle Weitergabewahrscheinlichkeiten auf dem Netz identisch, gibt es stets eine brauchbare Belegung. Sind die p_{ij} verschieden, kann eine brauchbare Belegung existieren oder auch nicht. In dem zitierten Beitrag werden beide Fälle vorgestellt. Die Nicht-Eindeutigkeit von Belegungen bedarf ebenfalls unserer Aufmerksamkeit. In der Regel reicht die Weitergabestruktur eines Sozialen Netzes nicht für die Eindeutigkeit von Q hin.

Beispiel 2.

i)

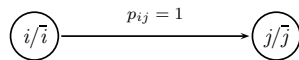


Abbildung 4: 2-er Netz mit nicht eindeutiger Belegung.

Die folgende Kontingenztafel zeigt zwei von überabzählbar vielen Belegungen für dieses Modell.

V_i	V_j	Q^1	Q^2
\bar{i}	\bar{j}	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
i	\bar{j}	0	0
\bar{i}	j	$\frac{1}{3}$	0
\bar{i}	\bar{j}	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

Es gilt $Q^1(i | j) = \frac{1}{2}$ und $Q^2(i | j) = 1$.

Tabelle 1: Ausgewählte Belegungen zu Abbildung 4.

ii)

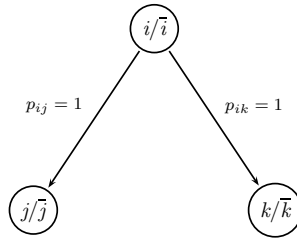


Abbildung 5: 3-er Netz mit nicht eindeutiger Belegung.

Die folgende Kontingenztabelle zeigt zwei von überabzählbar vielen Belegungen für dieses Modell.

V_i	V_j	V_k	Q^1	Q^2	V_i	V_j	V_k	Q^1	Q^2
i	j	k	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	\bar{i}	j	k	$\frac{1}{5}$	0
i	\bar{j}	\bar{k}	0	0	\bar{i}	\bar{j}	\bar{k}	$\frac{1}{5}$	0
i	\bar{j}	k	0	0	\bar{i}	j	k	$\frac{1}{5}$	0
i	j	\bar{k}	0	0	\bar{i}	\bar{j}	\bar{k}	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$

Tabelle 2: Ausgewählte Belegungen zu Abbildung 5.

Es gilt

$$Q^1(i | j) = Q^1(i | k) = \frac{1}{3}, \quad Q^1(k | j) = Q^1(j | k) = \frac{2}{3}$$

$$Q^2(i | j) = Q^2(i | k) = Q^2(k | j) = Q^2(j | k) = 1.$$

In beiden Fällen i) und ii) des Beispiels 2 ist die Belegung also nicht eindeutig und führt zu völlig verschiedenen Wahrscheinlichkeiten, dass in i) Akteur a_i

die Nachricht von a_j bzw. in ii) Akteur a_i sie von a_j , a_i von a_k oder a_j von a_k bzw. umgekehrt erhält. Bitte bedenken Sie nochmals, dass bei zukünftiger Netzerweiterung all diese WWn benötigt werden können. Für keinen Fall liefert jedoch die aktuelle Netzstruktur belastbare Ergebnisse.

Q^1 in Beispiel 2 i) und Q^1 in ii) sind die im Abschnitt 2.2 vorgestellten MaxEnt-Belegungen. Löst man (3) mit p_{ij} für i) bzw. mit p_{ij} und p_{ik} für ii), ergibt sich jeweils $Q^* = Q^1$. Doch auch solche speziellen Verteilungen heilen anscheinend nicht das Problem der Ungewissheit über noch unbekannte WWn. Dies wird im folgenden Abschnitt thematisiert.

3.2 Ungewissheit in Netzbelegungen

Hat man eine Netzbelegung, kann man Vermutungen über noch unbekannte WWn anstellen, wie wir es beispielhaft bereits in Beispiel 2 getan haben. Das galt natürlich auch für das spezielle Q^* . Doch wie gewiss sind solche Vermutungen? Schließlich kann eine weitere Strukturanreicherung des Netzes auch Q^* verändern.

Beispiel 2. ii) (Fortsetzung)

In $Q^* = Q^1$ wurde $p_{ij} = p_{ik} = 1$ gefordert, sonst nichts. Alle nicht festgelegten WWn waren nur Vermutungen und sind durch die Netzstruktur auch keinesfalls untermauert. Das ändert sich, wenn eine zusätzliche soziologische Erhebung ergibt, dass Akteur a_k den a_i auch sicher informieren kann: $p_{ki} = 1$. Die dazugehörige Kontingenztafel bei maximaler Entropie ist:

V_i	V_j	V_k	Q^*	V_i	V_j	V_k	Q^*
\bar{i}	\bar{j}	\bar{k}	$\frac{1}{3}$	\bar{i}	\bar{j}	\bar{k}	0
i	\bar{j}	\bar{k}	0	\bar{i}	j	\bar{k}	$\frac{1}{3}$
i	\bar{j}	k	0	\bar{i}	\bar{j}	k	0
i	\bar{j}	\bar{k}	0	\bar{i}	\bar{j}	\bar{k}	$\frac{1}{3}$

Tabelle 3: MaxEnt Belegung für ein 3-er Netz.

Ungewiss geblieben sind jetzt nur noch $Q^*(V_i = i | V_j = j) = Q^*(V_k = k | V_j = j) = \frac{1}{2}$, alle anderen Weitergaben sind gewiss. Man beachte, dass sich nicht nur die neu spezifizierten Weitergaben geändert haben, sondern auch $Q^*(V_i = i | V_j = j)$ und $Q^*(V_k = k | V_j = j)$ von ehemals $\frac{1}{3}$ bzw. $\frac{2}{3}$ zu $\frac{1}{2}$. Sie sind weiterhin ungewiss, zumal sie immer noch nicht durch das Weitergabemuster unterstützt werden.

Resümierend halten wir fest, dass WWn sich auch unter Q^* dann berechnen lassen, wenn sie bloße Vermutungen und noch völlig ungewiss sind. Die Zahlenwerte sind dann für eine Netzanalyse irrelevant.

Nicht immer jedoch sind WWn ungewiss. Manchmal sind sie gewiss, selbst wenn die Akteure keine Nachbarn im Netz sind.

Beispiel 1. ii) (Fortsetzung)

Leicht modifiziert betrachten wir

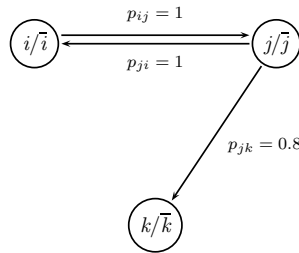


Abbildung 6: Gewissheit für $k \mid i$.

Der Pfeil von i zu k mit $p_{ik} = 0.7$ hatte zu einer unbrauchbaren Netzbelegung geführt. Wie man leicht nachrechnet, ist für jedes Q $Q(V_k = k \mid V_i = i) = Q(V_k = k \mid V_j = j)$ und liegt somit fest. Ungewissheit ist nicht vorhanden; hat a_i die Nachricht, dann auch sicher a_j und schließlich a_k mit Wahrscheinlichkeit 0.8.

Schließlich behandeln wir noch beispielhaft den Fall partieller Ungewissheit. In manchen Netzstrukturen tritt der Fall auf, dass die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Akteur eine vom anderen Akteur emittierte Nachricht erhält,

- nicht völlig ungewiss ist,
- nicht absolut gewiss ist,

sondern noch in einem Intervall variieren kann. Bei zukünftigen Netzerweiterungen kann sich die partielle Ungewissheit ändern oder sogar völlig verschwinden. Wir exemplifizieren diese partielle Ungewissheit wieder an einem kleinen Netz.

Beispiel 3.

- i) Zum Netz aus Abbildung 1 berechnet man mit SPIRIT die MaxEnt-Belegung Q^* und bestimmt $Q^*(V_k = k \mid V_l = l)$ zu 0.9702.

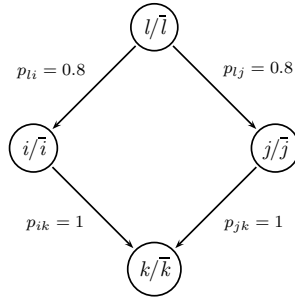


Abbildung 7: 4-er Netz mit partieller Ungewissheit.

ii) Zur Überprüfung der Ungewissheit des in i) berechneten Wertes löst man ein LP in den 16 Variablen $Q(l i j k)$ bis $Q(\bar{l} \bar{i} \bar{j} \bar{k})$ der Form

$$\max (\min) Q(V_k = k)$$

$$\text{u. d. N. } Q(V_i = i \mid V_l = l) = 0.8, \quad Q(V_j = j \mid V_l = l) = 0.8, \quad Q(V_k = k \mid V_i = i) = 1,$$

$$Q(V_k = k \mid V_j = j) = 1, \quad \text{Normierung und Nichtnegativität}$$

$$\text{und bei evidenter Nachrichtenemission } Q(V_l = l) = 1.$$

Das Ergebnis ist $Q_{max} = 1$ und $Q_{min} = 0.8$. Das LP ist in Anhang A beigefügt.

Beispiel 3 erlaubt folgende Interpretation. Die Wahrscheinlichkeit, mit der Akteur a_k die Nachricht erhält, nachdem a_l sie gesendet hat, ist nur partiell ungewiss und kann noch im Bereich von 0.8 bis 1 variieren. Die Konditionalstruktur des SN legt für eine mögliche Weitergabe von a_l zu a_k die Weitergabewahrscheinlichkeit zwar noch nicht fest, schränkt sie jedoch stark ein. Diese partielle Ungewissheit würde beispielsweise behoben durch die Netzerweiterung.

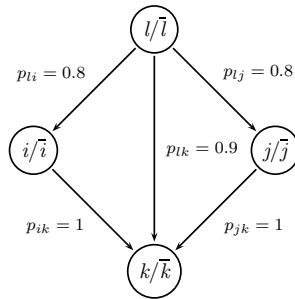


Abbildung 8: Behebung partieller Ungewissheit.

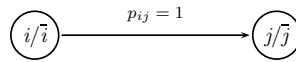
Das zur Netzerweiterung führende p_{lk} muss dabei natürlich im Intervall $[0.8, 1]$ liegen, ansonsten wird die mit den WWn konsistente Belegung unbrauchbar.

3.3 Relevanz und Irrelevanz

Im Nachgang zu Beispiel 2 (*Fortsetzung*) des letzten Abschnitts wurde die Frage der Irrelevanz von unter Q^* berechneten WWn im Netz angesprochen. Intuitiv ist klar, dass sie zumindest dann irrelevant sind, falls sie durch das Weitergabemuster in keiner Weise gestützt werden. Zur Verdeutlichung der Aussage greifen wir auf bereits vorgestellte Netze zurück.

Beispiel 4.

i) Wir zeigen nochmals das 2-er Netz aus Abbildung 4 in Beispiel 2 i)



Neben den dort betrachteten Kontingenztafeln studieren wir noch eine weitere:

V_i	V_j	Q^*	Q^2	Q^3	
\bar{i}	\bar{j}	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	ϵ	Man hat $Q^*(V_i = i V_j = j) = \frac{1}{2}$, $Q^2(V_i = i V_j = j) = 1$
i	\bar{j}	0	0	0	
\bar{i}	j	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1-\epsilon}{2}$	und $Q^3(V_i = i V_j = j) = \frac{2\epsilon}{2\epsilon + (1-\epsilon)}$, $\epsilon \in (0, 1]$
i	\bar{j}	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1-2\epsilon}{2}$	

Tabelle 4: Weitere Belegungen zu Abbildung 4.

Die WW von a_j zu a_i kann noch jeden Wert im Intervall $(0, 1]$ annehmen und bei Netzerweiterung beliebig festgelegt werden. $Q^*(V_i = i | V_j = j) = \frac{1}{2}$ ist irrelevant.

ii)

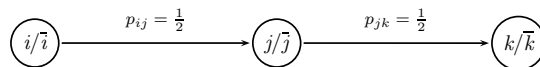


Abbildung 9: 3-er Netz mit sequentieller Struktur.

Die Kontingenztafeln zur *MaxEnt*-Verteilung und zwei weiteren Verteilungen sind

V_i	V_j	V_k	Q^*	Q^1	Q^2	V_i	V_j	V_k	Q^*	Q^1	Q^2
i	j	k	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	0	\bar{i}	\bar{j}	\bar{k}	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{5}$
i	\bar{j}	\bar{k}	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	\bar{i}	j	\bar{k}	$\frac{1}{8}$	0	0
i	\bar{j}	k	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	0	\bar{i}	\bar{j}	k	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{5}$
i	\bar{j}	\bar{k}	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	\bar{i}	j	\bar{k}	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

Tabelle 5: Ausgewählte Belegungen zu Abbildung 10.

Alle drei Verteilungen erfüllen die Forderungen an die WWn im Netz. Wegen $Q^1(V_i = i | V_k = k) = 1$ und $Q^2(V_i = i | V_k = k) = 0$ ist die Vermutung $Q^*(V_i = i | V_k = k) = \frac{1}{2}$ irrelevant.

Die bisherigen Erörterungen führen zu folgender Definition.

Definition 1. In einem beliebigen Netz und zu einem beliebigen Paar von Akteuren a_i und a_j ist die unter Q^* berechnete Wahrscheinlichkeit $Q^*(V_j = j | V_i = i)$ irrelevant, falls es die Netzforderungen erfüllende Belegungen Q^u , Q^o mit $Q^u(V_j = j | V_i = i) \sim 0$ und $Q^o(V_j = j | V_i = i) \sim 1$ gibt. Anderenfalls heißt sie relevant.

In Abschnitt 3.2 wurde ermittelt, dass für Beispiel 3 $Q^*(V_k = k | V_l = l) = 0.9702$ und $Q_{min} = 0.8$ sowie $Q_{max} = 1$ war, die WW also nur noch in diesen Grenzen variieren konnte. Der Wert 0.9702 ist relevant. Die übrigen WWn $Q^*(V_l = l | V_i = i)$, $Q^*(V_l = l | V_j = j)$, $Q^*(V_i = i | V_k = k)$, $Q^*(V_j = j | V_k = k)$ und $Q^*(V_l = l | V_k = k)$ sind natürlich irrelevant.

Leider entspricht die Begrifflichkeit Relevanz/Irrelevanz nicht immer unseren graphischen Vorstellungen. Hierzu die Fortführung des Beispiels 4.

Beispiel 4. (Fortsetzung)

iii) Man betrachtet zu ii) folgende weitere Verteilungen:

V_i	V_j	V_k	Q^3	Q^4	V_i	V_j	V_k	Q^3	Q^4
i	\bar{j}	k	0	0.141	\bar{i}	j	k	0.257	0.116
i	j	\bar{k}	0.141	0	\bar{i}	j	\bar{k}	0.116	0.257
i	\bar{j}	k	0	0.141	\bar{i}	\bar{j}	k	0.172	0.172
i	\bar{j}	\bar{k}	0.141	0	\bar{i}	\bar{j}	\bar{k}	0.172	0.172

Tabelle 6: Weitere Belegungen zu Abbildung 10.

Sie erfüllen beide die WWn des Netzes wie in Beispiel 4 ii), jedoch gilt $Q^3(V_k = k | V_i = i) = 0$ und $Q^4(V_k = k | V_i = i) = 1$. Jedwede WW von a_i

zu a_k mit $Q^*(V_k = k \mid V_i = i) = \frac{1}{2}$ ist ebenfalls irrelevant.

Der letzte Satz in Beispiel 4 (*Fortsetzung*) ist gewöhnungsbedürftig. Das Weitergabemuster enthält einen Pfad von i nach k und dennoch liegt die WW der Nachricht keinesfalls fest. Erst weitere soziologische Erhebungen könnten diese Ungewissheit beheben.

Die Bestimmung des Ungewissheitsintervalls mit linearer Programmierung wie in Beispiel 3 war aufwändig und ist für große Netze unökonomisch oder sogar unmöglich. Im folgenden Kapitel werden solche Intervalle für ein Netz mit 20 Akteuren berechnet. Die entsprechenden LP-Probleme haben dann $2^{20} = 1048576$ Variable; man vergleiche hierzu nochmals Anhang A.

Nun stellt das Expertensystem SPIRIT ein Verfahren zur Bestimmung des Ungewissheitsintervalls zur Verfügung. Für eine genaue Darstellung vgl. [15] oder auch [16].

Grob gesprochen geht man in folgenden Schritten vor:

Ungewissheitsintervall von $V_j = j \mid V_i = i$

1. Löse (3) mit der einzigen Nebenbedingung $Q(V_j = j \mid V_i = i) = \epsilon$ für ein hinreichend kleines $\epsilon > 0$. Ergebnis Q^{u*}
2. Löse (3) für Q^{u*} statt P^0 . Ergebnis Q^{u**}
3. Berechne $u = Q^{u**}(V_j = j \mid V_i = i)$
4. Löse (3) mit der einzigen Nebenbedingung $Q(V_j = j \mid V_i = i) = 1 - \epsilon$ für ein hinreichend kleines $\epsilon > 0$. Ergebnis Q^{o*}
5. Löse (3) für Q^{o*} statt P^0
6. Berechne $o = Q^{o**}(V_j = j \mid V_i = i)$
7. $[u, o]$ ist das Ungewissheitsintervall

Anders als in Beispiel 3 i) des Abschnitts 3.2 ist dieses Verfahren auch für größere Netze anwendbar, wie im folgenden Kapitel gezeigt wird.

Zunächst jedoch zu bereits bekannten kleineren Beispielen.

Beispiel 5.

i) *Beispiel 1 ii) Fortsetzung*

Für die angegebenen WWn berechnet SPIRIT Q^* :

V_i	V_j	V_k	Q^*	\bar{V}_i	\bar{V}_j	\bar{V}_k	Q^*
i	j	k	0.362	\bar{i}	\bar{j}	\bar{k}	0
i	j	\bar{k}	0.090	\bar{i}	\bar{j}	$\bar{\bar{k}}$	0
i	\bar{j}	k	0	\bar{i}	$\bar{\bar{j}}$	\bar{k}	0.274
i	\bar{j}	\bar{k}	0	\bar{i}	$\bar{\bar{j}}$	$\bar{\bar{k}}$	0.274

mit $Q^*(V_k = k | V_i = i) = 0.8$

Tabelle 7: Q^* zu Beispiel 1 ii).

Berechnung von Q^{u*} , Q^{u**} ergibt $u = Q^{u**}(V_k = k | V_l = l) = 0.8$

Berechnung von Q^{o*} , Q^{o**} ergibt $o = Q^{o**}(V_k = k | V_l = l) = 0.8$

Das Ungewissheitsintervall ist also $[0.8, 0.8]$, wie bereits in Beispiel 1 ii) erläutert.

ii) Beispiel 3 i)

Für die angegebenen WWn berechnet SPIRIT Q^* :

V_l	V_i	V_j	V_k	Q^*	\bar{V}_l	\bar{V}_i	\bar{V}_j	\bar{V}_k	Q^*
l	i	j	k	0.273	\bar{l}	\bar{i}	\bar{j}	\bar{k}	0.147
l	i	j	\bar{k}	0	\bar{l}	\bar{i}	\bar{j}	$\bar{\bar{k}}$	0
l	i	\bar{j}	k	0.058	\bar{l}	\bar{i}	$\bar{\bar{j}}$	\bar{k}	0.147
l	i	\bar{j}	\bar{k}	0	\bar{l}	\bar{i}	$\bar{\bar{j}}$	$\bar{\bar{k}}$	0
l	\bar{i}	j	k	0.058	\bar{l}	$\bar{\bar{i}}$	\bar{j}	\bar{k}	0.147
l	\bar{i}	j	\bar{k}	0	\bar{l}	$\bar{\bar{i}}$	\bar{j}	$\bar{\bar{k}}$	0
l	\bar{i}	\bar{j}	k	0.012	\bar{l}	$\bar{\bar{i}}$	$\bar{\bar{j}}$	\bar{k}	0.147
l	\bar{i}	\bar{j}	\bar{k}	0.012	\bar{l}	$\bar{\bar{i}}$	$\bar{\bar{j}}$	$\bar{\bar{k}}$	0

mit $Q^*(V_k = k | V_l = l) = 0.970$

Tabelle 8: Q^* zu Beispiel 3 i).

Berechnung von Q^{u*} , Q^{u**} ergibt $u = Q^{u**}(V_k = k | V_l = l) = 0.8$

Berechnung von Q^{o*} , Q^{o**} ergibt $o = Q^{o**}(V_k = k | V_l = l) = 1$

Das Ungewissheitsintervall ist also $[0.8, 1.0]$, wie bereits mittels LP in Beispiel 3 i) ermittelt wurde.

4 Gewissheitsanalyse eines mittelgroßen Netzes

Die Idee zu diesem Netz wurde einer Bachelorarbeit entnommen, geschrieben an der FernUniversität in Hagen [17]. Zu einer Familie mit 20 Mitgliedern zeigen wir den Stammbaum im Anhang in Abbildung B.1. Die Verwandtschaftsgrade aus Sicht des Verfassers VF mit entsprechenden Kürzeln in alphabetischer Reihenfolge sind: AM1 Ehemann der Cousine; AM2 Ehemann der Schwester; AW Ehefrau des Cousins 3; B Bruder; CM1 Cousin 1; CM2 Cousin 2; CM3 Cousin 3; CW Cousine; G Großmutter; GT Großtante; M Mutter; NM Neffe 2. Grades; NW Nichte 2. Grades; O1 Onkel 1; O2 Onkel 2; S Schwester; T1 Tante 1; T2 Tante 2; V Vater; VF Verfasser. Der Informationsfluss über familiäre Feste folgt nicht zwangsläufig den Verwandtschaftsgraden, sondern gelegentlich eher den vorhandenen Sympathien und Antipathien. Die WWn entnehmen Sie bitte der Abbildung B.1. Hat man sie der Shell mitgeteilt, so erlernt sie die Zusammenhänge in einer Zeit kleiner als 1 Millisekunde, Abbildung B.2 zeigt das Ergebnis: die Akteure als Rechtecke, die erfasste Weitergabestruktur als Pfeile und die Randverteilungen von Q^* auf den Akteuren. Der Balken mit der Beschriftung 1/0 bedeutet jeweils Akteur a_i kennt die Nachricht/kennt sie nicht.

Abbildung B.3 zeigt das Weitergabernetz der Familie, nachdem evident ist, dass CM2 die Nachricht über das Familienfest verbreitet. Obwohl M nur mittelbar über T2 mit ihm verbunden ist, erfährt sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.79 vom bevorstehenden Fest. Doch wie relevant ist diese Zahl?

In der folgenden Tabelle geben wir für ausgewählte Paare von Akteuren Nachrichtensender, -empfänger, Empfangswahrscheinlichkeit sowie Ungewissheitsintervall an und kommentieren.

Sender	Empfänger		Empfänger		Empfänger		Empfänger	
	Wkt.	Ungew.	Wkt.	Ungew.	Wkt.	Ungew.	Wkt.	Ungew.
CM1		CW		NW		M		T2
	0.9	[0.9,0.9]	0.84	[0.8,1]	0.73	[0.19,1]	0.36	[0,1]
AW		CM3		G		M		T2
	0.6	[0.6,0.6]	0.79	[0,1]	0.70	[0,1]	0.36	[0,1]
T1		CM1		NW		M		T2
	0.6	[0.6,0.6]	0.58	[0.44,1]	0.6	[0.6,0.6]	0.35	[0,1]
CM2		GT		O2		M		T2
	0.45	[0,1]	0.86	[0.75,1]	0.79	[0.6,1]	0.9	[0.9,0.9]

Tabelle 9: Ir/relevanz der Empfangswahrscheinlichkeiten ausgewählter Paare.

Beispielhaft betrachten wir die 1. Zeile in Tabelle 9. Die WW zu CW ist mit 0.9 festgelegt und das Ungewissheitsintervall natürlich einpunktig [0.9,0.9]. Das ändert sich schon bei NW; er empfängt die Nachricht über G oder über CW und erfährt vom Fest immerhin mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.84. Dieser Wert ist zwar (partiell) ungewiss, jedoch relevant, da er nur noch im Intervall [0.8,1] schwanken kann. Eine Netzerweiterung mit einer direkten Verbindung von CM1 zu NW ist also nur möglich, falls diese WW zwischen 0.8 und 1.0 liegt.

M erfährt die Nachricht vom Fest mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.73. Das Ungewissheitsintervall bemisst sich allerdings schon auf $[0.19,1]$. Die Information kommt bei T2 schließlich nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.36 an, und das ist auch völlig ungewiss mit $[0,1]$.

Die übrigen Zeilen liest man analog. Die gefundenen Ergebnisse können unmittelbar zur Netzerweiterung herangezogen werden. Das jedoch nur schrittweise, ist eine WW aktuell hinzugefügt, muss Q^* neu berechnet und müssen alle Ungewissheitsintervalle neu bestimmt werden.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Netzwerke sind Untersuchungsgegenstand vieler wissenschaftlicher Disziplinen: Biologie, Chemie, Informatik, Nachrichtentechnik, Medizin und Soziologie zum Beispiel. Insbesondere die Soziologie stellt die Frage nach dem Nutzen, den ein Akteur aus seinem Sozialen Netz zieht. Zur Untersuchung solcher Sachverhalte bedient sie sich oft graphischer Repräsentationsformen der Netze. In dieser sogenannten Soziometrie werden dann Graphen und Akteure in Graphen auf ihr strukturelles Zusammenspiel hin untersucht. Ziel ist u. a. die Identifikation von Stellung, Prestige, Macht oder Position von Akteuren oder Akteursgruppen im Netz. Dazu bedient man sich graphentheoretischer Indizes.

Jüngere Entwicklungen gehen einen anderen Weg. Statt Akteure als Knoten und Beziehungen als (Hyper-)Kanten darzustellen, verwenden sie Propositionen und Konditionale; hier setzt die vorliegende Arbeit an. Soziale Strukturen werden in einer Expertensystemshell namens SPIRIT [14] modelliert. Mögliche Weitergaben von Wissen, Gütern oder Attitüden werden jetzt als probabilistische wenn-dann Aussagen formuliert. Hat man in der Shell ein konkretes Netz aufgebaut, kann man vielfältige Fragen beantworten: Wie groß sind Mitteilungspotential (Diffusion) und Empfangspotential (Rezeption) eines jeden Akteurs, wie stark ist er ins Netz eingebettet (embeddedness), wie stark ist die Vermaschung des Netzes etc. Wir verweisen hierzu auf die Arbeiten [6], [7], [9].

Selbst für größere Netze – solche mit mehreren hundert Akteuren – kann man durch einen Mausklick die Weitergabewahrscheinlichkeiten von Gütern oder Attitüden zu allen anderen Akteuren berechnen; hierbei bedient sich die Shell einer Wahrscheinlichkeitsbelegung maximaler Entropie auf dem Netz. Die berechneten Weitergabewahrscheinlichkeiten erfahren damit eine aus der KI bekannte axiomatische Rechtfertigung, sie sind jedoch dennoch nur Schätzungen. Eine stärkere Netzvermaschung durch zusätzliche soziologische Erhebungen kann die Schätzungen ändern; sie sind ungewiss. Je nach Netzstruktur sind diese Ungewissheiten mehr oder weniger ausgeprägt. Die Shell SPIRIT gestattet die Berechnungen von Ungewissheitsintervallen, in denen die Weitergabewahrscheinlichkeiten schlimmstenfalls noch variieren können.

Der Aufbau eines konditionalen Netzes ist oft problematisch, da die vom Netzbauer angegebenen Weitergabewahrscheinlichkeiten nicht kompatibel sind. In

solch einem Fall existiert keine brauchbare Wahrscheinlichkeitsbelegung und der Netzbauer muss Wahrscheinlichkeiten revidieren – eine Sisyphosarbeit. In einem weiteren Beitrag soll der Frage nachgegangen werden, ob der hier vorgestellte Ungewissheitskalkül den Aufbau einer brauchbaren Belegung unterstützen kann.

Eine Frage, die in vielen Anwendungen der Netzwerktheorie eine große Rolle spielt, ist die der Relevanz von Akteuren und ihren Beziehungen im gesamten Beziehungsgeflecht. Was passiert bei Ausfall eines Akteurs oder einer Beziehung zu einem anderen: Dieses Thema ist graphentheoretisch ausgiebig diskutiert, siehe z. B. [5], im probabilistisch-konditionalen Ansatz jedoch noch nicht. Auch hier sehen wir interessanten weiterführenden Untersuchungen entgegen.

In dem im vorliegenden Beitrag gewählten Beispiel sind die Akteure Familienmitglieder und ihre Stellung im Netz bestimmt sich durch ihre Kommunikation mit anderen. Nun leben wissenschaftliche Untersuchungen von methodischen Erkenntnissen wie auch von (gesellschafts-)relevanten Anwendungen. Akteure können nicht nur Personen sondern auch Organisationen sein. Die entropieoptimale Analyse von Unternehmen – und hier speziell Banken – im Netzwerk verspricht interessante weitere Ergebnisse, vgl. auch [18].

Anhang A

$lij\bar{k}$	$lij\bar{k}$	$li\bar{j}k$	$li\bar{j}\bar{k}$	$\bar{l}ijk$	$\bar{l}ij\bar{k}$	$\bar{l}i\bar{j}k$	$\bar{l}i\bar{j}\bar{k}$	$\bar{l}ijk$	$\bar{l}ij\bar{k}$	$\bar{l}i\bar{j}k$	$\bar{l}i\bar{j}\bar{k}$	$\bar{l}ijk$	$\bar{l}ij\bar{k}$	$\bar{l}i\bar{j}k$	$\bar{l}i\bar{j}\bar{k}$	=		Bedeutung
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	=	1	Normierung
0.2	0.2	0.2	0.2	-0.8	-0.8	-0.8	-0.8									=	0	$i \mid l = 0.8$
0.2	0.2	-0.8	-0.8	0.2	0.2	-0.8	-0.8									=	0	$j \mid l = 0.8$
	1		1						1		1					=	0	$k \mid i = 1$
	1				1				1				1			=	0	$k \mid j = 1$
1	1	1	1	1	1	1	1									=	1	1 weiß es
1		1		1		1		1		1			1		1	→	max min	

Tabelle A.1: Simplextableau zu 3 i).

Anhang B

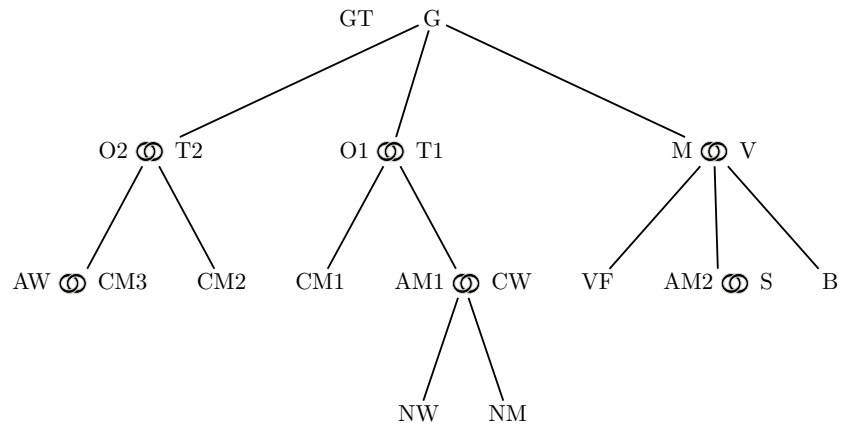


Abbildung B.1: Stammbaum der Familie.

Legende: Die Bedeutungen der Kürzel finden sich im Text auf Seite 14; M steht für „männlich“, W für „weiblich“, A für „angeheiratet“. Das Ringsymbol bedeutet „sind verheiratet“, und Zahlen werden bei mehrfachem Vorkommen des gleichen Verwandtschaftsgrads verwendet.

P_{prescr}	P_{act}	Rule text
0.6	0.60000	$AM1 CM1$
0.6	0.60000	$AM1 CW$
0.9	0.90000	$CW CM1$
0.9	0.90000	$G CW$
0.9	0.90000	$G GT$
0.6	0.60000	$NW G$
0.6	0.60000	$O1 T1$
0.6	0.60000	$CM3 AW$
0.9	0.90000	$G CM3$
0.7	0.70000	$S M$
0.7	0.70000	$B M$
0.9	0.90000	$M V$
0.8	0.80000	$M T2$
0.9	0.90000	$V M$
0.8	0.80000	$VF M$
0.6	0.60000	$VF T2$
0.9	0.90000	$O2 T2$
0.9	0.90000	$T2 CM2$
0.6	0.60000	$T1 CW$
0.9	0.90000	$G CM1$
0.9	0.90000	$NW CW$
0.6	0.60000	$M CM3$
0.8	0.80000	$M G$
0.9	0.90000	$NM CW$
0.8	0.80000	$G M$
0.6	0.60000	$M T1$
0.7	0.70000	$AM2 S$
0.6	0.60000	$CM1 T1$
0.7	0.70000	$B VF$
0.8	0.80000	$G T1$
0.6	0.60000	$V T2$
0.7	0.70000	$B S$
0.6	0.60000	$CM2 T2$
0.9	0.90000	$CM1 CW$

Tabelle B.1: Regeltabelle zum Familienbeispiel.

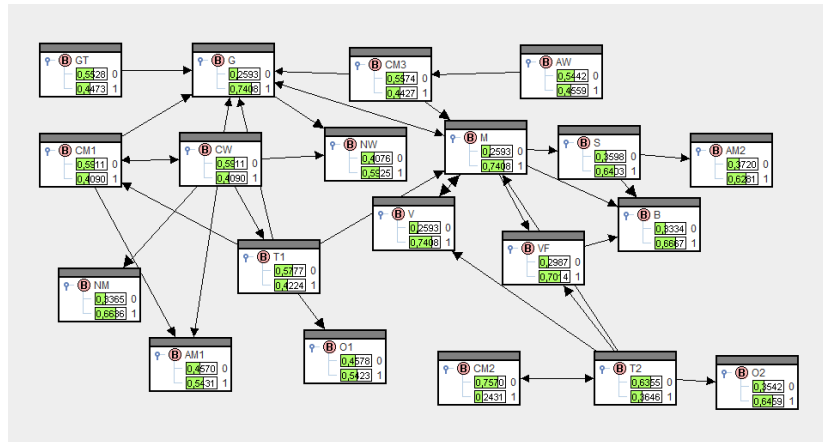


Abbildung B.2: Informationsfluss in der Familie.

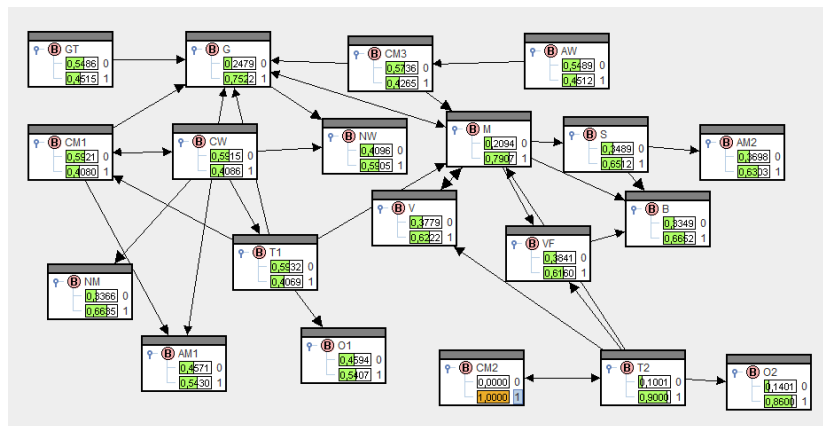


Abbildung B.3: CM2 informiert die Familie.

Literatur

- [1] É. Durkheim. *Die Regeln der soziologischen Methode*. Luchterhand, Neuwied/Berlin, 1961.
- [2] D. Jansen. *Einführung in die Netzwerkanalyse*. Leske + Budrich, Opladen, 1999.
- [3] J.L. Moreno. *Who Shall Survive: A New Approach to the Problem of Human Interrelations*. Nervous and Mental Disease Publishing Co., Washington, D.C., 1934.
- [4] J. Scott. *Social Network Analysis*. Sage Publications, London, 2000.
- [5] M.E.J. Newman. *Networks: An introduction*. Oxford University Press, Oxford, 2012.
- [6] W. Rödder and F. Kulmann. Recall and reasoning - an information theoretical model of cognitive processes. *Information Sciences*, 176(17):2439–2466, 2006.
- [7] W. Rödder, D. Brenner, and F. Kulmann. Entropy based evaluation of net structures – deployed in social network analysis. *Expert Systems with Applications*, 41(17):7968–7979, 2014.
- [8] I. Gartner. Multi-attribute utility model based on the maximum entropy principle applied in the evaluation of the financial performance of brazilian banks. In P. Guarnieri, editor, *Decision Models in Engineering and Management*, pages 29–55. Springer International Publishing, Cham, 2015.
- [9] W. Rödder, F. Kulmann, and A. Dellnitz. A new rationality in network analysis – status of actors in a conditional-logical framework –. In C. Beierle, G. Brewka, and M. Thimm, editors, *Computational Models of Rationality*, volume 20, pages 348–364. College Publications, 2016.
- [10] I. Csiszár. I-divergence geometry of probability distributions and minimization problems. *The Annals of Probability*, 3(1):148–158, 1975.
- [11] J. Shore and R. Johnson. Axiomatic derivation of the principle of maximum entropy and the principle of minimum cross-entropy. *IEEE Transactions on Information Theory*, 26(1):26–37, 1980.
- [12] G. Kern-Isberner. Characterizing the principle of minimum cross-entropy within a conditional-logical framework. *Artificial Intelligence*, 98(1-2):169–208, 1998.
- [13] P.G. Calabrese. Deduction and inference using conditional logic and probability. In I.R. Goodman, M.M. Gupta, H.T. Nguyen, and G.S. Rogers, editors, *Conditional Logic in Expert Systems*, pages 71–100. North-Holland, Amsterdam, 1991.

- [14] SPIRIT, 2011. Last accessed on 2015-09-15.
- [15] W. Rödder, E. Reucher, and F. Kulmann. Features of the expert-system-shell spirit. *Logic Journal of IGPL*, 14(3):483–500, 2006.
- [16] E. Reucher. *Modellbildung bei Unsicherheit und Ungewißheit in konditionalen Strukturen*. Logos Verlag, Berlin, 2002.
- [17] H.-E. Erlekotte. Modellierung sozialer netzwerke in spirit. *Bachelorarbeit an der FernUniversität in Hagen*, 2013.
- [18] W. Rödder, I. Gartner, and S. Rudolph. An entropy-driven expert system shell applied to portfolio selection. *Expert Systems with Applications*, 37(12):7509–7520, 2010.

Die Diskussionspapiere ab Nr. 183 (1992) bis heute, können Sie im Internet unter <http://www.fernuni-hagen.de/wirtschaftswissenschaft/forschung/beitraege.shtml> einsehen und zum Teil downloaden.

Ältere Diskussionspapiere selber erhalten Sie nur in den Bibliotheken.

Nr	Jahr	Titel	Autor/en
420	2008	Stockkeeping and controlling under game theoretic aspects	Fandel, Günter Trockel, Jan
421	2008	On Overdissipation of Rents in Contests with Endogenous Intrinsic Motivation	Schlepütz, Volker
422	2008	Maximum Entropy Inference for Mixed Continuous-Discrete Variables	Singer, Hermann
423	2008	Eine Heuristik für das mehrdimensionale Bin Packing Problem	Mack, Daniel Bortfeldt, Andreas
424	2008	Expected A Posteriori Estimation in Financial Applications	Mazzoni, Thomas
425	2008	A Genetic Algorithm for the Two-Dimensional Knapsack Problem with Rectangular Pieces	Bortfeldt, Andreas Winter, Tobias
426	2008	A Tree Search Algorithm for Solving the Container Loading Problem	Fanslau, Tobias Bortfeldt, Andreas
427	2008	Dynamic Effects of Offshoring	Stijepic, Denis Wagner, Helmut
428	2008	Der Einfluss von Kostenabweichungen auf das Nash-Gleichgewicht in einem nicht-kooperativen Disponenten-Controller-Spiel	Fandel, Günter Trockel, Jan
429	2008	Fast Analytic Option Valuation with GARCH	Mazzoni, Thomas
430	2008	Conditional Gauss-Hermite Filtering with Application to Volatility Estimation	Singer, Hermann
431	2008	Web 2.0 auf dem Prüfstand: Zur Bewertung von Internet-Unternehmen	Christian Maaß Gotthard Pietsch
432	2008	Zentralbank-Kommunikation und Finanzstabilität – Eine Bestandsaufnahme	Knütter, Rolf Mohr, Benjamin
433	2008	Globalization and Asset Prices: Which Trade-Offs Do Central Banks Face in Small Open Economies?	Knütter, Rolf Wagner, Helmut
434	2008	International Policy Coordination and Simple Monetary Policy Rules	Berger, Wolfram Wagner, Helmut
435	2009	Matchingprozesse auf beruflichen Teilarbeitsmärkten	Stops, Michael Mazzoni, Thomas
436	2009	Wayfindingprozesse in Parksituationen - eine empirische Analyse	Fließ, Sabine Tetzner, Stefan
437	2009	ENTROPY-DRIVEN PORTFOLIO SELECTION a downside and upside risk framework	Röder, Wilhelm Gartner, Ivan Ricardo Rudolph, Sandra
438	2009	Consulting Incentives in Contests	Schlepütz, Volker

439	2009	A Genetic Algorithm for a Bi-Objective Winner-Determination Problem in a Transportation-Procurement Auction"	Buer, Tobias Pankratz, Giselher
440	2009	Parallel greedy algorithms for packing unequal spheres into a cuboidal strip or a cuboid	Kubach, Timo Bortfeldt, Andreas Tilli, Thomas Gehring, Hermann
441	2009	SEM modeling with singular moment matrices Part I: ML-Estimation of time series	Singer, Hermann
442	2009	SEM modeling with singular moment matrices Part II: ML-Estimation of sampled stochastic differential equations	Singer, Hermann
443	2009	Konsensuale Effizienzbewertung und -verbesserung – Untersuchungen mittels der Data Envelopment Analysis (DEA)	Rödder, Wilhelm Reucher, Elmar
444	2009	Legal Uncertainty – Is Harmonization of Law the Right Answer? A Short Overview	Wagner, Helmut
445	2009	Fast Continuous-Discrete DAF-Filters	Mazzoni, Thomas
446	2010	Quantitative Evaluierung von Multi-Level Marketingsystemen	Lorenz, Marina Mazzoni, Thomas
447	2010	Quasi-Continuous Maximum Entropy Distribution Approximation with Kernel Density	Mazzoni, Thomas Reucher, Elmar
448	2010	Solving a Bi-Objective Winner Determination Problem in a Transportation Procurement Auction	Buer, Tobias Pankratz, Giselher
449	2010	Are Short Term Stock Asset Returns Predictable? An Extended Empirical Analysis	Mazzoni, Thomas
450	2010	Europäische Gesundheitssysteme im Vergleich – Effizienzmessungen von Akutkrankenhäusern mit DEA –	Reucher, Elmar Sartorius, Frank
451	2010	Patterns in Object-Oriented Analysis	Blaimer, Nicolas Bortfeldt, Andreas Pankratz, Giselher
452	2010	The Kuznets-Kaldor-Puzzle and Neutral Cross-Capital-Intensity Structural Change	Stijepic, Denis Wagner, Helmut
453	2010	Monetary Policy and Boom-Bust Cycles: The Role of Communication	Knütter, Rolf Wagner, Helmut
454	2010	Konsensuale Effizienzbewertung und –verbesserung mittels DEA – Output- vs. Inputorientierung –	Reucher, Elmar Rödder, Wilhelm
455	2010	Consistent Modeling of Risk Averse Behavior with Spectral Risk Measures	Wächter, Hans Peter Mazzoni, Thomas

456	2010	Der virtuelle Peer – Eine Anwendung der DEA zur konsensualen Effizienz- bewertung –	Reucher, Elmar
457	2010	A two-stage packing procedure for a Portuguese trading company	Moura, Ana Bortfeldt, Andreas
458	2010	A tree search algorithm for solving the multi-dimensional strip packing problem with guillotine cutting constraint	Bortfeldt, Andreas Jungmann, Sabine
459	2010	Equity and Efficiency in Regional Public Good Supply with Imperfect Labour Mobility – Horizontal versus Vertical Equalization	Arnold, Volker
460	2010	A hybrid algorithm for the capacitated vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints	Bortfeldt, Andreas
461	2010	A tree search procedure for the container relocation problem	Forster, Florian Bortfeldt, Andreas
462	2011	Advanced X-Efficiencies for CCR- and BCC-Modell – Towards Peer-based DEA Controlling	Rödder, Wilhelm Reucher, Elmar
463	2011	The Effects of Central Bank Communication on Financial Stability: A Systematization of the Empirical Evidence	Knütter, Rolf Mohr, Benjamin Wagner, Helmut
464	2011	Lösungskonzepte zur Allokation von Kooperationsvorteilen in der kooperativen Transportdisposition	Strangmeier, Reinhard Fiedler, Matthias
465	2011	Grenzen einer Legitimation staatlicher Maßnahmen gegenüber Kreditinstituten zur Verhinderung von Banken- und Wirtschaftskrisen	Merbecks, Ute
466	2011	Controlling im Stadtmarketing – Eine Analyse des Hagener Schaufensterwettbewerbs 2010	Fließ, Sabine Bauer, Katharina
467	2011	A Structural Approach to Financial Stability: On the Beneficial Role of Regulatory Governance	Mohr, Benjamin Wagner, Helmut
468	2011	Data Envelopment Analysis - Skalenerträge und Kreuzskalenerträge	Wilhelm Rödder Andreas Dellnitz
469	2011	Controlling organisatorischer Entscheidungen: Konzeptionelle Überlegungen	Lindner, Florian Scherer, Ewald
470	2011	Orientierung in Dienstleistungsumgebungen – eine explorative Studie am Beispiel des Flughafen Frankfurt am Main	Fließ, Sabine Colaci, Antje Nesper, Jens

471	2011	Inequality aversion, income skewness and the theory of the welfare state	Weinreich, Daniel
472	2011	A tree search procedure for the container retrieval problem	Forster, Florian Bortfeldt, Andreas
473	2011	A Functional Approach to Pricing Complex Barrier Options	Mazzoni, Thomas
474	2011	Bologna-Prozess und neues Steuerungsmodell – auf Konfrontationskurs mit universitären Identitäten	Jost, Tobias Scher, Ewald
475	2011	A reduction approach for solving the rectangle packing area minimization problem	Bortfeldt, Andreas
476	2011	Trade and Unemployment with Heterogeneous Firms: How Good Jobs Are Lost	Altenburg, Lutz
477	2012	Structural Change Patterns and Development: China in Comparison	Wagner, Helmut
478	2012	Demografische Risiken – Herausforderungen für das finanzwirtschaftliche Risikomanagement im Rahmen der betrieblichen Altersversorgung	Merbecks, Ute
479	2012	“It’s all in the Mix!” – Internalizing Externalities with R&D Subsidies and Environmental Liability	Endres, Alfred Friehe, Tim Rundshagen, Bianca
480	2012	Ökonomische Interpretationen der Skalenvariablen u in der DEA	Dellnitz, Andreas Kleine, Andreas Rödler, Wilhelm
481	2012	Entropiebasierte Analyse von Interaktionen in Sozialen Netzwerken	Rödler, Wilhelm Brenner, Dominic Kulmann, Friedhelm
482	2013	Central Bank Independence and Financial Stability: A Tale of Perfect Harmony?	Berger, Wolfram Kißner, Friedrich
483	2013	Energy generation with Directed Technical Change	Kollenbach, Gilbert
484	2013	Monetary Policy and Asset Prices: When Cleaning Up Hits the Zero Lower Bound	Berger, Wolfram Kißner, Friedrich
485	2013	Superknoten in Sozialen Netzwerken – eine entropieoptimale Analyse	Brenner, Dominic, Rödler, Wilhelm, Kulmann, Friedhelm
486	2013	Stimmigkeit von Situation, Organisation und Person: Gestaltungsüberlegungen auf Basis des Informationsverarbeitungsansatzes	Julmi, Christian Lindner, Florian Scher, Ewald
487	2014	Incentives for Advanced Abatement Technology Under National and International Permit Trading	Endres, Alfred Rundshagen, Bianca

488	2014	Dynamische Effizienzbewertung öffentlicher Dreispartentheater mit der Data Envelopment Analysis	Kleine, Andreas Hoffmann, Steffen
489	2015	Konsensuale Peer-Wahl in der DEA -- Effizienz vs. Skalenertrag	Dellnitz, Andreas Reucher, Elmar
490	2015	Makroprudenzielle Regulierung – eine kurze Einführung und ein Überblick	Velauthapillai, Jeyakrishna
491	2015	SEM modeling with singular moment matrices Part III: GLS estimation	Singer, Hermann
492	2015	Die steuerliche Berücksichtigung von Aufwendungen für ein Studium – Eine Darstellung unter besonderer Berücksichtigung des Hörerstatus	Meyering, Stephan Portheine, Kea
493	2016	Ungewissheit versus Unsicherheit in Sozialen Netzwerken	Rödter, Wilhelm Dellnitz, Andreas Gartner, Ivan