



Bitte hier unbedingt
Matrikelnummer und
Adresse eintragen,
sonst keine
Bearbeitung möglich.

--	--	--	--	--	--	--	--

Postanschrift: FernUniversität in Hagen 58084 Hagen

Name _____

Straße _____

PLZ, Ort _____

Bestimmungsland (nur bei Anschriften außerhalb Deutschlands) _____

HINWEISE ZUR BEARBEITUNG:

1. Füllen Sie bitte dieses Deckblatt aus.
2. Schreiben Sie bitte Ihre Lösungen leserlich auf. Fangen Sie bei jeder Aufgabe, die Sie bearbeiten, ein neues Blatt an; schreiben Sie darauf Ihren Namen und die jeweilige Aufgabennummer. Sortieren Sie Ihre Lösungen vor der Abgabe nach diesen Nummern.
3. Formulieren Sie bitte Erläuterungen zu Ihren Rechnungen. Denken Sie daran, daß zu jeder Aufgabe und Frage eine Antwort gehört. Zwar richtige, aber nicht ausreichend begründete oder nicht bis zu Ende durchgeführte Berechnungen können bis zu völligem Punktverlust führen.
4. Als Hilfsmittel sind die Studienbriefe des Kurses zugelassen, und zwar sowohl die neue Version MING (Autoren Beekmann, Linden, ...) als auch die alte HM (Author Habetha). Sodann dürfen die alten Basistexte „K. Habetha: Höhere Mathematik für Ingenieure und Physiker“ benutzt werden. Nicht erlaubt ist eine Verwendung sämtlicher Einsendeaufgaben, ebenso sind keine weiteren Bücher und Texte zugelassen, also auch keine Formelsammlungen oder eigenen Aufzeichnungen. Nicht programmierbare Taschenrechner sind zugelassen (aber nicht erforderlich).
5. Sie können natürlich Aufgaben und Teilaufgaben unabhängig voneinander bearbeiten, machen Sie also nicht den Fehler, sich bei einer Aufgabe festzurechnen.
6. Die Klausur umfaßt 8 Aufgaben. Sie können insgesamt 45 Punkte erreichen. Sie haben die Klausur bestanden, wenn Sie bei den ersten 4 Aufgaben wenigstens 6 Punkte erreichen, bei den zweiten 4 wenigstens 7 Punkte und insgesamt wenigstens 18 Punkte.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg.

AUFGABE	1	2	3	4		5	6	7	8		
erreichbare Punkte	5	4	5	6		10	5	5	5		
bearbeitet											
erreichte Punkte											
	Summe						Summe				

Datum:.....

Note:.....

Prüfer:.....

Aufgabe 1

- (i) Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen w_1, w_2, w_3 der Gleichung

$$z^3 = -i$$

in der Form $a + ib$ (a, b Brüche aus ganzen Zahlen und Wurzeln natürlicher Zahlen).

- (ii) Berechnen Sie

$$w_1 + w_2 + w_3, \quad w_1 w_2 w_3, \quad \frac{w_1}{w_2 w_3}$$

(wieder in der Form $a + ib$, w_1 sei dabei die rein imaginäre Lösung aus (i)).

5 Punkte (2+3)

Aufgabe 2

Im x_1, x_2, x_3 -Raum seien die Gerade g durch die Parameterdarstellung

$$g: \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} \alpha \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix}$$

und die Ebene E durch

$$E: x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 1$$

gegeben, wobei α eine feste reelle Zahl ist.

- (i) Bestimmen Sie α so, daß g und E parallel verlaufen (g und E heißen bekanntlich parallel, wenn g senkrecht zur Normalen von E steht).
- (ii) In welchem Punkt durchstößt das in (i) bestimmte g die x_1, x_2 -Ebene?

4 Punkte (3+1)

Aufgabe 3

Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ ist das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 0 \\ (\lambda - 1)x_1 + x_3 &= 1 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 &= \lambda \end{aligned}$$

lösbar? Bestimmen Sie jeweils den Rang und ggf. die Lösungsmenge.

5 Punkte

Aufgabe 4

(i) Begründen Sie, ob die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^n}{n}$$

konvergiert oder divergiert.

(ii) Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{\frac{1}{4}}}{\left(\frac{1}{4}\right)^n} x^n,$$

d.h., bestimmen Sie ihren Konvergenzradius r und begründen Sie, ob für $x = r$ und $x = -r$ Konvergenz oder Divergenz vorliegt.

Konvergiert die Reihe für $x = \frac{1}{10}$ bzw. $x = 1$?

6 Punkte (2+4)

Aufgabe 5

Führen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x + 1}$$

eine Kurvendiskussion nach folgendem Programm durch:

- i) Bestimmung des maximalen Definitionsbereichs, Untersuchung auf Stetigkeit;
- ii) Verhalten an den Rändern des Definitionsbereichs (einschließlich $\pm\infty$);
- iii) Bestimmung der eventuellen Asymptoten;
- iv) Bestimmung der Nullstellen;
- v) Bestimmung der relativen Extremwerte;
- vi) Bestimmung der Bereiche, in denen f konkav oder konvex ist;
- vii) Skizze.

10 Punkte (1+2+2+1+2+1+1)

Aufgabe 6

Berechnen Sie

(i)
$$\int_1^2 \frac{x^4 - x^3 + x^2 - 6}{x^5} dx ,$$

(ii)
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin 4x dx .$$

Geben Sie Ihre Ergebnisse in der einfachst möglichen, nicht gerundeten Form an.

(Hinweis: für (ii) bietet sich mehrmalige partielle Integration an.)

5 Punkte (2+3)

Aufgabe 7

Bestimmen Sie $\alpha > 0$ in der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

so, daß der (kleinere) Winkel zwischen deren Eigenräumen 30° beträgt.

5 Punkte

Aufgabe 8

Bestimmen Sie zur Funktion

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{e^{x+y}}$$

alle Punkte, in denen ein (lokales) Minimum oder Maximum vorliegt. Geben Sie auch die jeweiligen Minimum- und Maximumwerte an.

5 Punkte