Name, Vorname

Matrikelnummer

Modulklausur 32681 – Zeitreihenanalyse und empirische Kapitalmarktforschung

Datum	
Punkte	
Note	

Termin: 19.Sept.2018, 09.00 - 11.00 Uhr
Prüfer: Univ.-Prof. Dr. H. Singer

Hinweise zur Bearbeitung der Modulklausur 32681

1. Füllen Sie zunächst den **Kopf des Deckblatts** aus!

2. Es können insgesamt 100 Punkte erreicht werden. Bei Erreichen von 50 Punkten ist die Klausur bestanden. **Bitte kontrollieren Sie sofort, ob Sie ein vollständiges Klausurexemplar erhalten haben**.

3. Die Verwendung eines Taschenrechners ist dann und nur dann erlaubt, wenn dieser einer der folgenden Modellreihen angehört:

   - Casio fx86 oder Casio fx87,
   - Texas Instruments TI 30 X II
   - Sharp EL 531

   Die Verwendung anderer Taschenrechnermodelle wird als Täuschungsversuch gewertet und mit der Note „nicht ausreichend“ (5,0) sanktioniert.

   Ob ein Taschenrechner einer der drei Modellklassen angehört, können Sie selbst überprüfen, indem Sie die vom Hersteller auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung mit den oben angegebenen Bezeichnungen vergleichen: Bei **vollständiger** Übereinstimmung ist das Modell erlaubt. Ist die auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung umfangreicher, enthält aber eine der oben angegebenen Bezeichnungen **vollständig**, ist das Modell ebenfalls erlaubt. In allen anderen Fällen ist das Modell nicht erlaubt. Eventuelle Vorgänger- oder Nachfolgemodelle, die nicht in der oben aufgeführten Liste enthalten sind, sind ebenfalls nicht erlaubt.

4. Bitte benutzen Sie für Ihre Rechnungen nur die beigefügten Lösungsbögen.

5. Wenn Sie die einzelnen Blätter der Klausur voneinander trennen, **vermerken Sie auf jedem Blatt Ihre Matrikelnummer**. Legen Sie bitte am Ende der Klausur die Blätter wieder zusammen.

6. Vergessen Sie nicht, die Klausur auf der letzten bearbeiteten Seite zu **unterschreiben**.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Aufgabe 1 **(20 Punkte)**

Gegeben ist der AR(2)-Prozess

$$y_t = -1.1 y_{t-1} - 0.6 y_{t-2} + \epsilon_t,\ \text{Var}\left[\epsilon_t\right] = 1 \text{ für alle } t.$$

a) Berechnen Sie die Nullstellen des charakteristischen Polynoms $\phi(z)$. Ist der Prozess stationär? Begründen Sie Ihre Antwort. (4 P.+2 P.)

b) Berechnen Sie die Kreisfrequenz ω und die Schwingungsdauer T. (1 P.+1 P.)

c) Berechnen Sie die **ersten beiden** θ-Koeffizienten der MA(∞)-Darstellung des Prozesses. (2 P.+2 P.)

d) Schreiben Sie den AR(2)-Prozess als Zustandsraummodell. (2 P.)

e) Es sind nun die folgenden konstanten Parameter und a-posteriori-Schätzungen zum Zeitpunkt $t = 1$ gegeben:

$$\mu_{1|1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \Sigma_{1|1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},\ \Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Für die Zeitpunkte $t = 2$ und $t = 3$ liegen keine Messungen vor. Berechnen Sie die Prognosen $\mu_{2|1},\ \mu_{3|1},\ \Sigma_{2|1},\ \Sigma_{3|1}$ sowie $E\left[z_2|z_1\right]$ und $E\left[z_3|z_1\right]$ mit Hilfe des Kalman-Filters. (6 P.)

Aufgabe 2 **(40 Punkte)**

Gegeben ist der folgende ARMAX(2,1,0)-Prozess. Der exogene Einfluss ist hierbei als deterministisch zu betrachten:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \chi_0 x_t + \chi_1 x_{t-1} + \epsilon_t.$$

a) Leiten Sie die Formeln für den bedingten Erwartungswert $E[y_t|y_{t-1}, y_{t-2}]$ und die bedingte Varianz $\text{Var}[y_t|y_{t-1}, y_{t-2}]$ her. (8 P.+8 P.)

b) Zeigen Sie, wie aus dem Regressionsmodell mit AR(2)-verteilten Fehlern

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + u_t \text{ mit } u_t = \phi_1 u_{t-1} + \phi_2 u_{t-2} + \epsilon_t$$

das oben genannte ARMAX(2,1,0)-Modell abgeleitet werden kann. (10 P.)

c) Leiten Sie das ARMAX(p, s, q)-Modell und die zugehörigen Parameterrestriktionen her, die sich aus dem Regressionsmodell der Form

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + u_t \text{ mit } u_t = \phi_1 u_{t-1} + \epsilon_t$$

ergeben und schreiben sie es als Zustandsraummodell. (7 P.+7 P.)

Aufgabe 3 (20 Punkte)

a) Wie können die Parameter von ARIMA-Prozessen geschätzt werden? Beschreiben Sie zwei ihnen bekannte Vorgehensweisen. (10 P.)

b) Wie können ACF und PACF zur Bestimmung einer ARMA - Modellklasse genutzt werden? (10 P.)

Aufgabe 4 (20 Punkte)

Nehmen Sie kurz Stellung zu folgenden Aussagen beziehungsweise Fragen:

a) Mit Hilfe des Jarque-Bera-Tests lassen sich die Residuen auf Korrelation überprüfen. (5 P.)

b) Ist der AR(1)-Prozess $y_t = \phi y_{t-1} + \epsilon_t$ stationär, so ist auch der Prozess $y_t = \phi y_{t-1} + \phi y_{t-2} + \epsilon_t$ stationär. (5 P.)

c) Der MA(1)-Prozess $y_t = \theta\epsilon_{t-1} + \epsilon_t$ mit $\theta = 1.2$ ist invertierbar. (5 P.)

d) Beim Kalman-Filter wird davon ausgegangen, dass Zustand und Messungen einer gemeinsamen Normalverteilung folgen. (5 P.)

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

Punkte

Punkte

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte

LÖSUNGSBOGEN

Punkte