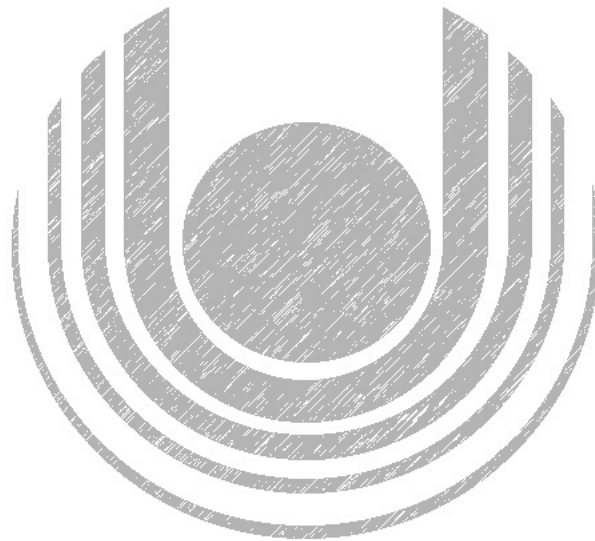


\_\_\_\_\_  
Name, Vorname

|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Matrikelnummer



## Modulklausur 32681 – Zeitreihenanalyse und empirische Kapitalmarktforschung

Datum

Punkte

Note

**Termin:** 18. März 2016, 11.30 - 13.30 Uhr  
**Prüfer:** Univ.-Prof. Dr. H. Singer

## Hinweise zur Bearbeitung der Modulklausur 32681

1. Füllen Sie zunächst den **Kopf des Deckblatts** aus!
2. Es können insgesamt 100 Punkte erreicht werden. Bei Erreichen von 50 Punkten ist die Klausur bestanden. **Bitte kontrollieren Sie sofort, ob Sie ein vollständiges Klausurexemplar erhalten haben.**
3. Die Verwendung eines Taschenrechners ist dann und nur dann erlaubt, wenn dieser einer dieser drei Modellreihen angehört:
  - Casio fx86
  - Texas Instruments TI 30 X II
  - Sharp EL 531

Die Verwendung anderer Taschenrechnermodelle wird als Täuschungsversuch gewertet und mit der Note „nicht ausreichend“ (5,0) sanktioniert.

Ob ein Taschenrechner einer der drei Modellklassen angehört, können Sie selbst überprüfen, indem Sie die vom Hersteller auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung mit den oben angegebenen Bezeichnungen vergleichen: Bei **vollständiger** Übereinstimmung ist das Modell erlaubt. Ist die auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung umfangreicher, enthält aber eine der oben angegebenen Bezeichnungen **vollständig**, ist das Modell ebenfalls erlaubt. In allen anderen Fällen ist das Modell nicht erlaubt.

4. Bitte benutzen Sie für Ihre Rechnungen nur die beigelegten Lösungsbögen.
5. Wenn Sie die einzelnen Blätter der Klausur voneinander trennen, **vermerken Sie auf jedem Blatt Ihre Matrikelnummer**. Legen Sie bitte am Ende der Klausur die Blätter wieder zusammen.
6. Vergessen Sie nicht, die Klausur auf der letzten bearbeiteten Seite zu **unterschreiben**.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

## Aufgabe 1

(30 Punkte)

Gegeben ist der MA(1)-Prozess

$$y_t = -0.2\epsilon_{t-1} + \epsilon_t$$

- a) Leiten Sie Formeln für die bedingten Momente  $E[y_{t+1}|y_t]$  und  $V[y_{t+1}|y_t]$  her. (2 P.+2 P.)
- b) Berechnen Sie **den ersten**  $\phi$ -Koeffizienten der AR( $\infty$ )-Darstellung des Prozesses. (4 P.)
- c) Nutzen sie den von Ihnen berechneten Koeffizienten  $\phi_1$  und setzen Sie  $\phi_2 = -0.4$ . Berechnen Sie die Nullstellen des charakteristischen Polynoms  $\phi(z)$ . Ist der Prozess stationär? Begründen Sie Ihre Antwort. (6 P.+2 P.)
- Falls Sie  $\phi_1$  nicht berechnen konnten, setzen Sie  $\phi_1 = -0.2$ .
- d) Berechnen Sie die Kreisfrequenz  $\omega$  und die Schwingungsdauer  $T$ . (2 P.+2 P.)
- e) Leiten Sie für den AR(2)-Prozess Formeln für die bedingten Momente  $E[y_{t+2}|y_t]$  und  $V[y_{t+2}|y_t]$  her. (5 P.+5 P.)

## Aufgabe 2

(25 Punkte)

a) Gegeben ist die folgende (stationäre) Zeitreihe, an die ein AR(1)-Prozess (**ohne** Intercept) angepasst werden soll:

$$(y_t)_{t=1,\dots,5} = \{0, 54; 1, 83; -2, 26; 0, 86; 0, 32\}$$

Schätzen sie den Parameter  $\phi$  mit Hilfe der KQ-Methode, indem sie den Ausdruck

$$\sum_{n=2}^5 (y_t - \phi y_{t-1})^2$$

minimieren. (5 P.+2 P.)

b) Schätzen Sie  $\sigma$ . (3 P.)

Falls Sie  $\phi$  und  $\sigma$  nicht berechnen konnten nehmen Sie an, dass  $\phi = -0, 5076$  und  $\sigma = 1, 51$  ist.

c) Leiten Sie nun für einen allgemeinen AR(1)-Prozess die Formel für die Kovarianz  $\text{Cov}(y_t, y_{t-h})$  her. Berechnen Sie anschließend für den durch  $\phi$  und  $\sigma$  gegebenen AR(1)-Prozess die konkreten Werte für  $\text{Cov}(y_t, y_t)$ ,  $\text{Cov}(y_t, y_{t-1})$  und  $\text{Cov}(y_t, y_{t-2})$ . (5 P.+4 P.+3 P.+3 P.)

### Aufgabe 3

(25 Punkte)

Gegeben ist der ARMA(2,2)-Prozess:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2}$$

a) Schreiben Sie den allgemeinen Prozess mit Hilfe von Backshiftoperatoren. (5 P.)

b) Sei nun  $\phi_1 = 0.1$ ,  $\phi_2 = -0.1$ ,  $\theta_1 = -0.2$  und  $\theta_2 = 0.3$ .  
Schreiben sie diesen ARMA-Prozess als Zustandsraummodell. (5 P.)

c) Es sind nun die folgenden konstanten Parameter und a-posteriori-Schätzungen zum Zeitpunkt  $t = 1$  gegeben:

$$\mu_{1|1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \Sigma_{1|1} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \Omega = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Time-Updates  $\mu_{2|1}$  und  $\Sigma_{2|1}$  des Kalman-Filters. (10 P.)

d) Berechnen Sie den Erwartungswert der Messung zum Zeitpunkt  $t = 2$ , also  $E[z_2|z_1]$ . (5 P.)

### Aufgabe 4

(20 Punkte)

a) Erläutern Sie den Begriff der Stationarität. Unterscheiden Sie dabei zwischen schwacher und starker Stationarität. (10 P.)

b) Beschreiben Sie, wie die Parameter von ARIMA-Prozessen geschätzt werden können. (10 P.)

# LÖSUNGSBOGEN

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte



# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte



# LÖSUNGSBOGEN

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte

# LÖSUNGSBOGEN

---

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Punkte