Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre,
insb. Quantitative Methoden und
Wirtschaftsmathematik

Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine

AUFGABEN

Klausur:	**Modul 31801** **Problemlösen in graphischen Strukturen**
Termin:	**22.03.2019**
Prüfer:	**Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine**

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Aufgabe 1	**Erreichbare Punktzahl: 8**

Gegeben sei das in Abbildung 1.1 gegebene Netzwerk $\vec{N} =< V, E; c >$ mit V = {**A**,**B**,**1**,**2**,...,**9**}. Die Bewertung c_{ij} ist in der Abbildung jeweils an den Pfeilen notiert.

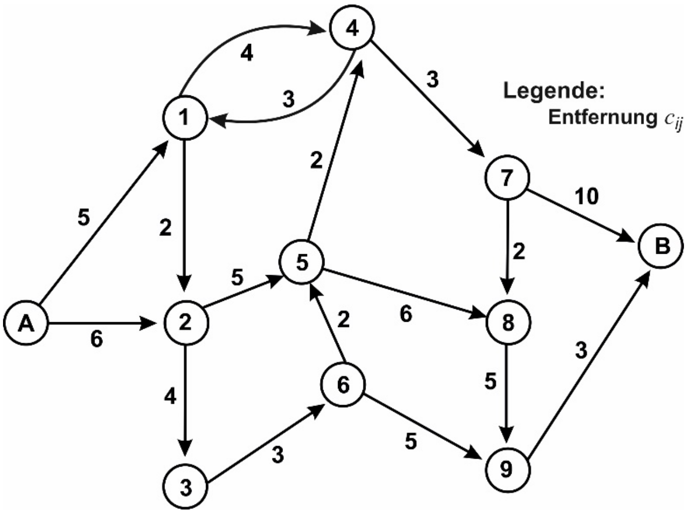


Abbildung 1.1: Netzwerk zu Aufgabe 1

a) Notieren Sie alle im Netzwerk $\vec{N}$ enthaltenen Zyklen.

b) Vervollständigen Sie in der ausführlichen Notation zum Netzwerk $\vec{N}$ den Semiweg [**A**, <**A**, **2**>, **2**, / … / <**1**, **4**>, **4**, / … / <**5**, **8**>, **8**, / … / <**7**, **B**>, **B**].

c) Notieren Sie zum Netzwerk $\vec{N}$ die positiven und die negativen Grade (δ^+ und δ^-) für die Knoten **A**, **2**, **3**, **6**, **9**, **B**.

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Aufgabe 2	**Erreichbare Punktzahl: 15**

Abbildung 2.1 zeigt ein Netzwerk und Tabelle 2.1 die zugehörigen Wegeknoten. Mit Hilfe der Wegeknoten können die kürzesten Wege von Knoten **A** zu allen übrigen Knoten j (j = **1**,…, **9**, **B**) im Netzwerk ermittelt werden.

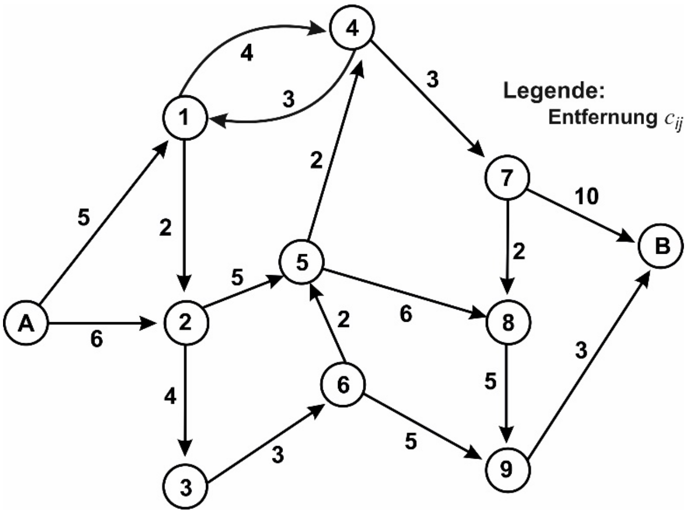


Abbildung 2.1: Netzwerk

Tabelle 2.1: Wegeknoten zum Netzwerk von Abb. 2.1

j	A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	B
q_j	A	A	A	2	1	2	3	4	7	6	9

a) Bestimmen Sie mittels der Wegeknoten die kürzesten Wege von Knoten **A** zu allen Knoten j (j = **1**,…, **9**, **B**) des Netzwerks in Abbildung 2.1 und tragen Sie die vollständigen Wege sowie die entsprechenden Entfernungen in Tabelle 2.2 im Lösungsteil ein.

b) Erläutern Sie, wie die Wege allein mittels der Tabelle 2.1 ermittelt werden. Beschreiben Sie konkret die Konstruktion des Weges von Knoten **A** zu Knoten **8**.

c) Zeichnen Sie den Wegebaum zu Abbildung 2.1. Nutzen Sie das Schema im Lösungsteil.

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Aufgabe 3	**Erreichbare Punktzahl: 25**

Ein Verkehrsleitsystem einer größeren Stadt soll verbessert werden, wobei man in einer Erprobungsphase den morgendlichen Berufsverkehr in West-Ost-Richtung zwischen den neuralgischen Punkten **A** und **B** betrachtet. Um erste Anhaltspunkte für das Netz von Einbahnstraßen zu erhalten, soll der maximale Verkehrsfluss mittels **Ford-Fulkerson-Algorithmus** ermittelt werden. Man geht von einem Verkehrsfluss ϕ von 300 PKW/Std. über die Knoten **A**, **1**, **4**, **7**, **8**, **9**, **B** aus. Die angenommenen oberen Kapazitätsschranken κ_{ij} entsprechen dabei Höchstgrenzen an PKW (in 100), welche pro Stunde zwischen den jeweiligen Knotenpunkten verkehren können. **Beide Größen sind im Netzwerk angegeben.** (Die untere Kapazitätsschranke λ ist für alle Verbindungen gleich 0; sie ist nicht im Netzwerk notiert.)

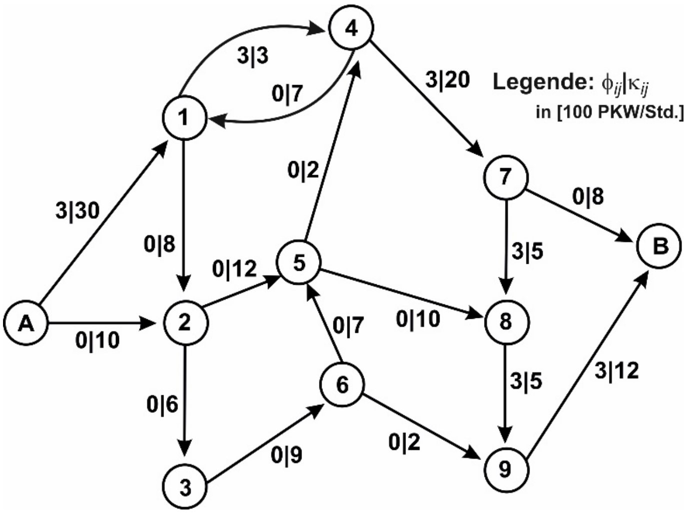


Abbildung 3.1: Netzwerk zu Aufgabe 3

a) Bestimmen Sie zunächst drei (**A**, **B**)-Schnitte, die die Pfeile <**5**, **4**> und <**5**, **8**> enthalten, und bestimmen Sie deren Kapazitäten. Leiten Sie daraus eine Abschätzung für den maximalen Fluss ab.

b) Tragen Sie die Iterationen in das vorgegebene Schema ein. **Starten Sie auf jeden Fall mit dem gegebenen Anfangsfluss.** Bei der letzten durchgeführten Iteration (die zu keiner Flusserhöhung mehr geführt hat) sind alle möglichen Knoten zu markieren.
   i. Welcher maximale Fluss ist in dem angegebenen Netz möglich?
   ii. Geben Sie den minimalen Schnitt an, indem Sie beide Knotenmengen und die zugehörigen Pfeile notieren.
   iii. Wie berechnet sich hieraus der minimale Schnitt?

c) Analysen haben ergeben, dass ein Ausbau zwischen den Punkten **6** und **9** und damit eine Erhöhung der lokalen Kapazität möglich ist. Man ist dazu jedoch nur bereit, wenn eine Erreichung der derzeitigen Kapazitätsgrenze κ_{69} erwartet wird. Empfehlen Sie den Ausbau? Begründen Sie Ihre Entscheidung! Welche Auswirkungen hätte die Maßnahme auf den gesamten Verkehrsfluss?

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Aufgabe 4 **Erreichbare Punktzahl: 25**

Die Straßenbahnen eines Unternehmens des Öffentlichen Nahverkehrs haben derzeit ihr Depot weit außerhalb der zu versorgenden Stadt und müssen entsprechend weite Strecken bis zu ihrer Einsatzhaltestelle zurücklegen. Ein Planungsbüro hat den Auftrag bekommen, die Struktur zu dezentralisieren und einige alternative Depotstandorte vorzuschlagen. Im Graphen in Abbildung 4.1 stellen die runden Knoten die Anfangshaltestellen der Straßenbahnlinien dar, die zugleich auch ihre Endhaltestellen sind. Die eckigen Knoten bedeuten mögliche Depotstandorte.

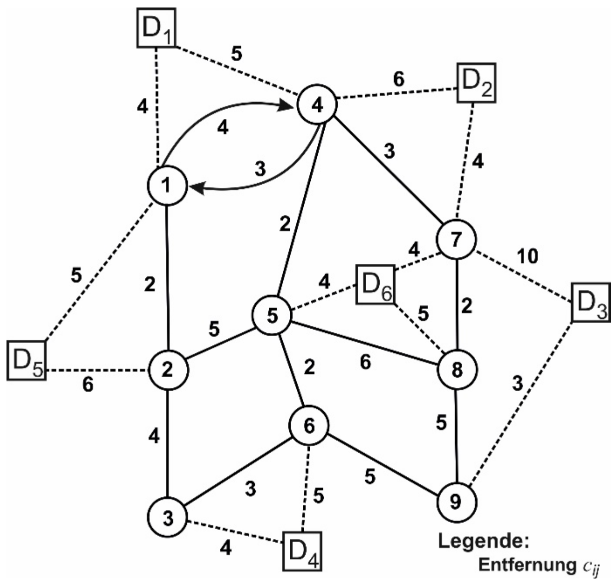


Abbildung 4.1: Netzwerk zu Aufgabe 4

Die durchgezogenen Linien repräsentieren den Teil des vorhandenen Schienennetzes, der für die jeweiligen Einsatzfahrten vom Depot D_i ($i \in \{1,\ldots 6\}$) zur Anfangshaltestelle j ($j \in \{1,\ldots 9\}$) genutzt werden kann. Damit ergibt sich die in Tabelle 4.1 zusammengestellte Wegematrix.

Tabelle 4.1: Wegematrix zum Netzwerk von Abb. 4.1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D_1	4	6	10	5	7	9	8	10	14
D_2	9	11	13	6	8	10	4	6	11
D_3	15	15	11	13	10	8	10	8	3
D_4	10	8	4	9	7	5	12	14	10
D_5	5	6	10	9	11	13	12	14	18
D_6	9	9	9	6	4	6	4	5	10

Fortsetzung von Aufgabe 4 auf der nächsten Seite

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

An den Anfangshaltestellen werden jeweils mehrere Straßenbahnlinien eingesetzt. In Tabelle 4.2 ist die jeweilige Anzahl notiert.

Tabelle 4.2: Anzahl Straßenbahnlinien, die in Haltestelle j ($j \in \{1,\ldots 9\}$) starten

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Anzahl	5	6	4	7	4	5	4	3	4

a) Berechnen Sie die **gewichtete** Wegematrix, und tragen Sie das Ergebnis in Tabelle 4.3 im Lösungsteil ein.

b) Die Analyse des Planungsbüros hat ergeben, dass aufgrund beschränkten Geländes innerhalb des Stadtgebietes dort jeweils nur eine begrenzte Zahl von Stellplätzen für die Straßenbahnen eingerichtet werden können.

D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6
20	10	10	25	5	25

Bestimmen Sie mit Hilfe des Add-Algorithmus unter Berücksichtigung der begrenzten Platzkapazitäten die benötigten Depotstandorte; beenden Sie den Algorithmus, sobald die Stellplatzkapazitäten in allen Orten eingehalten werden. Es dürfen maximal drei Standorte eingerichtet werden, es können auch weniger sein. Führen Sie Ihre Berechnungen auf Basis der bei den Einsetzfahrten zurückzulegenden Strecken durch; weitere Kosten sind in dieser Phase nicht zu berücksichtigen.
Nutzen Sie für Ihre Berechnungen das im Lösungsteil angegebene Schema in Tabelle 4.3.
Notieren Sie abschließend, welche Haltestelle von welchem Depot versorgt wird und wie jeweils die Auslastung der maximal möglichen Kapazitäten ist.

Aufgabe 5	**Erreichbare Punktzahl: 27**

Für eine Großstadt sollen die Standorte von Feuerwehrstationen neu geplant werden. Die Stadt ist in sechs Bezirke aufgeteilt und pro Bezirk soll maximal eine Feuerwehrstation eingerichtet werden. Neben dem Bezirk, in dem sich eine Station befindet, kann sie zusätzlich noch weitere, nicht weit entfernt liegende Bezirke überwachen. Es müssen alle Bezirke durch entsprechende Stationen versorgt werden. Dabei handelt es sich um ein sogenanntes Mengen-Überdeckungsproblem.

Fortsetzung von Aufgabe 5 auf der nächsten Seite

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Sei $I = \{1,...,6\}$ die Menge der Bezirke und seien P_j die Mengen von Bezirken, die von einer Feuerwehrstation $j \in I$ aus versorgt werden können:
$P_1 = \{1,2,3,4\}$, $P_2 = \{1,2,4,5\}$, $P_3 = \{1,3,5,6\}$, $P_4 = \{2,3,4,6\}$, $P_5 = \{3,4,5\}$,
$P_6 = \{2,5,6\}$
Beispielsweise kann eine Station in Bezirk 1 somit den eigenen Bezirk 1 sowie die Bezirke 2, 3 und 4 erreichen.

Ziel ist es, die Anzahl der Feuerwehrstationen zu minimieren; das Problem soll mittels **Tabu Search** gelöst werden.

a) In Binärkodierung gibt der String $x^1 = (001111)$ der Länge 6 eine Möglichkeit an, in welchen Bezirken Stationen eingerichtet werden; es handelt sich dabei um eine zulässige Lösung des oben beschriebenen Überdeckungsproblems. Notieren Sie zunächst in Matrixschreibweise für jeden Bezirk jeweils die Stationen, von denen er überwacht werden kann. Beispielsweise ist in Spalte 1 abzulesen, welche Bezirke versorgt werden können.
Begründen Sie danach die Zulässigkeit der angegebenen Lösung x^1.

b) Ein Nachbar zu einer gegebenen Lösung wird durch Inversion eines einzelnen Bits erzeugt. Eine Lösung besitzt somit genau sechs Nachbarlösungen. Notieren Sie nun alle Nachbarn zu der in a) angegebenen Lösung x^1, und geben Sie an, ob diese zulässig sind.
Bewerten Sie jede Lösung x_j^1 (j = 1,..,6) durch Angabe der Anzahl eingerichteter Stationen.

c) Notieren Sie eine Eigenschaft, d.h. ein Attribut, das in geeigneter Weise für ein *from*- und ein *to*-Attribut eingesetzt werden kann. Notieren Sie für jeweils drei der in b) angegebenen Nachbarn sowohl den vollständigen *from*- als auch den *to*-Attributenvektor.

d) Führen Sie unter Verwendung des *to*-Attributs und einer Tabu-Liste der Länge sieben drei Iterationen durch, d.h. wählen Sie insgesamt dreimal ein zulässiges Element aus der jeweils aktuellen Nachbarschaft aus. Machen Sie zu jeder Iteration die folgenden Angaben; notieren Sie **alle** Nachbarn:

i	x^i	$f(x^i)$	$N(x^i)$	$f(x_j^i)$	Tabu-Status	to-Attribut

Tragen Sie Ihre Ergebnisse in Tabelle 5.1 im Lösungsteil ein.

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

FernUniversität in Hagen

FAKULTÄT FÜR
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT

Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre,
insb. Quantitative Methoden und
Wirtschaftsmathematik

Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine

LÖSUNGSBÖGEN

Klausur: **Modul 31801**
Problemlösen in graphischen Strukturen

Termin: **22.03.2019**

Prüfer: **Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine**

Name, Vorname:
Matrikelnummer:

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**				**Summe**
maximale Punktzahl	**8**	**15**	**25**	**25**	**27**				**100**
erreichte Punktzahl									

Gesamtpunktzahl: **Note:**

Datum: Unterschriften der Prüfer:

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Hinweise für die Bearbeitung

- Füllen Sie zunächst das Deckblatt und den Kopf der Lösungsbögen aus.
- Trennen Sie von den Lösungsbögen keine Blätter ab; am Ende der Klausur müssen alle Lösungsbögen abgegeben werden.
- Die Lösungen müssen in den vorgesehenen Raum auf den Lösungsbögen eingetragen werden. Falls der Platz nicht ausreicht, benutzen Sie bitte die Rückseite, und geben Sie einen deutlichen Hinweis hierauf.
- Bedenken Sie, dass vor allem der Lösungsweg einschließlich Ansatz und Zwischenschritten bewertet wird.
- Die Klausur umfasst 5 Aufgaben, die in 120 Minuten zu bearbeiten sind.
- Zu jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben; die Summe aller Punkte beträgt 100. Die Klausur ist auf jeden Fall bestanden, wenn 50 Punkte erreicht wurden.
- Als Hilfsmittel für diese Klausur sind zugelassen:

  Die Verwendung eines Taschenrechners ist dann und nur dann erlaubt, wenn dieser einer der drei folgenden Modellreihen angehört:
  – Casio fx86 oder Casio fx87,
  – Texas Instruments TI 30 X II,
  – Sharp EL 531.
  Die Verwendung anderer Taschenrechnermodelle wird als Täuschungsversuch gewertet und mit der Note „nicht ausreichend“ (5,0) sanktioniert. Ob ein Taschenrechner einer der drei Modellreihen angehört, können Sie selbst überprüfen, indem Sie die vom Hersteller auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung mit den oben angegebenen Bezeichnungen vergleichen: Bei **vollständiger** Übereinstimmung ist das Modell erlaubt. Ist die auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung umfangreicher, enthält aber eine der oben angegebenen Bezeichnungen **vollständig**, ist das Modell ebenfalls erlaubt.
  In allen anderen Fällen ist das Modell nicht erlaubt. **Eventuelle Vorgänger- oder Nachfolgemodelle, die nicht in der oben aufgeführten Liste enthalten sind, sind ebenfalls nicht erlaubt.**

  Darüber hinaus sind ausschließlich die zum Modul gehörenden Kurseinheiten einschließlich der darin enthaltenen Lösungen zu den Übungsaufgaben sowie der Modul-Leitfaden zugelassen. Die Kurse dürfen Unterstreichungen, Markierungen und textbezogene Anmerkungen (z.B. Zwischenschritte oder Nebenrechnungen) enthalten. Auch Griffregister bspw. Klebezettel sind zugelassen und können mit Stichworten versehen werden. Nicht zugelassen sind eingelegte Seiten aller Art.
- Lesen Sie den Aufgabentext gut durch und nun:

  Viel Erfolg !

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Lösung zu Aufgabe 1

a)

b)

[**A**, <**A**, **2**>, **2**, /

i) ______________________________

/ <**1**, **4**>, **4**, /

ii) ______________________________

/ <**5**, **8**>, **8**, /

iii) ______________________________

/<**7**, **B**>, **B**]

Tragen Sie die fehlenden Abschnitte in korrekter Notation an den jeweiligen Positionen i), ii), iii) ein.

c)

Knoten	δ^+	δ^-
A		
2		
3		
6		
9		
B		

Tragen Sie die positiven und negativen Grade in die obige Tabelle ein.

Gesamtpunkte A1:

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Lösung zu Aufgabe 2

a)

Tabelle 2.2: kürzeste Wege zu Abb. 2.1

j	Kürzester Weg von **A** nach *j*	Entfernung von **A** nach *j*
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
B		

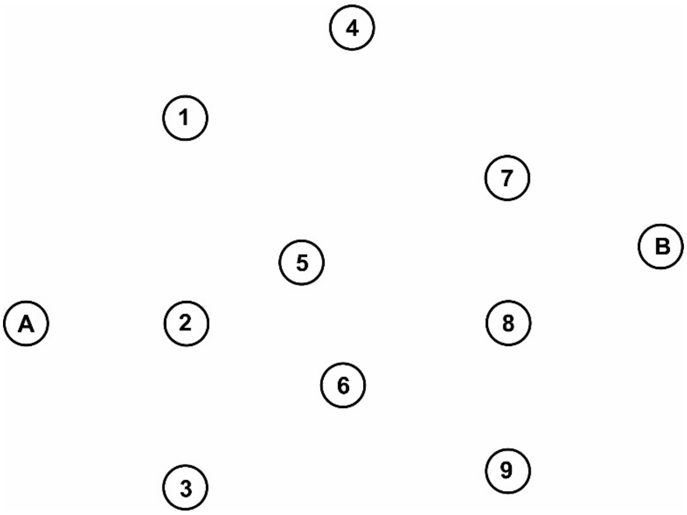
Füllen Sie die Tabelle vollständig aus.

b)

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Fortsetzung Lösung zu Aufgabe 2

c)



Notieren Sie an den Pfeilen auch die jeweilige Bewertung (Entfernung).

Gesamtpunkte A2:

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Lösung zu Aufgabe 3

a)

b)

Knoten	Iteration					
i	1.	2.	3.	4.	5.	6.
A	+, ∞	+, ∞	+, ∞	+, ∞	+, ∞	+, ∞
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
B						
Erhöhung						
Flussstärke						

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Lösung zu Aufgabe 3 (Fortsetzung)

weiter zu b)

c)

Gesamtpunkte A3:

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Lösung zu Aufgabe 4

a) + b)

Tabelle 4.3: Lösungsschema zu Aufgabe 4

											1.	2.
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	σ_i	η_i	η_i
D_1												
D_2												
D_3												
D_4												
D_5												
D_6												
δ_j^1												
ν_j^1												
δ_j^2												
ν_j^2												
δ_j^3												
ν_j^3												

Damit werden die Haltestellen wie folgt angefahren:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D_j									

Freie Stellplätze in den eingerichteten Depots?

Gesamtpunkte A4:

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Lösung zu Aufgabe 5

a)

b)

c)

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Fortsetzung Lösung zu Aufgabe 5

d)

Tabelle 5.1: Lösungsschema zu Aufgabe 5

i	x^i	$f(x^i)$	$N(x^i)$	$f(x^i)$	Tabu-Status	to-Attribute (vollständige Liste)
1						
2						
3						

Gesamtpunkte A5:

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Zusätzliche Seite 1; Bezug zu den Aufgaben bitte deutlich machen.

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten

Zusätzliche Seite 2; Bezug zu den Aufgaben bitte deutlich machen.

Copyright © 2019 FernUniversität in Hagen - Alle Rechte vorbehalten