



<table border="1" style="width: 100%; height: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> </tr> </table>									<p>Bitte hier unbedingt Matrikelnummer und Adresse eintragen, sonst keine Bearbeitung möglich.</p>
<p>Postanschrift: <u>FernUniversität in Hagen 58084 Hagen</u></p>									
<p>Name _____</p>									
<p>Straße _____</p>									
<p>PLZ, Ort _____</p>									
<p>Bestimmungsland (nur bei Anschriften außerhalb Deutschlands) _____</p>									

**HINWEISE ZUR BEARBEITUNG:**

1. Füllen Sie bitte dieses Deckblatt aus.
2. Schreiben Sie bitte Ihre Lösungen leserlich auf. Fangen Sie bei jeder Aufgabe, die Sie bearbeiten, ein neues Blatt an; schreiben Sie darauf Ihren Namen und die jeweilige Aufgabennummer. Sortieren Sie Ihre Lösungen vor der Abgabe nach diesen Nummern.
3. Formulieren Sie bitte Erläuterungen zu Ihren Rechnungen. Denken Sie daran, daß zu jeder Aufgabe und Frage eine Antwort gehört. Zwar richtige, aber nicht ausreichend begründete oder nicht bis zu Ende durchgeführte Berechnungen können bis zu völligem Punktverlust führen.
4. Als Hilfsmittel sind die Studienbriefe zu den Kursen MATHEMATIK FÜR INGENIEURE zugelassen. Nicht erlaubt ist eine Verwendung sämtlicher Einsendeaufgaben, ebenso sind weitere Bücher und Texte nicht gestattet, also auch keine Formelsammlungen oder eigene Aufzeichnungen. Nicht programmierbare Taschenrechner sind zugelassen (aber nicht erforderlich).
5. Sie können natürlich Aufgaben und Teilaufgaben unabhängig voneinander bearbeiten, machen Sie also nicht den Fehler, sich bei einer Aufgabe festzurechnen.
6. Die Klausur umfaßt 8 Aufgaben. Sie können insgesamt 44 Punkte erreichen. Sie haben die Klausur bestanden, wenn Sie bei den ersten 4 Aufgaben wenigstens 7 Punkte erreichen, bei den zweiten 4 wenigstens 7 Punkte und insgesamt wenigstens 16 Punkte.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg.

AUFGABE	1	2	3	4		5	6	7	8	
erreichbare Punkte	6	6	4	6		8	5	3	6	
bearbeitet										
erreichte Punkte										
	Summe					Summe				

Datum: .....

Note: .....

Prüfer: .....

### Aufgabe 1

Betrachten Sie in der Ebene die beiden Kurven

$$x^2 + (y - 1)^2 - 16 = 0$$

und

$$x + \sqrt{3}y - 5\sqrt{3} = 0 .$$

- (i) Skizzieren Sie beide Kurven und bestimmen Sie alle ihre Schnittpunkte.
- (ii) Geben Sie jeweils eine Parameterdarstellung für die (kürzeren) Stücke beider Kurven zwischen den Schnittpunkten und berechnen Sie deren Länge.

6 Punkte (2+4)

### Aufgabe 2

- (i) Skizzieren Sie die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi \leq x \leq -1 \\ x^2, & -1 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

- (ii) Berechnen Sie die Koeffizienten der Fourierreihe zu  $f(x)$  .
- (iii) Untersuchen Sie die Konvergenz dieser Fourierreihe. Folgern Sie daraus

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos n - \sin n}{n^3} = \frac{2 - 3\pi}{12} .$$

6 Punkte (1+3+2)

### Aufgabe 3

Berechnen Sie den Fluss

$$F = \int_{\partial H} \mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot d\mathbf{o}(\mathbf{x})$$

des Vektorfeldes

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} x^2 \\ xy(z-2) \\ x(z^2+1) \end{pmatrix}$$

durch die Oberfläche des durch

$$-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}, 0 \leq z \leq 2$$

beschriebenen Halbzylinders  $H$  (Skizze!).

(Hinweis: Verwenden Sie den Satz von Gauß.)

4 Punkte

### Aufgabe 4

Berechnen Sie das komplexe Kurvenintegral

$$\int_{K_3} \frac{e^z}{z^4 + 4z^2} dz$$

mit Hilfe des Residuensatzes ( $K_3$  sei dabei der Kreis um 0 mit Radius 3), und zeigen Sie, dass sein Wert rein imaginär ist.

6 Punkte

### Aufgabe 5

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} y_1' &= 2y_1 - 2y_2 \\ y_2' &= -y_1 + 3y_2 - 2e^{2x} \end{aligned}$$

$$y_1(0) = 2, y_2(0) = 0$$

mit Hilfe der Eigenwertmethode.

8 Punkte

### Aufgabe 6

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' + \left(\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}\right)y' - \frac{8}{3}y = 0$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

über einen Potenzreihenansatz

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n .$$

Berechnen Sie dabei alle Koeffizienten  $a_n$  !

(Hinweis: Wenn Sie genügend viele Koeffizienten  $a_0, a_1, a_2, \dots$  bestimmt haben, können Sie der Rekursionsformel für die weiteren  $a_n$  deren Werte sofort entnehmen.)

5 Punkte

### Aufgabe 7

Lösen Sie das Cauchy-Problem der Wellengleichung

$$u_{tt} - 4u_{xx} = 0$$

für  $x \in \mathbb{R}$ ,  $t > 0$  mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = \sin x, \quad u_t(x, 0) = \cos x .$$

Schreiben Sie die Lösung in möglichst einfacher Form auf (unter Verwendung der trigonometrischen Additionstheoreme).

3 Punkte

### Aufgabe 8

- (i) Lösen Sie (in Polarkoordinaten  $r, \varphi$ ) das Randwertproblem

$$\Delta u = 0$$

im Einheitskreis

$$x^2 + y^2 = r^2 \leq 1$$

mit der Randbedingung

$$u(1, \varphi) = 2 \cos^2 \varphi - \cos \varphi - 1$$

(Hinweis: Überlagerung von Elementarlösungen der Randbedingung anpassen).

- (ii) Geben Sie die Lösung zu (i) in kartesischen Koordinaten an.

(Hinweis: Auch der umgekehrte Lösungsweg ist möglich: (ii) durch scharfes Hinsehen lösen, dann (i) angeben.)

6 Punkte(3+3)