

## AUFGABENTEIL

**Klausur:** Modul 31811  
Planen mit mathematischen Modellen

**Termin:** 19.09.2018

**Prüfer:** Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine

**Aufgabe 1**

**30 Punkte**

Auf dem Gelände der FernUniversität in Hagen findet alljährlich das sogenannte Campusfest statt. Es wird Wochen zuvor durch einen Flyer angekündigt, dem auch die einzelnen Programmpunkte zu entnehmen sind. Aufgrund der Einmaligkeit dieser Veranstaltung – bezogen auf das akademische Jahr – sei vereinfachend angenommen, dass es sich bei der Erstellung des *Flyer Campusfest* um ein Projekt handle. Es folgt die dazugehörige Projektbeschreibung:

Als Projektstart wird ein zweitägiges Zusammentreffen aller Beteiligten definiert, in dem zunächst darüber gesprochen wird, wie das Campusfest ausgestaltet sein soll. Da jede Idee willkommen ist, firmiert dieser erste Arbeitsvorgang unter dem Namen *Brainstorming*.

Nach einer ersten Selektion der besten Ideen (*Brainstorming*) werden die darauffolgenden Arbeitsvorgänge aufgeteilt. Ein Team kümmert sich um das *Eventmanagement* und die Verpflichtung externer Musiker für das Bühnenprogramm; dafür sind 7 Arbeitstage eingeplant. Ein weiteres Team widmet sich an 6 Tagen ausschließlich der *inhaltlichen Gestaltung* des Flyers, wozu insbesondere die Abstimmung der Marketingabteilung mit der Betriebszentrale zählt. Ein drittes Team befasst sich schließlich mit der grafischen Gestaltung des Flyers, d. h. mit dem *Layout*; dies erfordert 5 Arbeitstage. Diese drei Vorgänge können direkt nach dem Ende des Vorgangs *Brainstorming* parallel beginnen.

Nach dem Ende des Letzten dieser drei (parallel angeordneten) Vorgänge werden die Ergebnisse gesammelt und der Hochschulleitung zur *Überprüfung* vorgelegt. Innerhalb von 3 Tagen soll die Genehmigung des Flyers erfolgen, damit er anschließend *gedruckt* (2 Arbeitstage) und *versendet* (1 Arbeitstag) werden kann.

Neben der Überprüfung der Ergebnisse durch die Hochschulleitung muss das Fachpersonal für Genderfragen ebenfalls kritisch über die Entwürfe des Flyers schauen und eine eigene *Beurteilung* zur inhaltlichen Gestaltung abgeben. Daher ist es notwendig, dass der Vorgang der inhaltlichen Gestaltung bereits abgeschlossen wurde. Im Rahmen einer zweitägigen Beurteilung – die parallel angeordnet ist zur Überprüfung durch die Hochschulleitung – wird geklärt, in welcher Form der Flyer für den anschließenden Druck freigegeben wird. Der Start des Druckvorgangs hängt also nicht nur von der Überprüfung durch die Hochschulleitung ab, sondern auch von der Beurteilung durch das unabhängige Fachpersonal für Genderfragen.

- a) Erstellen Sie ausgehend von der obigen Projektbeschreibung eine Vorgangsliste. Diese soll neben einem passenden Kürzel für den betrachteten Vorgang auch seine Dauer und Angaben zu den jeweiligen Vorgängern enthalten.
- b) Nutzen Sie die Vorgangsliste als Vorlage zur Anfertigung einer Skizze des entsprechenden Netzplans. Diesem Netzplan sollen die Inhalte der Vorgangsliste zu entnehmen sein. Zwischen sämtlichen Vorgängen herrsche eine Beziehung des Typs **Ende/Anfang (EA)**. Eine Zeitrechnung ist hier nicht verlangt.
- c) Berechnen Sie die Zeitwerte  $FAZ$ ,  $FEZ$  und  $SAZ$  zu jedem Vorgang des Projekts „Flyer Campusfest“. Geben Sie dabei Rechenwege an und tragen Sie Ihre Ergebnisse in die entsprechende Tabelle zur Teilaufgabe ein.
- d) Berechnen Sie zu jedem Vorgang den jeweiligen Gesamtpuffer. Wie lautet der kritische Pfad?
- e) Kurz vor Beginn des Projekts fällt auf, dass der Datenschutzbeauftragte nicht berücksichtigt wurde. Seine Kontrollarbeiten erfordern keinen zusätzlichen Arbeitsvorgang, sondern lassen sich über eine Wartezeit von drei Tagen realisieren, die sich direkt an die Beendigung des Vorgangs zur Beurteilung des Flyers durch das Gender-Fachpersonal anschließt. Welche Auswirkungen hätte dies für das frühestmögliche Projektende? Ändert sich dadurch der kritische Pfad? Begründen Sie Ihre Antwort!

**Aufgabe 2**

**22 Punkte**

Der norddeutsche Möbelhersteller *EKIA GmbH* produziert in einem Zweigwerk drei verschiedene Arten von Sitzmöbeln: Esszimmerstühle, Bürostühle, Kinderstühle. Diese müssen alle drei Werkstätten des Betriebes – Schreinerei, Lackiererei, Polsterei – durchlaufen. Die Produktionskoeffizienten (gemessen in Stunden je Mengeneinheit), der durch den Verkauf erzielbare Stückdeckungsbeitrag je Sitzmöbel (in Euro) und die maximale Fertigungskapazität der drei Werkstätten (gemessen in Stunden) sind der folgenden Tabelle zu entnehmen:

	Schreinerei	Lackiererei	Polsterei	Deckungsbeitrag
Esszimmerstuhl	3	1	2	18
Bürostuhl	6	1	1	22
Kinderstuhl	4	3	1	26
Fertigungskapazität	300	90	120	

Als Fachpersonal des Operations Research sehen Sie sich der Herausforderung gegenüber, einen optimalen Produktionsplan zu ermitteln, der die obigen Informationen berücksichtigt. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- Stellen Sie ein entsprechendes lineares Optimierungsmodell zur Bestimmung eines Produktionsplans mit maximalem Gesamtdeckungsbeitrag auf. Erläutern Sie die von Ihnen verwendeten Variablen.
- Stellen Sie ein Anfangstableau für die Berechnung einer optimalen Lösung mittels Simplexalgorithmus auf und markieren Sie das Pivot-Element. Verwenden Sie davon ausgehend den im Kurstext beschriebenen Simplexalgorithmus (unter Vernachlässigung der Ganzzahligkeitsbedingung) zur Bestimmung einer optimalen Lösung des Problems.
- Wie lautet das optimale Produktionsprogramm und wie hoch ist der dazugehörige Gesamtdeckungsbeitrag in Euro? Welches Problem weist die optimale Lösung auf?

**Aufgabe 3**

**18 Punkte**

Briefträger Sepp Sendefast sucht für seine nächste Kurztour den schnellsten und damit günstigsten Weg zwischen fünf Orten bzw. Kunden. Als Student der FernUniversität in Hagen kennt er einige Kurse zum Operations Research und weiß, dass sein Problem darin besteht, von seinem Standort  $A$  aus die  $n - 1 = 4$  Kunden  $B$ ,  $C$ ,  $D$  und  $E$  zu besuchen und dann zum Standort  $A$  zurückzukehren. Dabei ist jeder Kunde nur einmal zu besuchen und alle Strecken weisen in beiden Richtungen die gleichen Längen auf. Diese Längen (in der Einheit 100 Meter) liegen Sepp bereits in folgender Form vor:

	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
$A$	0	6,7	4,1	7,1	8,9
$B$		0	5,1	8,1	5,4
$C$			0	3,6	5,0
$D$				0	5,2
$E$					0

Sepp Sendefast ist es gar nicht so wichtig, die kürzeste und damit eine optimale Tour zu ermitteln. Er gäbe sich schon damit zufrieden, sehr nahe an dieses Optimum zu gelangen. Helfen Sie ihm bei seinem Planungsproblem:

- Führen Sie das Verfahren „Nächster-Nachbar“ fünfmal durch, indem Sie in Folge jeden der fünf Orte  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  und  $E$  einmal als Standort deklarieren und unter den fünf ermittelten Rundreisen die günstigste auswählen. Wie lauten die fünf verschiedenen Rundreisen und wie viele Meter beträgt die Gesamtdistanz der kürzesten Rundreise mit Standort  $A$ ?
- Verwenden Sie das Verfahren „2-opt“, um die Länge der kürzesten Tour aus Aufgabenteil a) weiter zu verkürzen. Wie viele weitere Rundreisen lassen sich dadurch erzeugen? Ist eine davon kürzer als die zuvor ermittelte?  
(Hinweis: Sollte Ihnen kein Ergebnis aus Aufgabenteil a) vorliegen, verwenden Sie die Tour  $A - B - E - D - C - A$  für das Verfahren „2-opt“.)
- Wodurch unterscheiden sich die beiden Verfahren aus Aufgabenteil a) und b) inhaltlich? Geben Sie eine kurze Interpretation. Welche Empfehlung würden Sie Sepp Sendefast final aussprechen?

Aufgabe 4

30 Punkte

Sie nutzen die Semesterferien nach dem Sommersemester, um als leidenschaftliche Badeaufsicht in einem Freizeitbad etwas Geld zu verdienen. Sie hatten im letzten Semester den Kurs stochastische Simulation belegt und im Rahmen Ihrer täglichen Arbeit im Freizeitbad entdecken Sie direkt einen Anwendungsfall.

Sie stellen fest, dass sich lange Warteschlangen an den Kioskständen bilden und eine große Verärgerung darüber unter den Gästen vorherrscht. Da Sie nun ein Experte bzw. eine Expertin auf dem Gebiet der stochastischen Simulation sind, kontaktieren Sie die Geschäftsführung des Freizeitbadbetreibers *Swim-Bath GmbH* und weisen auf den Mangel hin. Leider verfügt die Geschäftsführung über keine Kenntnisse im Bereich der stochastischen Simulation, ist Ihrem Anliegen gegenüber aber aufgeschlossen und bittet Sie einen Verbesserungsvorschlag zu unterbreiten. Voller Engagement widmen Sie sich dem Thema und erkennen direkt, dass folgende Ausgangssituation vorliegt:

- Es gibt nur eine Kasse (Kasse 1), an der bedient wird
- Die Kunden werden der Reihe nach bedient
- Die Zwischenankunftszeit der Kunden ist exponentialverteilt
- Der Bedienprozess ist ein Poissonprozess
- Neue Kunden reihen sich immer an das Ende der Warteschlange ein

Um eine bessere Übersicht bezüglich der Ist-Situation zu erhalten, führen Sie zudem eine Beobachtung über einen längeren Zeitraum durch und gewinnen dadurch folgende Informationen:

- Es kommen je Minute 3 neue Kunden an (Ankunftsrate  $\alpha$ )
- Die Kasse kann je Minute 2 Kundenanfragen bedienen (Bedienrate  $\beta$ )

Bearbeiten Sie auf Basis dieser Informationen die folgenden Aufgabenteile:

- a) Gegeben ist nachfolgende Liste mit Klassifizierungsvorschlägen zum vorliegenden Warteschlangenmodell. Versehen Sie den richtigen Eintrag mit einem „X“ (im Tableau Lösungsbogen) und begründen Sie kurz Ihre Entscheidung.

ID	Klassifizierungsvorschläge	Auswahl mit X
1	(M, M, 1, ∞, FIFO)	
2	(M, E, 1, 50, SIRO)	
3	(D, M, 1, ∞, LIFO)	
4	(M, E, 1, ∞, FIFO)	
5	(M, M, 1, 50, FIFO)	

- b) Testweise haben Sie die ermittelten Informationen direkt im Rahmen einer Simulation eingesetzt. Die Simulation haben Sie für 30 Kunden durchgeführt und kamen daher zu nachfolgendem Tableau:

$KD_i$	$a_i$	$t_i = \sum_{j=1}^i a_j$	$b_i$	$\sum_{j=1}^i b_j$	$e_i^1$	$w_i$	$\sum_{j=1}^i w_j$
1	0,04	0,04	0,08	0,08	0,12	0,00	0,00
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
30	0,75	7,85	0,55	11,51	11,55	3,15	55,16

Erläuterung der Symbolik:

- $KD_i$  ... Kunde  $i$
- $a_i$  ... Zwischenankunftszeit des  $i$ -ten Kunden
- $t_i = \sum_{j=1}^i a_j$  ... Ankunftszeitpunkt des  $i$ -ten Kunden
- $b_i$  ... Bediendauer des  $i$ -ten Kunden
- $\sum_{j=1}^i b_j$  ... Gesamtbedienzeit
- $e_i^1$  ... Bedienende-Zeitpunkt des  $i$ -ten Kunden an der Kasse 1
- $w_i$  ... Wartezeit des  $i$ -ten Kunden
- $\sum_{j=1}^i w_j$  ... Gesamte Wartezeit

Ermitteln Sie die typischen Kennzahlen Auslastungsgrad, mittlere Wartezeit und mittlere Schlängellänge. Runden Sie dabei auf 2 Nachkommastellen und geben Sie den Rechenweg je Kennzahl an.

- c) Um Ihre Aussage statistisch zu untermauern, wissen Sie, dass mehrere Simulationen durchzuführen sind. Sie haben 50 Simulationen durchgeführt und folgende Werte ermittelt:

- Mittlere Schlängellänge: 4,85
- Standardabweichung  $s_{50}$ : 2,23

Wie lautet das approximative Konfidenzintervall für die mittlere Schlängellänge, wenn ein Konfidenzniveau von  $S = 1 - \alpha = 95,45\%$  unterstellt werden

soll? Verzichten Sie in Ihrer Berechnung auf die Anwendung des Korrekturfaktors und runden Sie das Ergebnis auf 2 Dezimalstellen. Erläutern Sie im Anschluss, wie die mittlere Schlängelänge zu interpretieren ist.

- d) Die Geschäftsführung der Swim-Bath GmbH ist mit der ermittelten Fehlertoleranz  $p = 0,63$  nicht zufrieden und möchte diese reduzieren. Ermitteln Sie, wie viele Simulationen durchzuführen sind, damit die Fehlertoleranz bei gleichbleibendem Sicherheitsniveau auf  $p = 0,5$  sinkt.
- e) Mit Ihren Vorkenntnissen ist Ihnen klar, dass die oben genannte Situation zu längeren Warteschlangen führen muss. Sie gehen davon aus, dass es hilfreich sein wird, neben der bisher einzigen Kasse (Kasse 1) eine zweite Kasse (Kasse 2) einzurichten und wollen dies anhand einer Simulation nachweisen. Die Warteschlange bleibt unverändert, d. h. beide Kassen bedienen die gleiche Warteschlange.

Sie definieren zudem folgende Vorrangfolge an den Kassen 1 und 2:

1. Kommt ein Kunde an und beide Kassen sind frei, so wird der Kunde von Kasse 1 bedient.
2. Kommt ein Kunde an und nur eine Kasse der beiden Kassen ist frei, so wird der Kunde direkt von der freien Kasse bedient.
3. Kommt ein Kunde an und beide Kassen sind belegt, so wird der Kunde von derjenigen Kasse als nächstes bedient, die schneller frei wird.

Führen Sie folgende Simulation für die Kunden 28-30 zu Ende. Tragen Sie die Werte auf dem Tableau auf dem Lösungsbogen ein. Beachten Sie hierbei die neue Spalte  $e_i^2$ .

$KD_i$	$a_i$	$t_i = \sum_{j=1}^i a_j$	$b_i$	$\sum_{j=1}^i b_j$	$e_i^1$	$e_i^2$	$w_i$	$\sum_{j=1}^i w_j$
1	0,04	0,04	0,08	0,08	0,12	0,00	0,00	0,00
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	0,42	5,83	0,70	8,79	6,53	–	0,00	4,33
25	0,60	6,43	0,81	9,60	–	7,24	0,00	4,33
26	0,10	6,53	0,34	9,94	6,87	–	0,00	4,33
27	0,17	6,70	0,07	10,01	6,94	–	0,17	4,50
28	0,22		0,18					
29	0,18		0,77					
30	0,75		0,55					



Erläuterung der Symbolik:

$e_i^1$  ... Bedienende-Zeitpunkt des  $i$ -ten Kunden an Kasse 1

$e_i^2$  ... Bedienende-Zeitpunkt des  $i$ -ten Kunden an Kasse 2

- f) Die Geschäftsführung der Swim-Bath GmbH ist Ihnen für Ihre Ausführungen sehr dankbar und möchte Ihren Verbesserungsvorschlag umsetzen. Viel mehr hat sie sogar die Idee, direkt zwei Warteschlangen einzuführen, für jede Kasse eine eigene. Die Geschäftsführung geht davon aus, dass neben der Erhöhung der Kundenakzeptanz auch eine Reduzierung der Wartezeiten erreicht werden kann. Eine dafür notwendige Grundvoraussetzung sieht die Geschäftsführung darin, dass kein Wechsel mehr von einer Warteschlange zur anderen erlaubt ist, sobald sich ein Kunde in einer Warteschlange eingereiht hat.

Beurteilen Sie die Vorteilhaftigkeit der Idee im Hinblick auf das alleinige Kriterium der Wartezeiten und sprechen Sie eine Empfehlung aus. Begründen Sie Ihre Empfehlung! Es ist keine Berechnung notwendig.

## LÖSUNGSBÖGEN

**Klausur:** Modul 31811  
Planen mit mathematischen Modellen

**Termin:** 19.09.2018

**Prüfer:** Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine

**Name, Vorname:**

**Matrikelnummer:**

<b>Aufgabe</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>					<b>Summe</b>
maximale Punktzahl	30	22	18	30					100
erreichte Punktzahl									

**Gesamtpunktzahl:**

**Note:**

Datum:

Unterschriften  
der Prüfer:

# Hinweise für die Bearbeitung

- Füllen Sie zunächst das Deckblatt und den Kopf der Lösungsbögen aus.
- Trennen Sie von den Lösungsbögen keine Blätter ab; am Ende der Klausur müssen alle Lösungsbögen abgegeben werden.
- Die Lösungen müssen in dem vorgesehenen Raum auf den Lösungsbögen eingetragen werden. Falls der Platz nicht ausreicht, benutzen Sie bitte die Rückseite, und geben Sie einen deutlichen Hinweis hierauf.
- Bedenken Sie, dass vor allem der Lösungsweg einschließlich Ansatz und Zwischenschritten bewertet wird.
- Die Klausur umfasst 4 Aufgaben, die in 120 Minuten zu bearbeiten ist.
- Zu jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben; die Summe aller Punkte beträgt 100. Die Klausur ist auf jeden Fall bestanden, wenn 50 Punkte erreicht wurden.

- **Zugelassene Hilfsmittel für diese Klausur:**

Die Verwendung eines Taschenrechners ist dann und nur dann erlaubt, wenn dieser einer der drei folgenden Modellreihen angehört:

- Casio fx86 oder Casio fx87,
- Texas Instruments TI 30 X II,
- Sharp EL 531.

Die Verwendung anderer Taschenrechnermodelle wird als Täuschungsversuch gewertet und mit der Note „nicht ausreichend“ (5,0) sanktioniert.


Ob ein Taschenrechner einer der drei Modellreihen angehört, können Sie selbst überprüfen, indem Sie die vom Hersteller auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung mit den oben angegebenen Bezeichnungen vergleichen: Bei **vollständiger** Übereinstimmung ist das Modell erlaubt. Ist die auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung umfangreicher, enthält aber eine der oben angegebenen Bezeichnungen **vollständig**, ist das Modell ebenfalls erlaubt. In allen anderen Fällen ist das Modell nicht erlaubt. **Eventuelle Vorgänger- oder Nachfolgemodelle, die nicht in der oben aufgeführten Liste enthalten sind, sind ebenfalls nicht erlaubt.**

Darüber hinaus sind ausschließlich die zum Modul gehörenden Kurseinheiten einschließlich der darin enthaltenen Lösungen zu den Übungsaufgaben zugelassen. Die Kurse dürfen Markierungen und textbezogene Anmerkungen enthalten.

- Lesen Sie den Aufgabentext gut durch und nun:

*Viel Erfolg !*



 Aufgabe 1 Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

c)

Nr.	Vorgang	Dauer	FAZ	FEZ	SAZ
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					


Punkte









 Aufgabe 3 Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

a)

b)

Punkte



 Aufgabe 4 Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

a)

ID	Klassifizierungsvorschläge	Auswahl mit X
1	(M, M, 1, $\infty$ , FIFO)	
2	(M, E, 1, 50, SIRO)	
3	(D, M, 1, $\infty$ , LIFO)	
4	(M, E, 1, $\infty$ , FIFO)	
5	(M, M, 1, 50, FIFO)	

Begründung:


b)

Auslastungsgrad	
Mittlere Schlängenlänge	
Mittlere Wartezeit	

Rechnung:

Punkte



 Aufgabe 4 Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_


e)

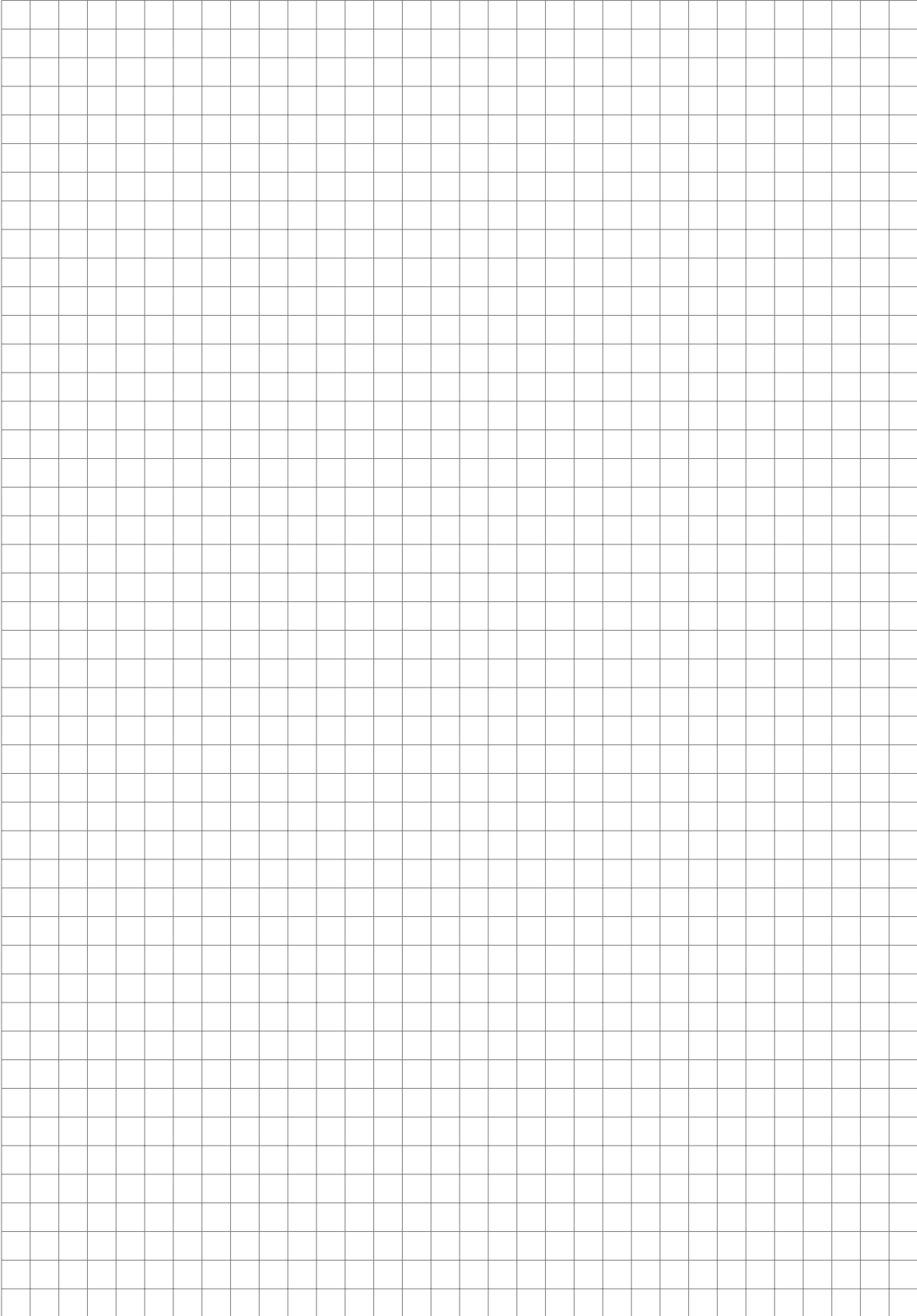
$KD_i$	$a_i$	$t_i = \sum_{j=1}^i a_j$	$b_i$	$\sum_{j=1}^i b_j$	$e_i^1$	$e_i^2$	$w_i$	$\sum_{j=1}^i w_j$
1	0,04	0,04	0,08	0,08	0,12	0,00	0,00	0,00
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	0,42	5,83	0,70	8,79	6,53	–	0,00	4,33
25	0,60	6,43	0,81	9,60	–	7,24	0,00	4,33
26	0,10	6,53	0,34	9,94	6,87	–	0,00	4,33
27	0,17	6,70	0,07	10,01	6,94	–	0,17	4,50
28	0,22		0,18					
29	0,18		0,77					
30	0,75		0,55					

Nebenrechnung:


f)

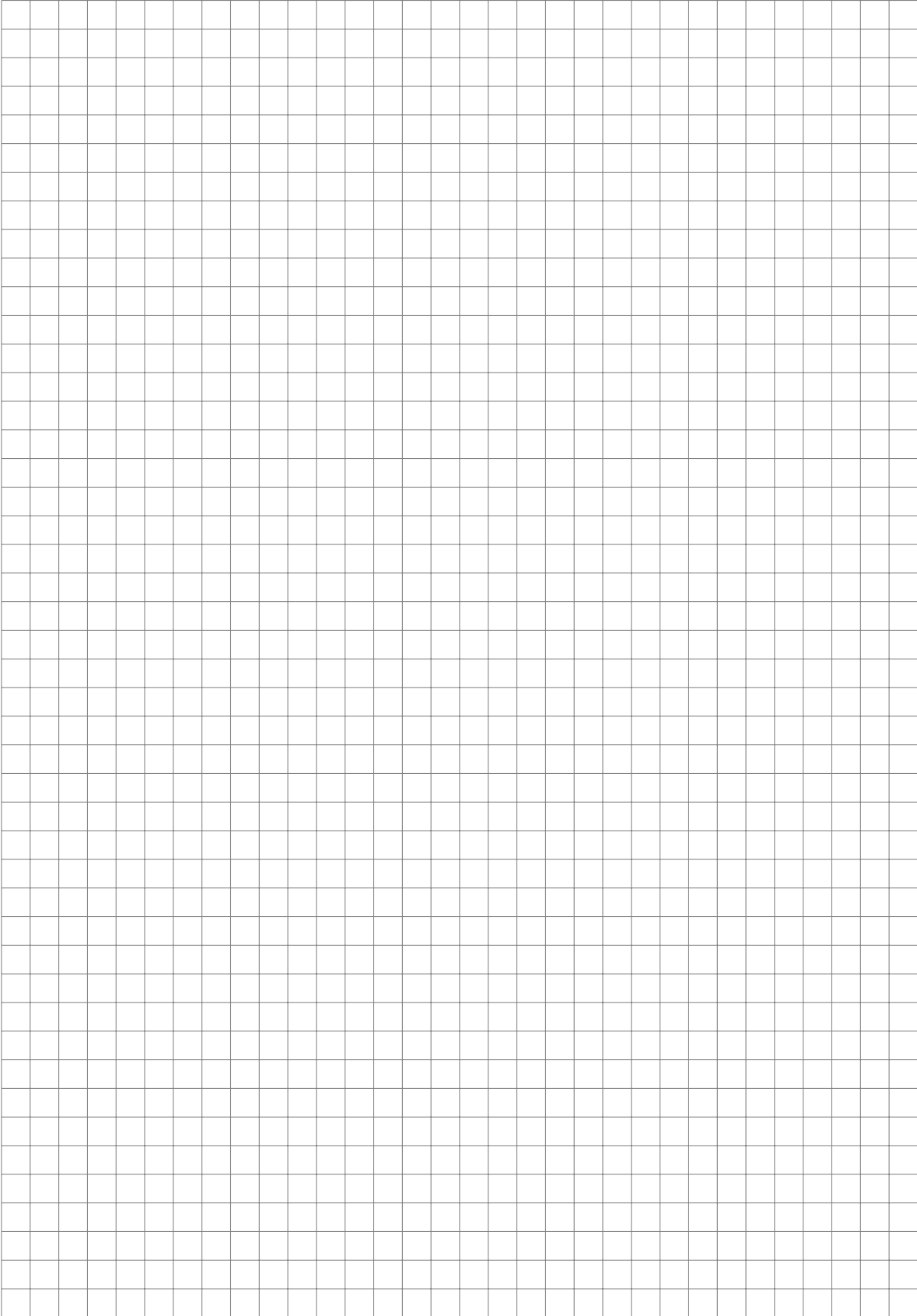
Punkte

 Aufgabe \_\_\_\_ Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_




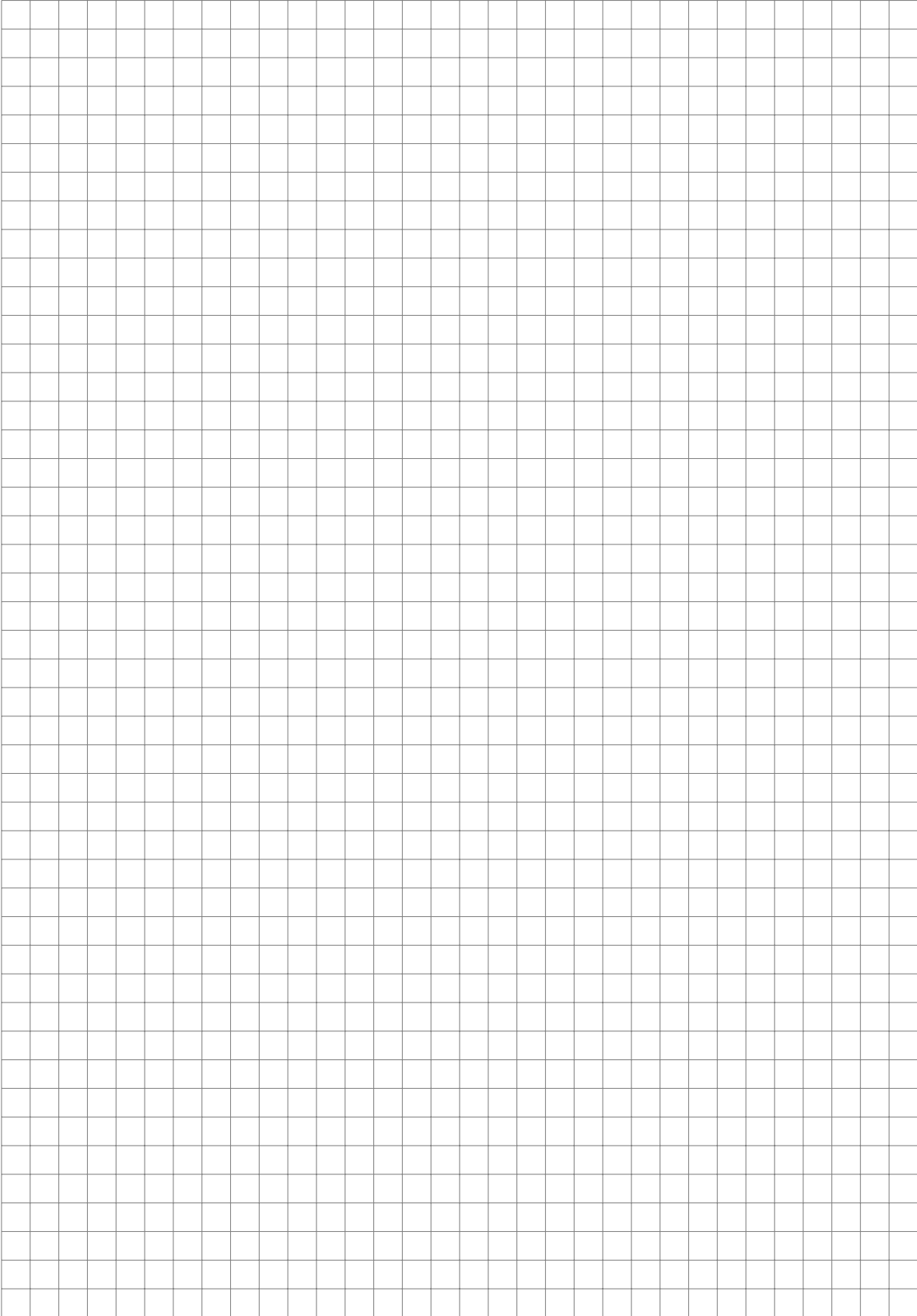
Punkte

 Aufgabe \_\_\_\_ Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_



Punkte

 Aufgabe \_\_\_\_ Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_



Punkte