

AUFGABENTEIL

Klausur: Modul 31811
Planen mit mathematischen Modellen

Termin: 18.09.2019, 14.00 – 16.00 Uhr

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine

Aufgabe 1

20 Punkte

Für die Einführung einer neuen Sonnencreme möchte die Marketing-Abteilung des Unternehmens *Sunny* eine Verkaufsaktion durchführen. Ein Teilprojekt betrifft die Bestellung, den Transport und den Aufbau der Verkaufsstände. Der Termin steht bereits fest. Sie werden mit der Projektplanung beauftragt.

- a) Erstellen Sie mittels der Tabelle im Lösungsbogen einen Projektplan. Bestimmen Sie **Früheste Anfangszeit (FA) bzw. (FAZ)**, **Früheste Endzeit (FE) bzw. (FEZ)**, **Späteste Anfangszeit (SA) bzw. (SAZ)** sowie **Gesamtpuffer (GP)** und **Freier Puffer (FP)** der entsprechenden Vorgänge. Tragen Sie Ihre Ergebnisse in die entsprechende Tabelle ein.
Hinweis: Die Anmerkung z. B. (FA) bzw. (FAZ) bezieht sich auf die unterschiedlichen genutzten Kursversionen.
- b) Welche sind die kritischen Vorgänge? Wie würden Sie die Planung in Anbetracht der kritischen Vorgänge beurteilen?
- c) Ein neuer Mitarbeiter fragt Sie, warum bei einem Vorgang *i* der **Freie Puffer** nicht größer als der **Gesamtpuffer** sein kann. Erläutern Sie dem Mitarbeiter den Zusammenhang nachvollziehbar.
- d) Nun legt das Projektmanagement fest, dass der Start des Vorgangs 10 ("Aufbau der VT") auf den 25. Tag fixiert werden soll. Wie ändert sich nun der Projektplan? Berechnen Sie die geänderten Werte für **Früheste Anfangszeit**, **Früheste Endzeit**, **Späteste Anfangszeit** sowie **Gesamtpuffer** und **Freier Puffer** gegebenenfalls erneut. Tragen Sie die Werte in die entsprechende Tabelle ein. Wie lauten nun die kritischen Vorgänge und wie würden Sie den Projektplan jetzt beurteilen?

Aufgabe 2

30 Punkte

Das Fahrradunternehmen *RadSchlag* möchte die täglichen Produktionsmengen für seine neuentwickelten Fahrräder *Sprint*, *Endurance* und *Mountain* festlegen. Alle Einzelteile werden von Zulieferern hergestellt und bedarfssynchron (Just-in-Time) angeliefert; diese Teile sind also gleich nach der Planung zu bestellen und im Betrieb zusammensetzen. Jedes der Räder hat einen unterschiedlichen Rahmen. Die Pedale sind hingegen für alle Räder dieselben. Der Typ *Sprint* hat einen speziellen Lenker, der sehr leicht und damit auch teuer ist. Die beiden anderen Räder werden mit dem gleichen Normal-Lenker versehen, denn dieser ist deutlich günstiger als der des Typs *Sprint*. Die Montagezeiten in Minuten sind der folgenden Tabelle zu entnehmen:

Fahrradtyp	Montagezeiten in Minuten
Sprint	30
Endurance	20
Mountain	25

Unter Einbeziehung von Pausen usw. stehen dem Unternehmen täglich effektiv 400 Arbeitsminuten an jedem der 8 Montageplätze zur Verfügung. Die Zulieferer können 800 Pedale, 50 Sprint-Lenker, 120 Normal-Lenker sowie von jedem Rahmen 60 täglich anliefern.

Die vom Unternehmen errechneten Deckungsbeiträge pro verkauftem Fahrrad belaufen sich bei *Sprint* auf 120 Euro, bei *Endurance* auf 80 Euro und bei *Mountain* auf 90 Euro. Der Betreiber ist an der Deckungsbeitragsmaximierung für den Tagesverkauf an Fahrrädern interessiert.

- a) Formulieren Sie ein entsprechendes lineares Optimierungsmodell und erläutern Sie die Bedeutung der Variablen. Vernachlässigen Sie dabei die Ganzzahligkeitsbedingungen.
- b) Warum ist es nicht sinnvoll, das in a) aufgestellte Optimierungsmodell graphisch zu lösen? Begründen Sie Ihre Antwort.
- c) Stellen Sie ein zulässiges Ausgangstableau für das vorliegende Optimierungsproblem auf und benennen Sie den aktuellen Verkaufszustand.
- d) Lösen Sie das vorliegende Optimierungsproblem mittels Simplex. Gehen Sie dabei wie folgt vor:
 - i) Führen Sie einen Simplexschritt durch. Benutzen Sie dazu das entsprechende Tableau im Lösungsbogen.

- ii) Führen Sie erneut einen Simplexschritt durch. Legen Sie dafür das gegebene Tableau im Lösungsbogen zu Grunde. Geben Sie explizit Ihre gefundene Produktionsmenge an. Sind diese Produktionsmengen optimal?
- e) Da bei solchen Optimierungsproblemen die Modellgröße schnell anwachsen kann, wird oftmals ein sogenanntes *preprocessing* vorgenommen. Dabei werden redundante Restriktionen gesucht und entfernt, um die Modellgröße zu reduzieren. Lassen sich solche Redundanzen auch in dem in a) formulierten Modell auffinden? Nennen und begründen Sie gegebenenfalls die redundanten Restriktionen.

Aufgabe 3

25 Punkte

Das neuentwickelte Rad *Sprint* des Fahrradproduzenten *RadSchlag* ist bei den Kunden gut angekommen und ist mittlerweile der Verkaufsschlager. Deshalb wird dieses Rad zurzeit an vier Produktionsstandorten gefertigt bzw. montiert. Die Auslieferungen beschränken sich aktuell auf vier Großkunden in den vier abnahmestärksten Städten. Die folgende Tabelle hält die Transportentfernungen d_{ij} (in km) bereit:

	Düsseldorf (D)	Essen (E)	Hagen (HA)	Münster (MS)
Gelsenkirchen (GE)	56	14	59	80
Duisburg (DU)	28	24	79	108
Krefeld (KR)	29	47	39	131
Gütersloh (GT)	160	133	105	58

Die Transportkosten c_{ij} (in Euro) liegen bei 18 pro gefahrenem Kilometer; bei Belieferung des Essener Großkunden ist jedoch ein Zuschlag von 5 pro gefahrenem Kilometer erforderlich, da dieser Händler in der Innenstadt liegt und somit nur mit speziellen Transportvehikeln erreicht werden kann.

Die Produktionskapazitäten (Stück pro Monat) betragen:

$$GE = 2000$$

$$DU = 3000$$

$$KR = 800$$

$$GT = 1500$$

Die Abnahmezahlen der Großhändler (Stück pro Monat) lauten:

$$D = 900$$

$$E = 1800$$

$$HA = 2150$$

$$MS = 2450$$

- Berechnen Sie die Transportkosten für die unterschiedlichen Strecken und stellen Sie die Transportkostenmatrix auf.
- Formulieren Sie das Problem als (vollständiges) mathematisches Modell. Ge-

ben Sie dabei explizit (d.h. mit konkreten Zahlen) Zielfunktion und Restriktionen an, und erläutern Sie die Bedeutung der Variablen.

- c) Lösen Sie das Problem mit der Vogel'schen Approximationsmethode. Nutzen Sie dazu die in a) berechnete Transportkostenmatrix. Berechnen Sie die Gesamttransportkosten und geben Sie den Transportplan explizit an!

Aufgabe 4

5 Punkte

In München wird jedes Jahr ein größeres Festival organisiert, welches größere Planungsaktivitäten bedingt. Untersuchungen auf Vergangenheitsdaten haben ergeben, dass im arithmetischen Mittel jedes Jahr 6.500.000 Menschen das Festival besuchten. Hierbei wurde eine empirische Standardabweichung von 1.500.000 Menschen ermittelt. Für die Stichproben standen die Werte der letzten dreißig Jahre zur Verfügung. In Ihrer Funktion als Repräsentant des Organisationsteams sind Sie erster Ansprechpartner für die Stadtverwaltung.

Für die Organisation eines solchen Festivals gibt es diverse Vorgaben seitens der Stadtverwaltung, die zwingend eingehalten werden müssen. Unter anderem gibt es für den Organisator eine Prognosepflicht zur erwarteten Anzahl an Besuchern unter Berücksichtigung eines vorgegebenen Sicherheitsniveaus von 95,45%. Es wird hierfür eine Normalverteilung bei zweiseitiger Abgrenzung unterstellt.

Geben Sie auf Basis der vorhandenen Informationen das approximative Konfidenzintervall an. Runden Sie auf zwei Nachkommastellen. Wie hoch ist die Fehlertoleranz der Prognose?

Aufgabe 5

20 Punkte

Ein Flughafen in Berlin wurde nach unerwartet langer Bauzeit eröffnet. Auf Grund vielfältiger Probleme stand sogar der Abbruch des Vorhabens und damit der Abriss der bereits errichteten Gebäude im Raum. Mittlerweile ist der Flughafen in Betrieb und das Tagesgeschäft nimmt trotz aller Probleme seinen Lauf, jedoch besteht große Verärgerung bei den Fluggästen.

Es werden daher seitens der Geschäftsführung unterschiedliche Problemlösungsteams für verschiedene Bereiche gegründet, um die Probleme im Ablauf zu beseitigen. In Ihrer Funktion als Sicherheitschef unterstützen Sie und Ihre Mitarbeiter im Bereich des Problemlösungsteams *SEC AIR BER*. Der Untersuchungsauftrag des Problemlösungsteams besteht darin, zu untersuchen warum die Abfertigung der Fluggäste im Bereich der Sicherheitschecks so viel Zeit in Anspruch nimmt. Es wurde festgestellt, dass sich lange Warteschlangen bilden. Sie widmen sich der Problemstellung und nehmen eine erste Sichtung eines ausgewählten Abfertigungsbereichs *A* mit Ihren Mitarbeitern vor Ort vor. Folgende Ausgangssituation wird erfasst:

- Es gibt einen Sicherheitscheck (s_{c1}) an dem die Fluggäste kontrolliert werden
- Neue Fluggäste reihen sich immer an das Ende der Warteschlange ein
- Die Bedienzeit der Fluggäste ist exponentialverteilt
- Die Fluggäste werden der Reihe nach bedient
- Der Ankunftsprozess ist ein Poissonprozess

Um weitere Erkenntnisse über die Ist-Situation zu erhalten, bitten Sie Ihr Team eine Beobachtung über einen längeren Zeitraum durchzuführen. Sie gewinnen dadurch folgende weitere Informationen:

- Es kommen je Minute 5 neue Fluggäste an (Ankunftsrate α)
- Ein Sicherheitscheck kann je Minute 3 Fluggäste kontrollieren (Bedienrate β)

Bearbeiten Sie auf Basis dieser Informationen die folgenden Aufgabenteile:

- a) Vervollständigen Sie den teilweise angewendeten Klassifizierungscode (K1, K2, K3, K4, K5) auf dem Lösungsbogen. Erläutern Sie im Anschluss die Ausprägungen der Variablen K1, K3 und K5.

Kriterium	Ausprägung
K1	M
K2	?
K3	1
K4	?
K5	FIFO

- b) Sie wollen nun eine Simulation durchführen und haben dafür bereits einige gleichverteilte Zufallszahlen x_i erzeugt. Die Zufallszahlen müssen noch transformiert werden, um diese einsetzen zu können. Transformieren Sie die gleichverteilten Zufallszahlen, damit diese für den Bedienprozess genutzt werden können. Tragen Sie die ermittelten Werte y_i auf dem Lösungsbogen ein und runden Sie auf zwei Nachkommastellen.

i	x_i	y_i
1	0,15	
2	0,07	
3	0,93	

- c) Ein Mitarbeiter von Ihnen hatte den gleichen Gedanken und hat eigenständig andere Zufallszahlen erzeugt. Er legt Ihnen nachfolgende Tabelle vor, die relevante Auszüge seiner Simulation für 30 Fluggäste widerspiegelt:

KD_i	a_i	$t_i = \sum_{j=1}^i a_j$	b_i	$\sum_{j=1}^i b_j$	e_i^1	w_i	$\sum_{j=1}^i w_j$
1	0,12	0,12	0,17	0,17	0,29	0,00	0,00
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	0,60	1,52	0,80	4,09	4,24	1,92	11,22
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
30	1,17	4,84	0,70	8,97	9,12	3,58	93,27

Erläuterung der Symbolik:

KD_i	...	Fluggast i
a_i	...	Zwischenankunftszeit des i -ten Fluggasts
$t_i = \sum_{j=1}^i a_j$...	Ankunftszeitpunkt des i -ten Fluggasts
b_i	...	Bediendauer des i -ten Fluggasts
$\sum_{j=1}^i b_j$...	Gesamtbedienzeit
e_i^1	...	Bedienende-Zeitpunkt des i -ten Fluggasts am Sicherheitscheck 1
w_i	...	Wartezeit des i -ten Fluggasts
$\sum_{j=1}^i w_j$...	Gesamte Wartezeit

Ermitteln Sie die typischen Kennzahlen Auslastungsgrad, mittlere Wartezeit und mittlere Schlängellänge für die durchgeführte Simulation. Runden Sie dabei auf zwei Nachkommastellen und geben Sie den Rechenweg je Kennzahl an. Welche Entwicklung im System zeichnet sich gegenüber dem zehnten Fluggast ab?

- d) Sie gehen davon aus, dass es hilfreich sein wird, neben dem bisher einzigen Sicherheitscheck (s_{c1}) einen zweiten Sicherheitscheck (s_{c2}) einzurichten. Die Warteschlange bleibt unverändert, d. h. beide Sicherheitschecks bedienen die gleiche Warteschlange.

Sie definieren zudem die folgende Vorrangfolge an den Sicherheitschecks 1 und 2:

1. Kommt ein Fluggast an und beide Sicherheitschecks sind frei, so wird der Fluggast von **Sicherheitscheck 2** bedient.
2. Kommt ein Fluggast an und nur ein Sicherheitscheck der beiden Sicherheitschecks ist frei, so wird der Fluggast direkt vom freien Sicherheitscheck bedient.
3. Kommt ein Fluggast an und beide Sicherheitschecks sind belegt, so wird der Fluggast von demjenigen Sicherheitscheck als nächstes bedient, der schneller frei wird.

Führen Sie folgende Simulation für die Fluggäste 28-30 zu Ende. Tragen Sie die Werte in dem Tableau auf dem Lösungsbogen ein. Beachten Sie hierbei die neue Spalte e_i^2 für den zusätzlich eingeführten Sicherheitscheck (s_{c2}).

KD_i	a_i	$t_i = \sum_{j=1}^i a_j$	b_i	$\sum_{j=1}^i b_j$	e_i^1	e_i^2	w_i	$\sum_{j=1}^i w_j$
1	0,12	0,12	0,17	0,17	–	0,29	0,00	0,00
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
16	0,08	1,80	1,43	6,43	4,15	–	0,92	7,43
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	0,16	2,90	0,06	7,62	–	4,12	1,16	16,56
25	0,06	2,96	0,08	7,07	–	4,20	1,16	17,72
26	0,44	3,40	0,11	7,81	4,26	–	0,75	18,47
27	0,01	3,41	0,03	7,84	–	4,23	0,79	19,26
28	0,15		0,24					
29	0,11		0,19					
30	1,17		0,70					

Erläuterung der Symbolik:

e_i^1 ... Bedienende-Zeitpunkt des i -ten Fluggasts an Sicherheitscheck 1

e_i^2 ... Bedienende-Zeitpunkt des i -ten Fluggasts an Sicherheitscheck 2

Vervollständigen Sie die Tabelle auf dem Lösungsbogen. Ist diese Maßnahme erfolgreich? Begründen Sie Ihre Antwort.

LÖSUNGSBÖGEN

Klausur: Modul 31811
Planen mit mathematischen Modellen

Termin: 18.09.2019, 14.00 – 16.00 Uhr

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Aufgabe	1	2	3	4	5				Summe
maximale Punktzahl	20	30	25	5	20				100
erreichte Punktzahl									

Gesamtpunktzahl:

Note:

Datum:

Unterschriften
der Prüfer:

Hinweise für die Bearbeitung

- Füllen Sie zunächst das Deckblatt und den Kopf der Lösungsbögen aus.
- Trennen Sie von den Lösungsbögen keine Blätter ab; am Ende der Klausur müssen alle Lösungsbögen abgegeben werden.
- Die Lösungen müssen in dem vorgesehenen Raum auf den Lösungsbögen eingetragen werden. Falls der Platz nicht ausreicht, benutzen Sie bitte die Rückseite, und geben Sie einen deutlichen Hinweis hierauf.
- Bedenken Sie, dass vor allem der Lösungsweg einschließlich Ansatz und Zwischenschritten bewertet wird.
- Die Klausur umfasst 5 Aufgaben, die in 120 Minuten zu bearbeiten sind.
- Zu jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben; die Summe aller Punkte beträgt 100. Die Klausur ist auf jeden Fall bestanden, wenn 50 Punkte erreicht wurden.

- **Zugelassene Hilfsmittel für diese Klausur:**

Die Verwendung eines Taschenrechners ist dann und nur dann erlaubt, wenn dieser einer der drei folgenden Modellreihen angehört:

- Casio fx86 oder Casio fx87,
- Texas Instruments TI 30 X II,
- Sharp EL 531.


Die Verwendung anderer Taschenrechnermodelle wird als Täuschungsversuch gewertet und mit der Note „nicht ausreichend“ (5,0) sanktioniert.

Ob ein Taschenrechner einer der drei Modellreihen angehört, können Sie selbst überprüfen, indem Sie die vom Hersteller auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung mit den oben angegebenen Bezeichnungen vergleichen: Bei **vollständiger** Übereinstimmung ist das Modell erlaubt. Ist die auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung umfangreicher, enthält aber eine der oben angegebenen Bezeichnungen **vollständig**, ist das Modell ebenfalls erlaubt. In allen anderen Fällen ist das Modell nicht erlaubt. **Eventuelle Vorgänger- oder Nachfolgemodelle, die nicht in der oben aufgeführten Liste enthalten sind, sind ebenfalls nicht erlaubt.**

Darüber hinaus sind ausschließlich die zum Modul gehörenden Kurseinheiten einschließlich der darin enthaltenen Lösungen zu den Übungsaufgaben zugelassen. Die Kurse dürfen Markierungen und textbezogene Anmerkungen enthalten.

- Lesen Sie den Aufgabentext gut durch und nun:

Viel Erfolg !

 Aufgabe 1 Matr.-Nr.: _____

a)


Vorgang	Bezeichnung	Dauer	Vorgänger	FA bzw. FAZ	FE bzw. FEZ	SA bzw. SAZ	GP	FP
1	Projektstart	0						
2	Angebote für Verkaufstheke (VT) einholen	2	1					
3	Angebote für VT vergleichen	2	2					
4	VT individuell gestalten	7	3					
5	VT bestellen	8	4					
6	Angebote von Transportunternehmen (TU) einholen	2	4					
7	Angebote von TU vergleichen	2	6					
8	TU beauftragen	1	7					
9	Anlieferung der VT vom TU zum Verkaufsort	3	5 8					
10	Aufbau der VT	1	9					
11	Verkaufsaktion	0	10					

Punkte

 Aufgabe 1 Matr.-Nr.: _____

a) (*Fortsetzung*)


Punkte

 Aufgabe 1 Matr.-Nr.: _____

b)

c)


Punkte

 Aufgabe 1 Matr.-Nr.: _____

d)

Vorgang	Bezeichnung	Dauer	Vorgänger	FA bzw. FAZ	FE bzw. FEZ	SA bzw. SAZ	GP	FP
1	Projektstart	0						
2	Angebote für Verkaufstheke (VT) einholen	2	1					
3	Angebote für VT vergleichen	2	2					
4	VT individuell gestalten	7	3					
5	VT bestellen	8	4					
6	Angebote von Transportunternehmen (TU) einholen	2	4					
7	Angebote von TU vergleichen	2	6					
8	TU beauftragen	1	7					
9	Anlieferung der VT vom TU zum Verkaufsort	3	5 8					
10	Aufbau der VT	1	9					
11	Verkaufsaktion	0	10					


Punkte

 Aufgabe 2 Matr.-Nr.: _____

a)

b)

Punkte

 Aufgabe 2 Matr.-Nr.: _____

c)

d)


Hinweis: x_1 bezeichnet die Produktionsmenge des Rads Sprint, x_2 die des Rads Endurance und x_3 die des Rads Mountain. Die $s_i, i = 1, \dots, 7$, sind Schlupfvariable.

i)

x_0	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	
1	0	-80	-90	0	0	0	0	120	0	0	6000
0	0	2	2	1	0	0	0	-2	0	0	700
0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	10
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	60
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	60
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	50
0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	120
0	0	20	25	0	0	0	0	-30	0	1	1700

--

Punkte


 Aufgabe 2 Matr.-Nr.: _____

ii)

x_0	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	
1	0	0	0	0	0	0	-10	0	0	4	12200
0	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{-1}{10}$	560
0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	10
0	0	0	0	0	0	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{-1}{20}$	50
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	60
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	50
0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{-1}{20}$	50
0	0	1	0	0	0	0	$\frac{-5}{4}$	$\frac{-3}{2}$	0	$\frac{1}{20}$	10

e)


Punkte

 Aufgabe 3 Matr.-Nr.: _____

a)

b)

Punkte

 Aufgabe 3 Matr.-Nr.: _____

c)

Punkte

 Aufgabe 4 Matr.-Nr.: _____

Aufgabe 4)

Punkte

 Aufgabe 5 Matr.-Nr.: _____

a)

Kriterium	Ausprägung
K1	M
K2	
K3	1
K4	
K5	FIFO


Erläuterung:

b)

i	x_i	y_i
1	0,15	
2	0,07	
3	0,93	

Rechnung:

Punkte


 Aufgabe 5 Matr.-Nr.: _____

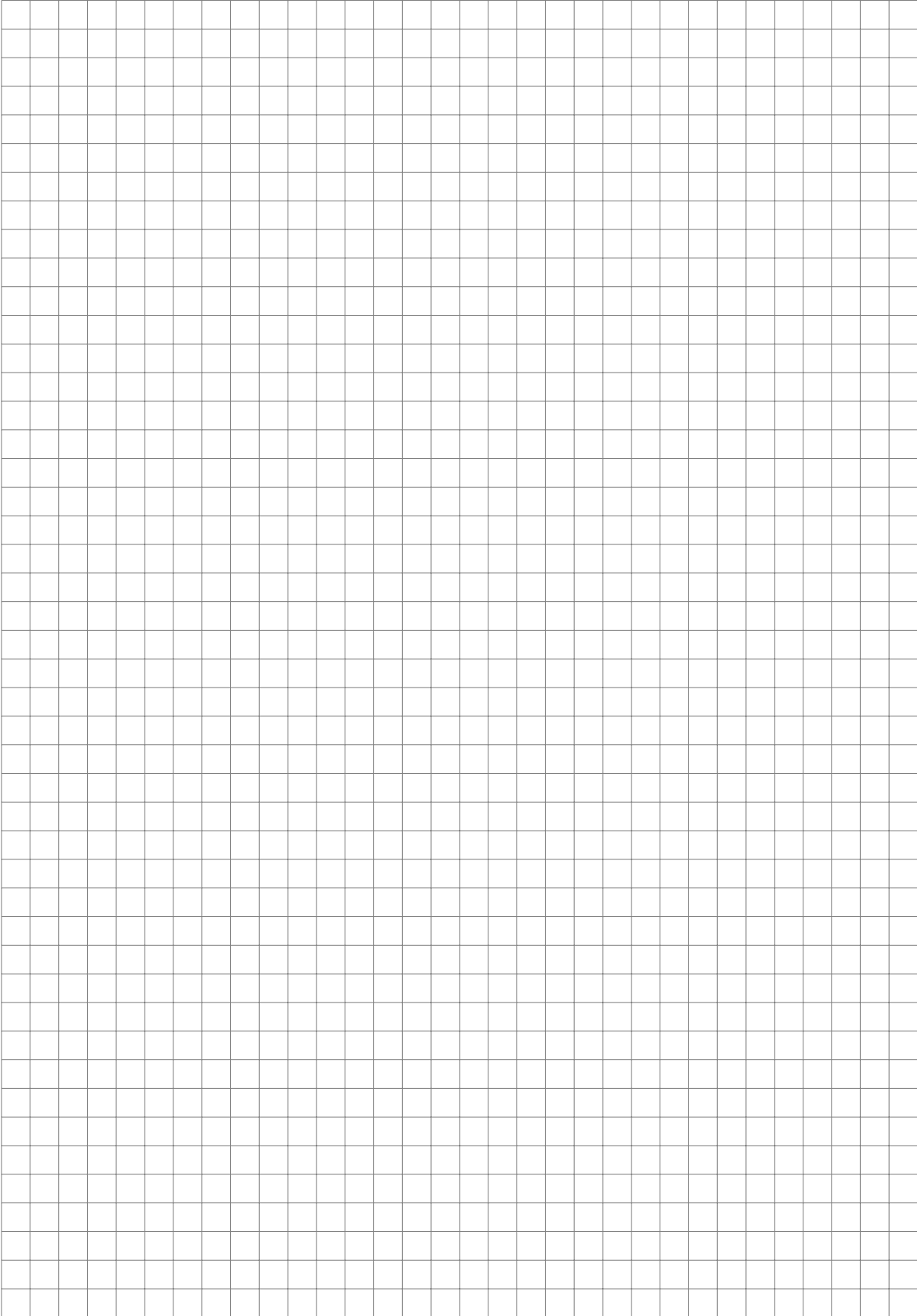
c)

d)


KD_i	a_i	$t_i = \sum_{j=1}^i a_j$	b_i	$\sum_{j=1}^i b_j$	e_i^1	e_i^2	w_i	$\sum_{j=1}^i w_j$
1	0,12	0,12	0,17	0,17	–	0,29	0,00	0,00
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
16	0,08	1,80	1,43	6,43	4,15	–	0,92	7,43
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	0,16	2,90	0,06	7,62	–	4,12	1,16	16,56
25	0,06	2,96	0,08	7,07	–	4,20	1,16	17,72
26	0,44	3,40	0,11	7,81	4,26	–	0,75	18,47
27	0,01	3,41	0,03	7,84	–	4,23	0,79	19,26
28	0,15		0,24					
29	0,11		0,19					
30	1,17		0,70					

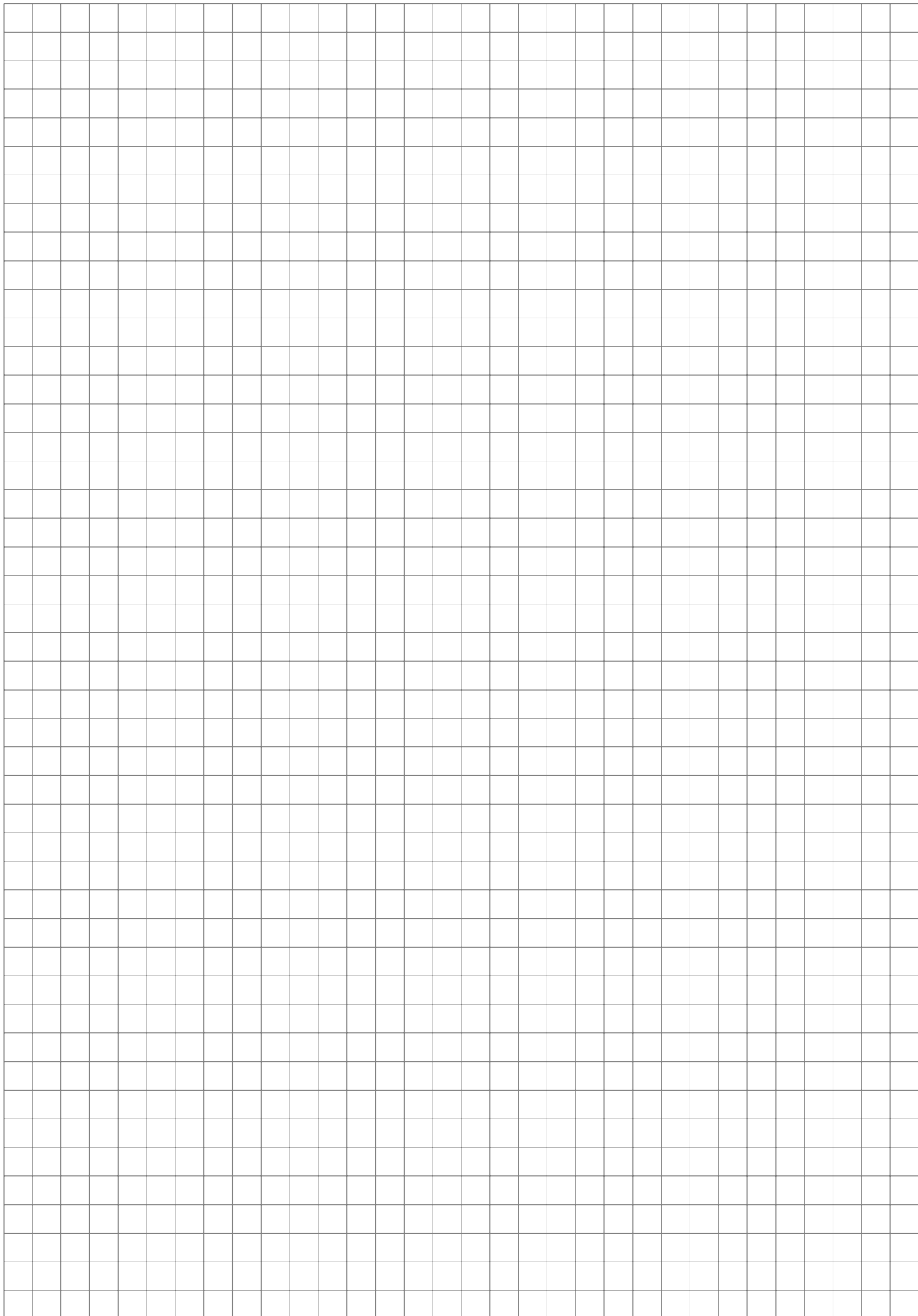
Punkte

 Aufgabe ____ Matr.-Nr.: _____



Punkte

 Aufgabe ____ Matr.-Nr.: _____



Punkte

Punkte