

Prüfungsklausur

MATHEMATIK f. INGENIEURE I/II  
am 1. Oktober 2005, 10–13 Uhr

P

Bitte hier unbedingt  
Matrikelnummer und  
Adresse eintragen,  
sonst keine  
Bearbeitung möglich.

--	--	--	--	--	--	--	--

Postanschrift: FernUniversität in Hagen 58084 Hagen

Name \_\_\_\_\_

Straße \_\_\_\_\_

PLZ, Ort \_\_\_\_\_

Bestimmungsland (nur bei Anschriften außerhalb Deutschlands) \_\_\_\_\_

**HINWEISE ZUR BEARBEITUNG:**

1. Füllen Sie bitte dieses Deckblatt aus.
2. Schreiben Sie bitte Ihre Lösungen leserlich auf. Fangen Sie bei jeder Aufgabe, die Sie bearbeiten, ein neues Blatt an; schreiben Sie darauf Ihren Namen und die jeweilige Aufgabennummer. Sortieren Sie Ihre Lösungen vor der Abgabe nach diesen Nummern.
3. Formulieren Sie bitte Erläuterungen zu Ihren Rechnungen. Denken Sie daran, daß zu jeder Aufgabe und Frage eine Antwort gehört. Zwar richtige, aber nicht ausreichend begründete oder nicht bis zu Ende durchgeführte Berechnungen können bis zu völligem Punktverlust führen.
4. Als Hilfsmittel sind die Studienbriefe des Kurses zugelassen, und zwar sowohl die neue Version MING (Autoren Beekmann, Linden, ...) als auch die alte HM (Author Habetha). Sodann dürfen die alten Basistexte „K. Habetha: Höhere Mathematik für Ingenieure und Physiker“ benutzt werden. Nicht erlaubt ist eine Verwendung sämtlicher Einsendaufgaben, ebenso sind keine weiteren Bücher und Texte zugelassen, also auch keine Formelsammlungen oder eigenen Aufzeichnungen. Nicht programmierbare Taschenrechner sind zugelassen (aber nicht erforderlich).
5. Sie können natürlich Aufgaben und Teilaufgaben unabhängig voneinander bearbeiten, machen Sie also nicht den Fehler, sich bei einer Aufgabe festzurechnen.
6. Die Klausur umfaßt 8 Aufgaben. Sie können insgesamt 48 Punkte erreichen. Sie haben die Klausur bestanden, wenn Sie bei den ersten 4 Aufgaben wenigstens 6 Punkte erreichen, bei den zweiten 4 wenigstens 8 Punkte und insgesamt wenigstens 18 Punkte.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg.

AUFGABE	1	2	3	4		5	6	7	8	
erreichbare Punkte	3	6	5	5		10	6	7	6	
bearbeitet										
erreichte Punkte										
						Summe			Summe	

Datum:.....

Note:.....

Prüfer:.....

### Aufgabe 1

Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen  $z$ , die die Gleichung

$$z^2 = -4\bar{z}$$

erfüllen.

3 Punkte

### Aufgabe 2

(i) Bestimmen Sie die Schnittmenge der drei Ebenen

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 1$$

(ii) Bestimmen Sie die Schnittmenge der drei Ebenen

$$-2x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 = 1$$

(iii) Geben Sie den Rang des zu (i) bzw. (ii) gehörenden Gleichungssystems an.

6 Punkte (3+2+1)

### Aufgabe 3

Geben Sie alle Zahlen  $a \in \mathbb{R}$  an, für die die Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$$

invertierbar ist, und bestimmen Sie die Inverse für diese  $a$ . Welchen Rang hat die Matrix im nicht invertierbaren Fall?

5 Punkte

### Aufgabe 4

- (i) Begründen Sie, ob die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{3n+5}}$$

konvergiert oder divergiert.

- (ii) Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^4}{4^n} x^n,$$

d.h., bestimmen Sie ihren Konvergenzradius  $r$  und begründen Sie, ob für  $x = r$  und  $x = -r$  Konvergenz oder Divergenz vorliegt.

Konvergiert die Reihe für  $x = 1$  bzw.  $x = 10$  ?

5 Punkte (2+3)

### Aufgabe 5

Führen Sie für die Funktion

$$f(x) = x \cdot e^{-x^2}$$

eine Kurvendiskussion nach folgendem Programm durch:

- (i) Bestimmung des maximalen Definitionsbereichs, Untersuchung auf Stetigkeit,
- (ii) Verhalten an den Rändern des Definitionsbereichs (einschließlich  $\pm\infty$ ), Bestimmung möglicher Asymptoten,
- (iii) Bestimmung der Nullstellen,
- (iv) Bestimmung der relativen Extrema,
- (v) Bestimmung der Wendepunkte,
- (vi) Skizze.

10 Punkte (1+2+1+2+2+3)

### Aufgabe 6

Lösen Sie folgende Anfangswertaufgaben:

(i)  $y' = (1 - \cos x)(1 + \sin x)$ ,  $y(\frac{\pi}{2}) = 1$ ,

(ii)  $y' = (1 - \cos x)(1 + \sin x)y$ ,  $y(\frac{\pi}{2}) = 1$ .

6 Punkte (2+4)

**Aufgabe 7**

Berechnen Sie (i) die Eigenwerte und (ii) deren Eigenvektoren zur Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 2 & 8 & -2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

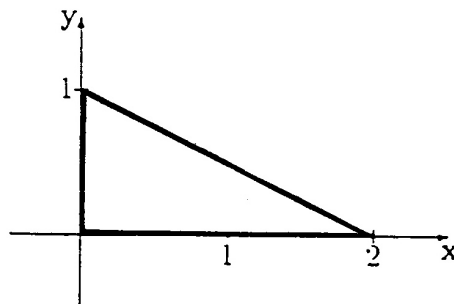
7 Punkte (3+4)

**Aufgabe 8**

Bestimmen Sie den größten und den kleinsten Wert, den die Funktion

$$f(x, y) = x(x - y)$$

auf dem abgeschlossenen Dreieck



annimmt. Geben Sie alle Punkte dieses Dreiecks an, in denen diese absoluten Extrema von  $f$  erreicht werden.

(Hinweis: Untersuchen Sie Inneres und Ränder des Dreiecks getrennt und vergleichen Sie.)

6 Punkte