

AUFGABENTEIL

Klausur: Modul 31811
Planen mit mathematischen Modellen

Termin: 18.03.2020

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine

Aufgabe 1

25 Punkte

Der weltweit agierende Elektronikkonzern „Peach“ möchte am Betriebsstandort Aachen für seine neu entwickelten Mobiltelefone – das „HiPhone“ und „LowPhone“ – die Tagesproduktionsmengen planen. Alle Einzelteile werden von Zulieferern hergestellt und bedarfssynchron (Just-in-Time) angeliefert; diese Teile sind also gleich nach der Planung zu bestellen und im Betrieb zusammenzusetzen. Die Mobiltelefone haben jeweils ein unterschiedliches Gehäuse und sind stets in ausreichender Menge verfügbar – restringieren also nicht. Der Lithium-Ionen-Akku kann hingegen in beiden gleichermaßen verbaut werden. Damit die Laufzeit des höherwertigen HiPhones deutlich besser ausfällt, werden von den Akkus 2 verbaut; es stehen aktuell 2.000 Akkus zur Verfügung. Die Montagezeiten am Fließband sind der folgenden Tabelle zu entnehmen:

Telefontyp	Montagezeiten in Sekunden
HiPhone	30
LowPhone	20

Dem Unternehmen stehen täglich effektiv 900 Arbeitsminuten (Zweischichtbetrieb) am Fließband zur Verfügung. Letztlich wird bei jedem Mobiltelefon noch eine manuelle Politur und visuelle Prüfung vorgenommen. Die Bearbeitungszeiten zu diesen Tätigkeiten sind unterschiedlich und folgender Tabelle zu entnehmen:

Telefontyp	manuelle Prüfungszeiten in Sekunden
HiPhone	60
LowPhone	30

Insgesamt stehen täglich 1250 Arbeitsminuten zur Verfügung. Zudem sollen mindestens 600 HiPhones produziert werden.

Die vom Unternehmen errechneten Deckungsbeiträge pro verkauftem Mobiltelefon belaufen sich beim HiPhone auf 750 Euro und beim LowPhone auf 360 Euro. Der Elektronikkonzern ist an der Deckungsbeitragsmaximierung für den Tagesverkauf an Mobiltelefonen interessiert.

- Formulieren Sie ein entsprechendes lineares Optimierungsmodell und erläutern Sie die Bedeutung der Variablen. Vernachlässigen Sie dabei die Ganzzahligkeitsbedingungen.
- Überprüfen Sie zunächst die Mindestforderung bzgl. der HiPhones auf Zulässigkeit, indem Sie die entsprechende Menge gleich 600 setzen und die der

LowPhones auf null. Begründen Sie Ihre Antwort über das in a) entwickelte Modell!

- c) Stellen Sie ein zulässiges Ausgangstableau für das vorliegende Optimierungsproblem auf. Hinweis: Stichwort Zweiphasenmethode!
- d) Lösen Sie das in c) aufgestellte Problem mittels Simplex-Algorithmus und kommentieren Sie Ihre Lösung. Benutzen Sie dazu die entsprechenden Tableaus im Lösungsbogen. Hinweis: Führen Sie höchstens zwei Simplexschritte durch!

Aufgabe 2

35 Punkte

Der Elektronikkonzern „Peach“ plant, sein neu entwickeltes Mobiltelefon – das „Hi-Phone“ – auf den deutschen Markt zu bringen. Das Distributionsnetz in Deutschland besteht aktuell aus vier sogenannten Hubs – dies sind zentrale Umschlaglager. Von den insgesamt 400 Vertriebsstandorten wurde die Tagesplanung schon für 395 Standorte abgeschlossen; es fehlen also noch die Mengenaufteilungen zu den übrigen 5 Standorten. Da jedoch die Auslieferungen schon morgen beginnen sollen, ist hier Schnelligkeit bzgl. der Lösungsfindung gefragt – und somit Sie. Die folgende Tabelle hält die Transportentfernungen d_{ij} (in km) von Hub i zu Vertriebsort j bereit:

	Bremen (HB)	Magdeburg (MD)	Mainz (MZ)	Münster (MS)	Regensburg (R)
Berlin (B)	390	160	580	480	500
Düsseldorf (D)	290	430	240	130	550
Hamburg (HH)	125	280	525	285	700
Stuttgart (S)	645	570	210	510	300

Die Transportkosten liegen bei 20 Eurocent pro gefahrenem Kilometer.

Die in den Hubs eingelagerten Stückzahlen betragen:

B = 60.000 bzw. 60'

D = 30.000 bzw. 30'

HH= 45.000 bzw. 45'

S = 85.000 bzw. 85'

Die Abnahmezahlen der Großhändler (Stück pro Monat) lauten:

HB = 35.000 bzw. 35'

MD = 15.000 bzw. 15'

MZ = 45.000 bzw. 45'

MS = 60.000 bzw. 60'

R = 65.000 bzw. 65'

- a) Berechnen Sie die Transportkosten c_{ij} für die unterschiedlichen Strecken und stellen Sie die Transportkostenmatrix auf.
- b) Formulieren Sie das Problem als (vollständiges) mathematisches Modell. Geben Sie dabei explizit (d.h. mit konkreten Zahlen) Zielfunktion und Restriktionen an, und erläutern Sie die Bedeutung der Variablen.
- c) Lösen Sie das Problem mit
 - i. dem Greedy-Ansatz und
 - ii. der Vogel'schen Approximationsmethode.
Nutzen Sie dazu die in a) berechnete Transportkostenmatrix. Berechnen Sie jeweils die Gesamttransportkosten und geben Sie die Transportpläne explizit an!
 - iii. Beurteilen Sie kurz (also mit nur wenigen Sätzen) die Qualitäten der Lösungen aus i. und ii.!

Aufgabe 3	20 Punkte
------------------	------------------

Die Geschäftsleitung des Elektronikkonzerns „Peach“ plant, den Mobiltelefontyp „HiPhone“ im Rahmen eines Projektes zu verbessern. Sie werden mit der Projektleitung betraut. Insgesamt sollen in diesem Projekt technische Komponenten verbessert oder neu entwickelt werden – ein neuer Prozessor, Lithium-Polymer-Akku, eine verbesserte Kamera usw. Sie haben diese Vorgänge bereits in eine kompakte Projektliste überführt (siehe unten): Nun sollen

- a) in dieser noch eine Vorwärts- und Rückwärtsrechnung durchgeführt und die frühesten Anfangszeiten (FA), frühesten Endzeiten (FE), spätesten Anfangszeiten (SA) sowie die Pufferzeiten (GP, FP) bestimmt werden. Hinweis: Die entsprechende Tabellenvorlage finden Sie im Lösungsbogen.
- b) Sie für die Geschäftsleitung die Abhängigkeitsbeziehungen zwischen den Vorgängen in einem Graphen veranschaulichen.
- c) Sie für die Geschäftsleitung prüfen, ob es einen kritischen Pfad gibt; und wenn ja, wie lautet er?

Vorgang	Dauer	Vorgänger	FA	FE	SA	GP	FP
1	0	–					
2	4	1					
3	2	–					
4	7	2,3					
5	8	3					
6	6	4,5					
7	2	6					
8	5	2					
9	3	8					
10	0	7,9					

Aufgabe 4

20 Punkte

Die Geschäftsleitung des Elektronik Konzerns ‘Peach’, ist mit der aktuellen Bestellpolitik der im ‘HiPhone’, verbauten Lithium-Ionen-Akkus unzufrieden, da im Mittel an 2 von 5 Wochentagen die Nachfrage nicht durch die Produktion abdeckbar war. Daher soll nunmehr darüber befunden werden, einfach täglich 3.000 Akkumulatoren zu bestellen. Allerdings soll nun zuerst – durch Simulation – überprüft werden, ob die Lagerkapazität dazu auch ausreicht oder die unsichere Nachfrage diesen Bestellprozess unsachgemäß erscheinen lässt. Die Lagerkosten pro Akku betragen 1 Euro und die Bestellkosten 3 Euro je Akku.

t	z_t	z_t^{norm}	d_t	l_t	x_t	cb_t	cl_t	c_t
0	-	-	0	0	3.000			
1	614	0,60						
2	340	0,33						
3	792	0,77						
4	592	0,58						
5	608	0,59						
6	320	0,31						
7	384	0,38						
8	256	0,25						
9	512	0,50						
10	0	0,00						

Folgende Nachfrageverteilung wird angenommen:

Nachfrage	1000	2500	3000	4500
[0;1) Zufallszahlen	[0;0,1)	[0,1;0,4)	[0,4;0,8)	[0,8;1,0)

- Entwickeln Sie die Lagerbestände, Kosten usw. gemäß der obigen Tabelle. Eine entsprechende Tabellenvorlage finden Sie im Lösungsbogen. Wie hoch fallen die durchschnittlichen Tagesgesamtkosten aus? Hinweis: Runden Sie bitte stets bis auf zwei Stellen nach dem Komma.
- Gibt es Tage, an denen der maximal mögliche Lagerbestand von $l^{max} = 4000$ Akkus überschritten wird? Wenn ja, welche modifizierte Politik würden Sie der

Geschäftsleitung bei untergeordneter Bedeutung der Lagerkosten empfehlen?

- c) Warum sind im Kontext des Lehmer-Verfahrens die Parameter $z_0 := 5$, $a := 11$, $b := 8$ ungeeignet; begründen Sie durch Simulation.

Es bezeichnen:

t : Tag,

z_t : Zufallszahl für Tag t ,

z_t^{norm} : normierte Zufallszahl für Tag t (liegt in $[0,1)$),

d_t : Nachgefragte Menge am Tag t ,

l_t : Lagerbestand zu Beginn des Tages t ,

x_t : Bestellmenge am Tag t ,

cb_t : Bestellkosten des Tages t ,

cl_t : Lagerkosten des Tages t ,

c_t : aggregierten Kosten des Tages t ,

T_S : Simulationszeitraum (10 Tage, zwei Arbeitswochen).

LÖSUNGSBÖGEN

Klausur: Modul 31811
Planen mit mathematischen Modellen

Termin: 18.03.2020

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Aufgabe	1	2	3	4					Summe
maximale Punktzahl	25	35	20	20					100
erreichte Punktzahl									

Gesamtpunktzahl:

Note:

Datum:

Unterschriften
der Prüfer:

Hinweise für die Bearbeitung

- Füllen Sie zunächst das Deckblatt und den Kopf der Lösungsbögen aus.
- Trennen Sie von den Lösungsbögen keine Blätter ab; am Ende der Klausur müssen alle Lösungsbögen abgegeben werden.
- Die Lösungen müssen in dem vorgesehenen Raum auf den Lösungsbögen eingetragen werden. Falls der Platz nicht ausreicht, benutzen Sie bitte die Rückseite, und geben Sie einen deutlichen Hinweis hierauf.
- Bedenken Sie, dass vor allem der Lösungsweg einschließlich Ansatz und Zwischenschritten bewertet wird.
- Die Klausur umfasst 4 Aufgaben, die in 120 Minuten zu bearbeiten sind.
- Zu jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben; die Summe aller Punkte beträgt 100. Die Klausur ist auf jeden Fall bestanden, wenn 50 Punkte erreicht wurden.

- **Zugelassene Hilfsmittel für diese Klausur:**

Die Verwendung eines Taschenrechners ist dann und nur dann erlaubt, wenn dieser einer der drei folgenden Modellreihen angehört:

- Casio fx86 oder Casio fx87,
- Texas Instruments TI 30 X II,
- Sharp EL 531.


Die Verwendung anderer Taschenrechnermodelle wird als Täuschungsversuch gewertet und mit der Note „nicht ausreichend“ (5,0) sanktioniert.

Ob ein Taschenrechner einer der drei Modellreihen angehört, können Sie selbst überprüfen, indem Sie die vom Hersteller auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung mit den oben angegebenen Bezeichnungen vergleichen: Bei **vollständiger** Übereinstimmung ist das Modell erlaubt. Ist die auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung umfangreicher, enthält aber eine der oben angegebenen Bezeichnungen **vollständig**, ist das Modell ebenfalls erlaubt. In allen anderen Fällen ist das Modell nicht erlaubt. **Eventuelle Vorgänger- oder Nachfolgemodelle, die nicht in der oben aufgeführten Liste enthalten sind, sind ebenfalls nicht erlaubt.**

Darüber hinaus sind ausschließlich die zum Modul gehörenden Kurseinheiten einschließlich der darin enthaltenen Lösungen zu den Übungsaufgaben zugelassen. Die Kurse dürfen Markierungen und textbezogene Anmerkungen enthalten.

- Lesen Sie den Aufgabentext gut durch und nun:


Viel Erfolg !

 Aufgabe 1 Matr.-Nr.: _____

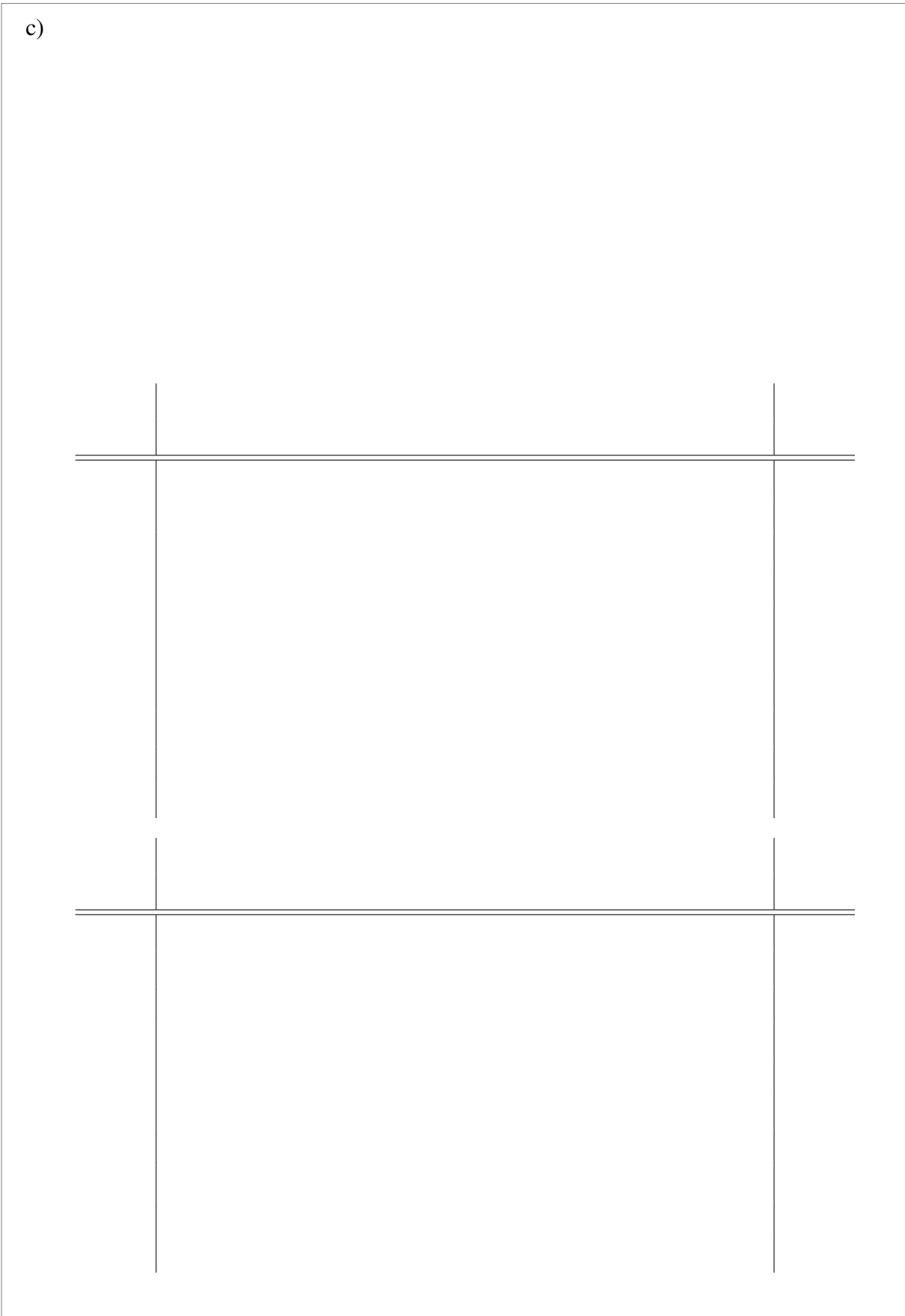
a)

b)


Punkte

 Aufgabe 1 Matr.-Nr.: _____

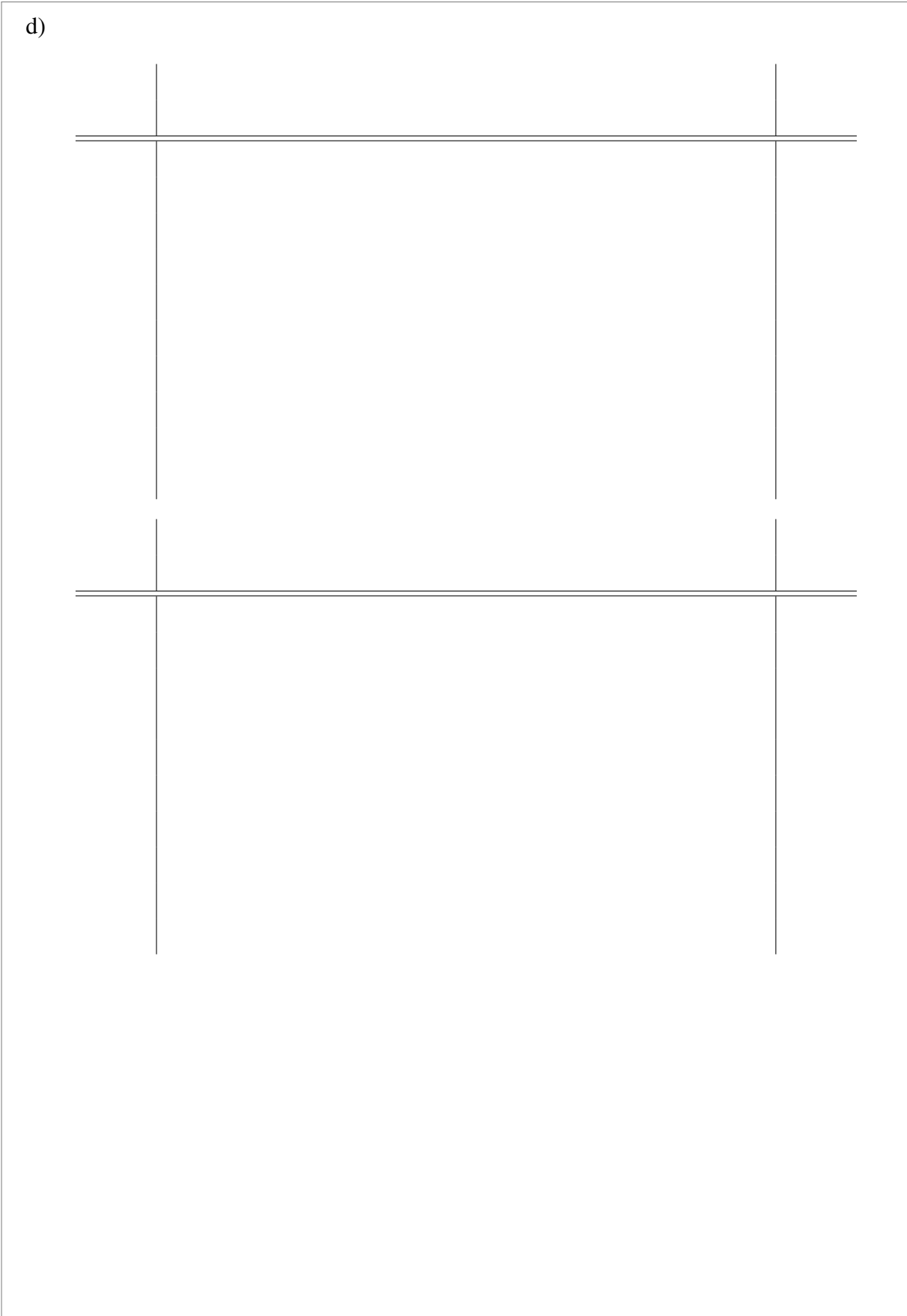
c)




Punkte

 Aufgabe 1 Matr.-Nr.: _____

d)




Punkte

 Aufgabe 2 Matr.-Nr.: _____

a)

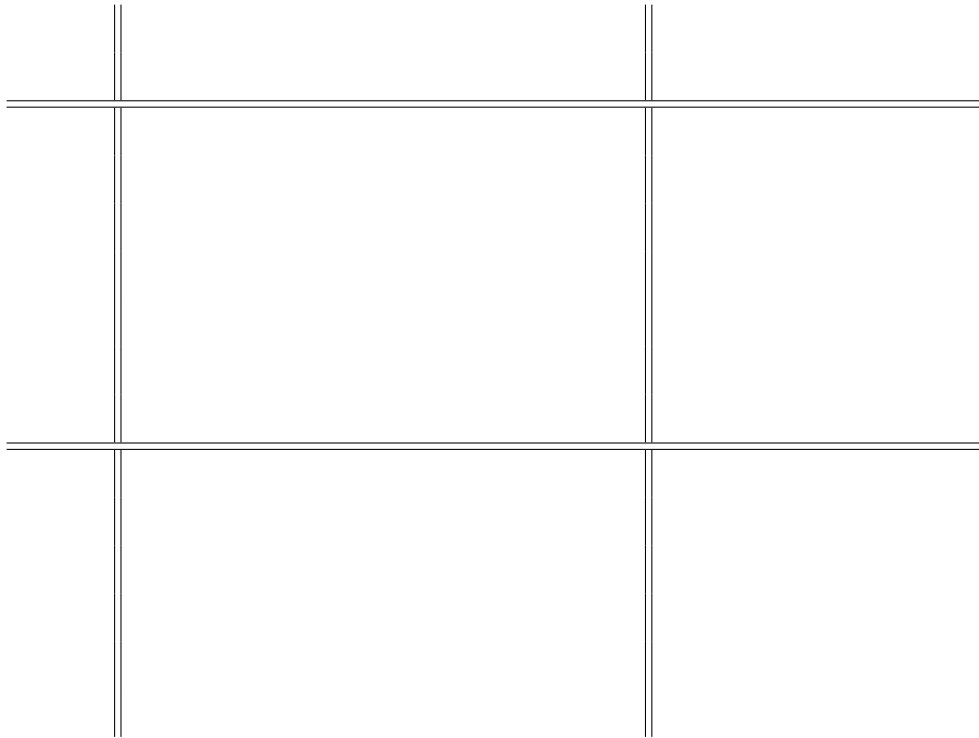
b)

Punkte

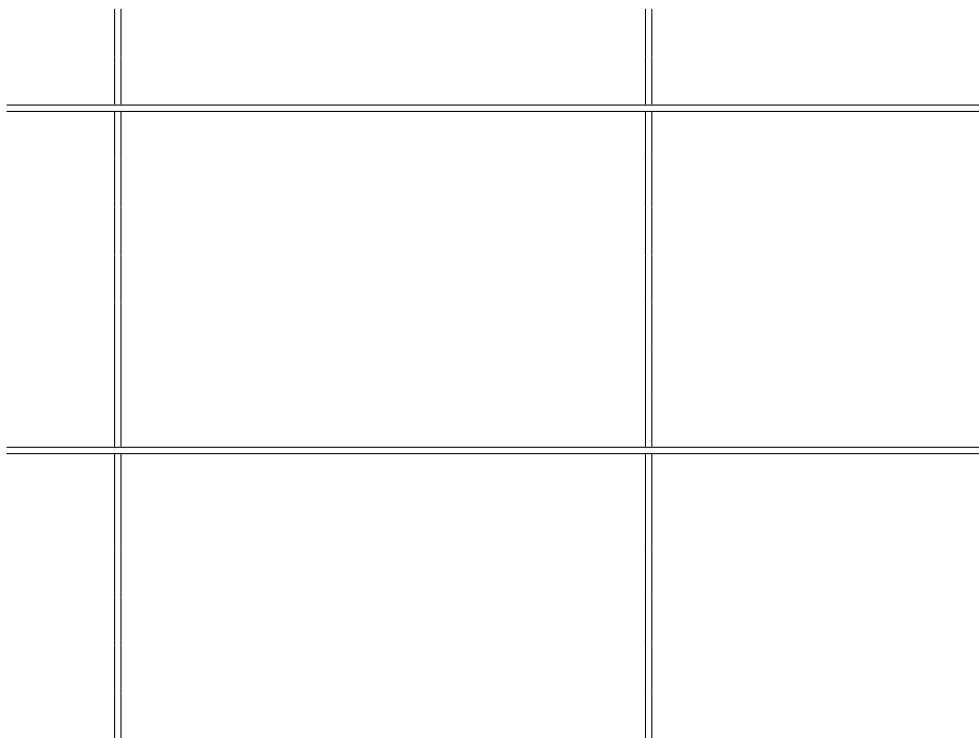
 Aufgabe 2 Matr.-Nr.: _____

c)


i.



ii.




Punkte

 Aufgabe 2 Matr.-Nr.: _____

c) (Fortsetzung)

iii.

Punkte


 Aufgabe 3 Matr.-Nr.: _____

a)

Vorgang	Dauer	Vorgänger	FA	FE	SA	GP	FP
1	0	-					
2	4	1					
3	2	-					
4	7	2,3					
5	8	3					
6	6	4,5					
7	2	6					
8	5	2					
9	3	8					
10	0	7,9					


b)

Punkte

 Aufgabe 3 Matr.-Nr.: _____

c)

Punkte


 Aufgabe 4 Matr.-Nr.: _____

a)

t	z_t	z_t^{norm}	d_t	l_t	x_t	cb_t	cl_t	c_t
0	-	-	0	0	3.000			
1	614	0,60						
2	340	0,33						
3	792	0,77						
4	592	0,58						
5	608	0,59						
6	320	0,31						
7	384	0,38						
8	256	0,25						
9	512	0,50						
10	0	0,00						


b)

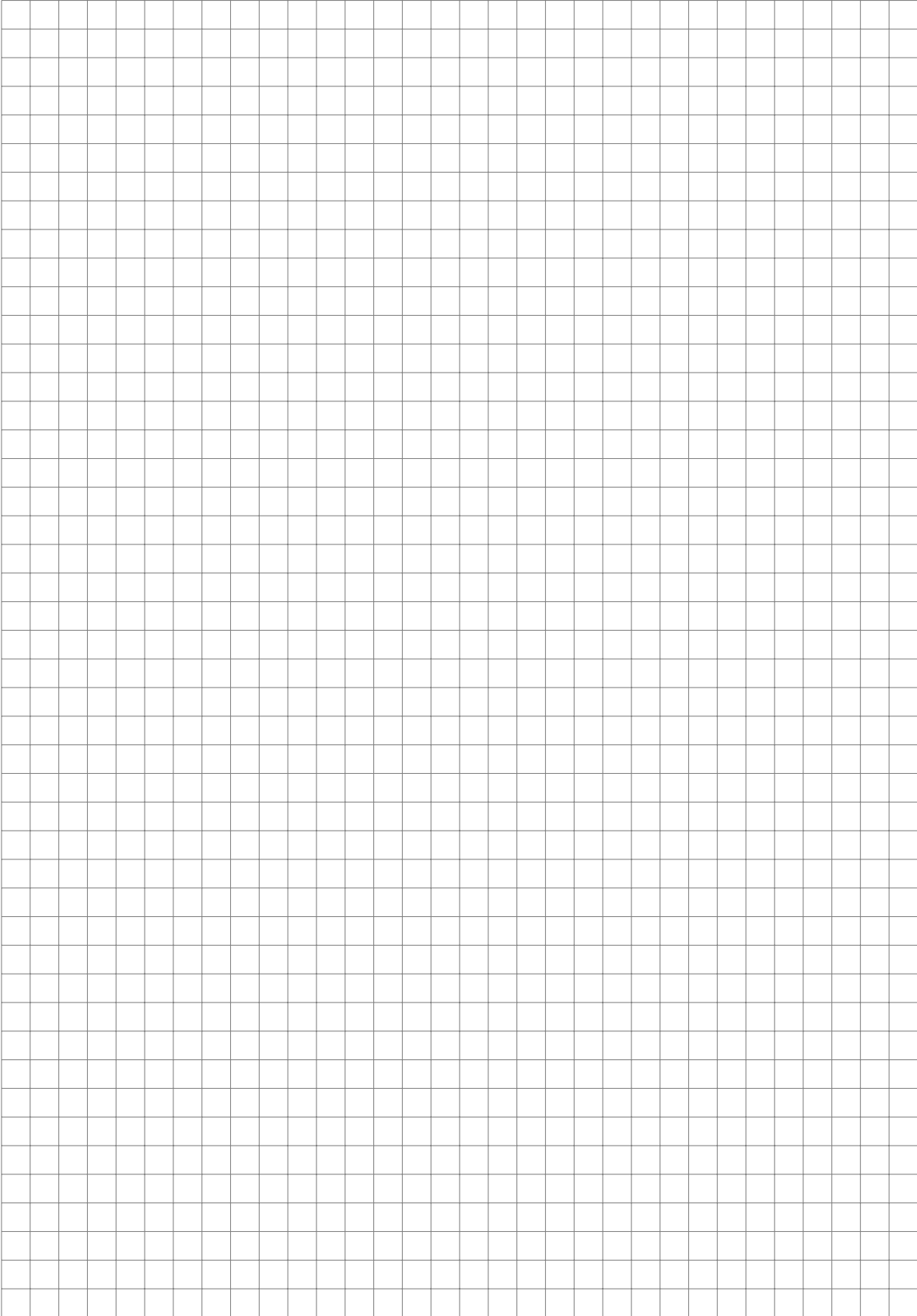
Punkte

 Aufgabe 4 Matr.-Nr.: _____


c)

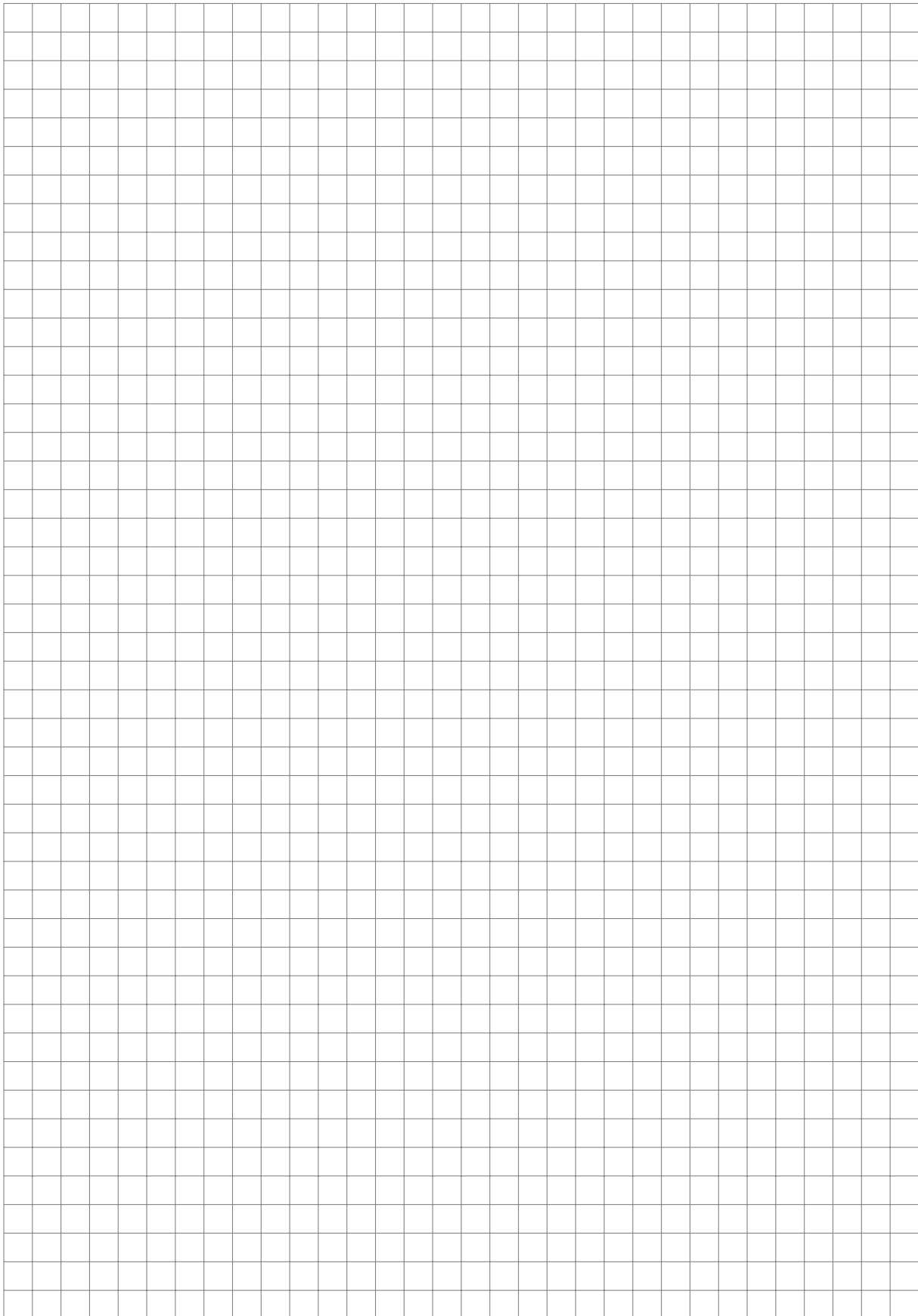
Punkte

 Aufgabe ____ Matr.-Nr.: _____



Punkte

 Aufgabe ____ Matr.-Nr.: _____



Punkte

Punkte